

Übungsblatt 9

Wochenaufgabe 1. (8 Punkte)

Rudolph hat beschlossen Elementarmathematik zu lernen und seinen derzeitigen Job zu kündigen, um Lehrer zu werden, sobald er den kompletten Stoff beherrscht. Hilfsbereit stellt sein Chef Klaus ihm ein Vorlesungsskript zur Verfügung, welches 62 Seiten besitzt. Rudolph hat unendlich viel Zeit, um sich mit den Inhalten vertraut zu machen. Er beschließt, jeden Tag etwas zu lernen, aber auch nicht zu viel, um den alten Stoff nicht wieder zu vergessen. Am ersten Tag lernt er eine Seite des Skriptes auswendig, am zweiten Tag eine halbe Seite, am dritten Tag ein Viertel einer Seite, am vierten Tag ein Achtel einer Seite usw. Da er ein sehr gutes Gedächtnis hat, kann er sich immer an den bereits gelernten Stoff erinnern.

- (i) Wie viele Seiten des Skriptes hat Rudolph nach 3 Tagen auswendig gelernt? Wieviele nach 50 Tagen?
- (ii) Wird Rudolph jemals Lehrer werden?

Wochenaufgabe 2. (9 Punkte)

- (i) Berechnen Sie die Darstellung des periodischen Dezimalbruches

$$x = 0,\overline{285714}$$

als vollständig gekürzten Bruch.

- (ii) Sei $(b_n)_{n \in \mathbb{N}} = \sum_{i=1}^n a_i$ eine konvergente Reihe mit Grenzwert b . Zeigen Sie, dass dann die Folge $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ gegen 0 konvergiert.

- (iii) Berechnen Sie den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegeben durch

$$a_n = \frac{(n+3)^3 - n^2}{3n^3}.$$

Plenumsaufgabe 1. (i) Berechnen Sie die Darstellungen der periodischen Dezimalbrüche $0,\overline{9}$ und $0,\overline{037}$ als vollständig gekürzte Brüche.

(ii) Berechnen Sie die Darstellung des gemischt-periodischen Dezimalbruches $0,1\overline{6}$ als vollständig gekürzten Bruch.

Plenumsaufgabe 2. Beweisen Sie die Bernoulli-Ungeichung:

Für alle $x \in \mathbb{Q}$ mit $x > 0$ und $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 2$ gilt:

$$(1 + x)^n > 1 + nx$$

Tipp: Binomische Formel, Satz 2.7

Frohe Feiertage und einen guten Rutsch!