

Elementarmathematik II

Sommersemester 2018

Übungsblatt 10

12. Juni 2018

Aufgabe 37. (4 Punkte)

Sinus und Kosinus sind durch die folgenden, für alle $x \in \mathbb{R}$ konvergierenden Potenzreihen gegeben:

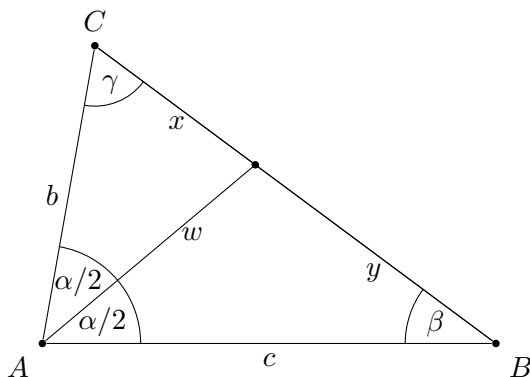
$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1},$$
$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}.$$

Man kann zeigen, dass die Ableitung einer Potenzreihenfunktion durch die gliedweise abgeleitete Potenzreihe gegeben ist. Benutzen Sie das, um die Ableitungen von Sinus und Kosinus zu berechnen:

- (a) $\sin'(x) = \cos(x)$
- (b) $\cos'(x) = -\sin(x)$

Aufgabe 38. (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Winkelhalbierende im Dreieck die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der anliegenden Seiten teilt. Sei dazu ABC ein Dreieck und sei w die Winkelhalbierende bei A , welche die gegenüberliegende Seite in Teilabschnitte x und y teile.



Zeigen Sie mit Hilfe des Sinussatzes:

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{c}.$$

— bitte wenden —

Aufgabe 39. (4 Punkte)

Sei $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie durch Betrachtung des Differenzenquotienten: Die Funktion $f^2 : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)^2$ ist differenzierbar mit Ableitung

$$(f^2)' = 2f'f.$$

Aufgabe 40. (6 Punkte)

- (a) Finden Sie ein Beispiel für eine stetige, aber nicht differenzierbare Funktion $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- (b) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion $f(x) = x \cdot |x|$. Berechnen Sie die Ableitung f' von f .
- (c) Untersuchen Sie f' auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

Bonusaufgabe.

Am Ende der Gruppenphase einer Fußballweltmeisterschaft liegt folgende Punkttabelle vor:

	Tore	Gegentore	Punkte
Deutschland	7	1	9
Schweden	3	3	4
Mexiko	2	3	4
Südkorea	1	6	0

Jede der vier Mannschaften hat ein Spiel gegen jede andere gespielt. Ein Sieg gibt 3 Punkte, ein Unentschieden 1, eine Niederlage 0. Das erste Spiel gewann Deutschland gegen Mexiko mit einem souveränen 3 : 0. Wie gingen die anderen Spiele aus?

Abgabe: Am kommenden Dienstag, den **19. Juni 2018**, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer-Straße 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

https://www.uni-frankfurt.de/70100088/18_SS_Elementarmathematik_II
