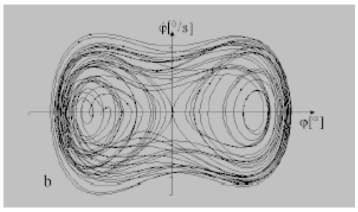
Die Darstellung nichtlinearer Bewegungsabläufe



Die Darstellung linearer Bewegungsabläufe

Manchmal sind die Dinge mehr, als sie auf den ersten Blick zu sein scheinen.

Auch chaotische Systeme offenbaren mitunter Ordnungsstrukturen.

Betrachten wir einen Jongleur, so sehen wir, wenn wir es nicht ganz so genau nehmen, eine Folge von senkrechten Würfen (wir vernachlässigen dabei, dass die Bälle auch eine seitliche Bewegung vollziehen). Ist der erste Ball abgeworfen, werden der zweite und der dritte Ball so abgeworfen, dass der erste gerade dann wieder aufgefangen wird, wenn der dritte gerade hochgeworfen wurde.

Aufgabe 1 [⇒ *Arbeitsblatt 1*]

Arbeitsauftrag: Tragt den Bewegungsablauf eines Balles (vom Abwurf bis zum Auffangen) in Abhängigkeit von der Zeit in ein entsprechendes Diagramm ein.

1. Weg - Zeit - Diagramm (s-t-Diagramm)
2. Geschwindigkeit - Zeit - Diagramm (v-t-Diagramm)

Aufgabe 2 [⇒ *Arbeitsblatt 2*]

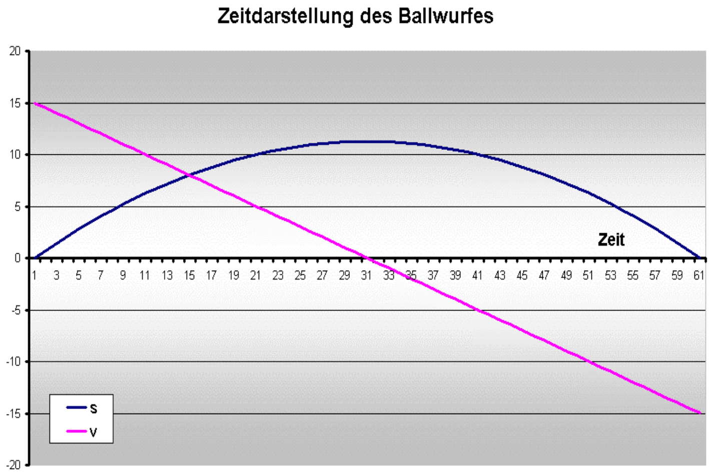
Frage: Ein Ball A bewegt sich nach oben, ein Ball B bewegt sich nach unten. Auf welcher Höhe ist der Betrag der Geschwindigkeit des Balles A und des Balles B, wenn diese aneinander vorbei fliegen, genau gleich?

Arbeitsauftrag: Kann man das an einem der beiden Diagramme aus Aufgabe 1 zeigen? Wenn ja, wie? Überlegt, wie du das an einem anderen (selbst entworfenen) Diagramm anschaulicher zeigen kannst. Arbeitet in kleinen Gruppen zusammen, diskutiert Lösungsansätze.

Betrachtet zur Vereinfachung zuerst nur die Bewegung eines einzigen Balles.

Tipp: Ist die Komponente der Zeit für diese Fragestellung von Bedeutung?

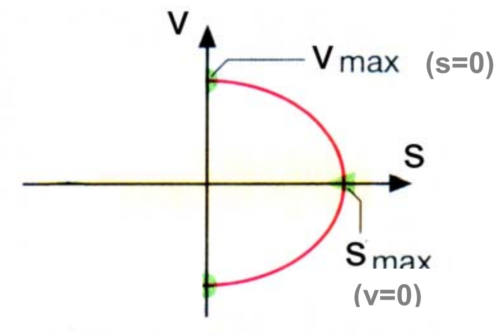
Versucht eine Darstellung ohne die Zeit:



Hier sind Weg-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm in einem Graphen zusammengeführt..

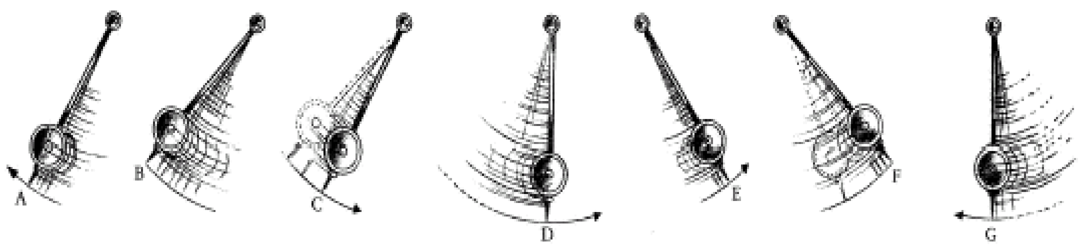
Manchmal ist es aber nicht notwendig, die Zeit auf der x-Achse aufzutragen.

Wenn man die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von dem Ort in einem Diagramm aufträgt, so spricht man von einem Phasendiagramm.
Die einzelne Linie im Phasendiagramm nennt man Trajektorie.



Aufgabe 3.1 [⇒ *Arbeitsblatt 3.1*]

Arbeitsauftrag: Stelle die Bewegung eines ungedämpften Pendels im Winkel-Zeit-Diagramm (φ-t-Diagramm) und im Winkelgeschwindigkeits-Zeit-Diagramm (ω-t-Diagramm) dar.
{Der Weg wird beim Pendel durch den Winkel beschrieben, die Winkelgeschwindig-keit verhält sich analog zur Geschwindigkeit einer geradlinigen Bewegung.}
Wie sieht die Grafik im Phasendiagramm aus?



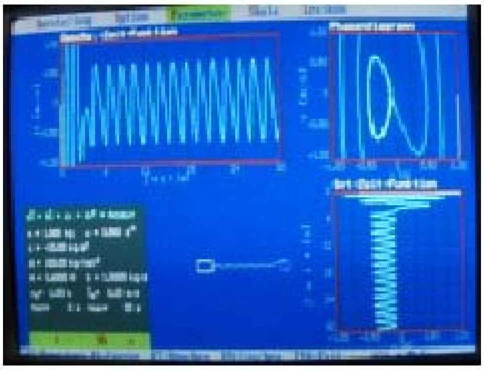
Aufgabe 3.2 [⇒ *Arbeitsblatt 3.2*]

Arbeitsauftrag: Stelle die Bewegung eines gedämpften Pendels in den verwendeten Diagrammen dar.
Wo endet die Trajektorie im Phasendiagramm?

Die Darstellung chaotischer Bewegungsabläufe *(in der Computersimulation)*

Den Punkt im Phasenraum, auf den sich eine Trajektorie zu bewegt, nennt man „Attraktor“. Phasendiagramme sind für die Darstellung chaotischer Vorgänge von großem Nutzen, weil hier Ordnungsstrukturen zutage treten können, die in anderen Diagrammen nicht ersichtlich wären.

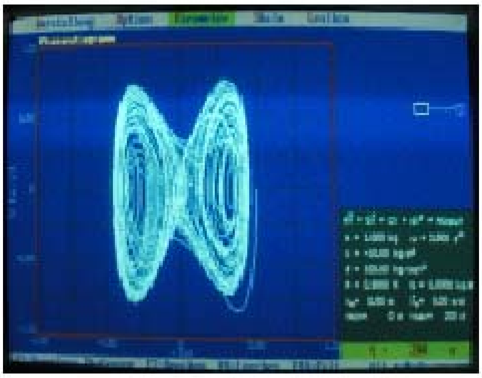
In der vorliegenden Computersimulation können die Bewegungen eines Pendels (mit oder ohne Dämpfung / mit oder ohne periodischen Antrieb) berechnet werden.
Es lassen sich verschiedene Darstellungsformen wählen.



Links oben: Winkel-Zeit-Diagramm
Rechts oben: Phasendiagramm
Rechts unten: Winkelgeschwindigkeits-Zeit-Diagramm

Arbeitsauftrag: Probiert in der Computersimulation Pendel die drei Darstellungsformen aus.
Arbeitet in Gruppen, diskutiert die Ergebnisse.

1.: Wähle beliebige Werte aus.
2.: Reibung: 0, Anregung: 0, Zeit: 5-10 s, Winkel: 45^0, 130^0, 179^0
3.: Reibung: $1\cdot10^{-2}$, $2\cdot10^{-2}$, $4\cdot10^{-2}$ (Punktattraktor)
4.: Anregung: 0,51 (Grenzzyklus)
5.: Anregung: 0,6 ; α: 179^0 ; R: 0,04 ; t: 40 s (Chaotischer Attraktor)



Frage: Was ist bei chaotischen Bewegungen im Phasendiagramm zu erkennen?

____

____

____

Folgende Attraktoren haben wir kennen gelernt:

Fixpunktattraktoren:

Das dynamische System nähert sich einem Punkt spiralförmig an.

Grenzzyklus:

Das dynamische System nähert sich einem Grenzzyklus (z.B. einer Ellipse) an und ist periodisch.

Chaotische (seltsame) Attraktoren:

Das ist z.B. der sogenannte Lorenz-Attraktor, durch den der Schmetterlingseffekt berühmt wurde.

Bei diesem kann eine minimale Änderung in den Anfangsbedingungen eines Systems zur völligen Unvorhersagbarkeit des Verhaltens führen.

Es scheint so, dass nicht nur mechanische Systeme Attraktoren besitzen, sondern auch soziale Systeme wie unsere Gesellschaft oder die Weltwirtschaft.

Dort wird auch versucht, Attraktoren zu finden, um beispielsweise Börsenentwicklungen vorherzusagen.

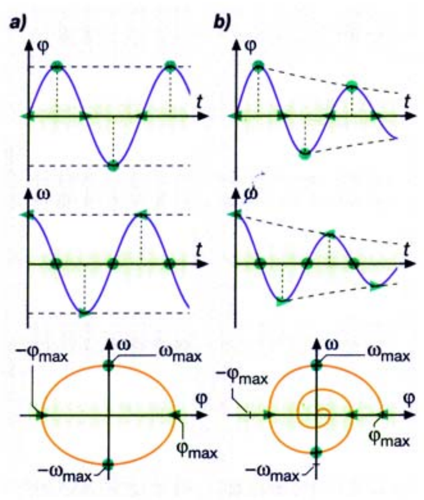


Abb. 1 – φ-t-Diagramm, ω-t-Diagramm und Phasendiagramm einer ungedämpften (a) und eines gedämpften (b) Pendelbewegung

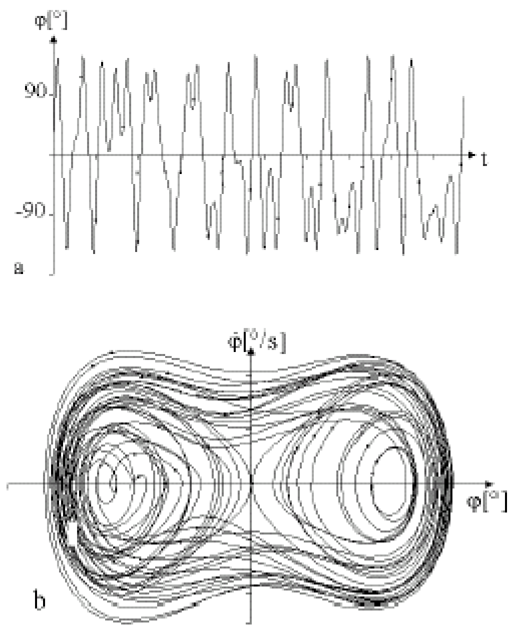


Abb. 2 – Orts-Zeit-Diagramm (a) und Phasendiagramm (b) einer chaotischen Pendelbewegung

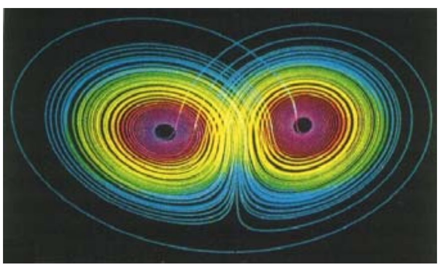


Abb. 3 - Lorenz Attraktor

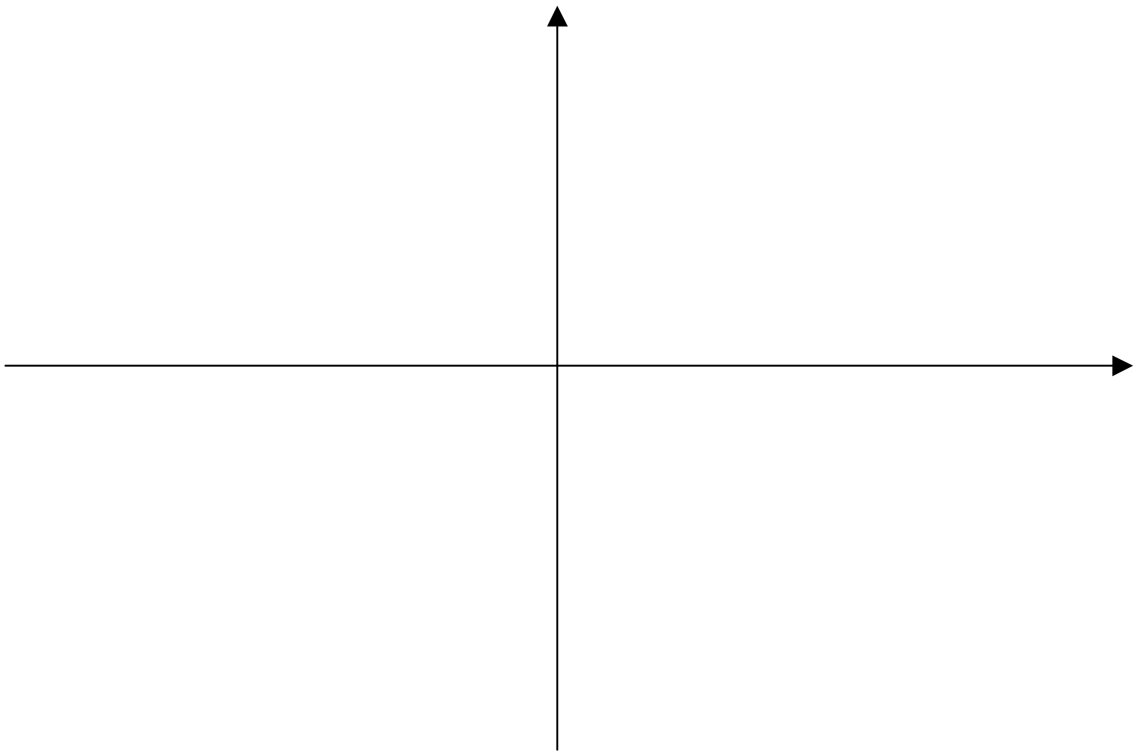
Arbeitsblatt 1:

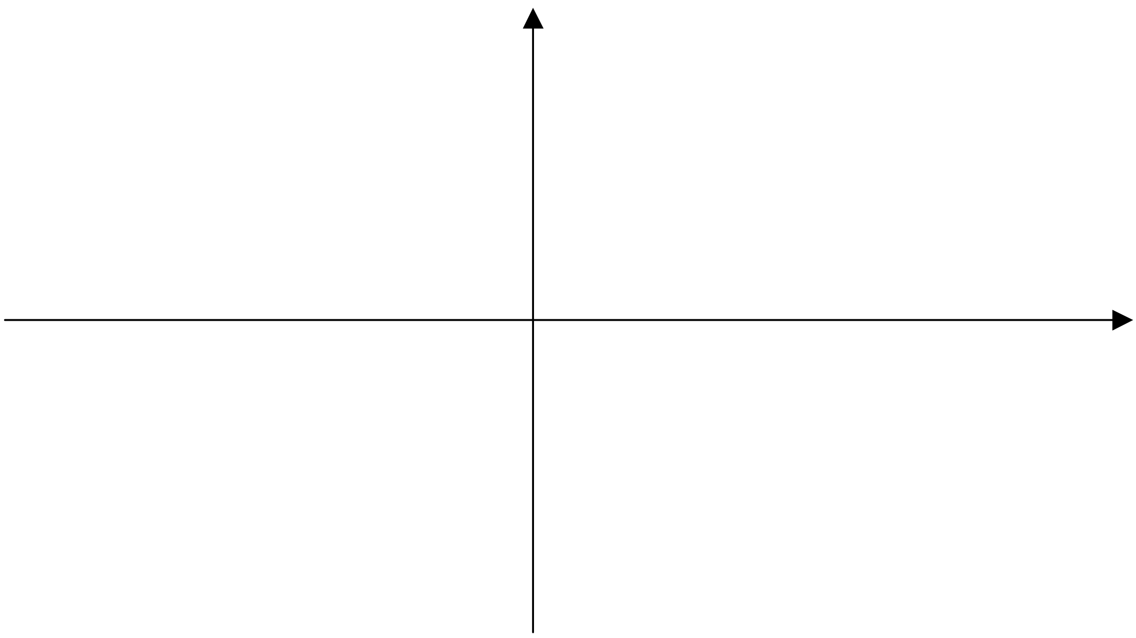
1. Weg - Zeit - Diagramm (s-t-Diagramm)

2. Geschwindigkeit - Zeit - Diagramm (v-t-Diagramm)

Arbeitsblatt 2:

selbst entworfene Diagramme



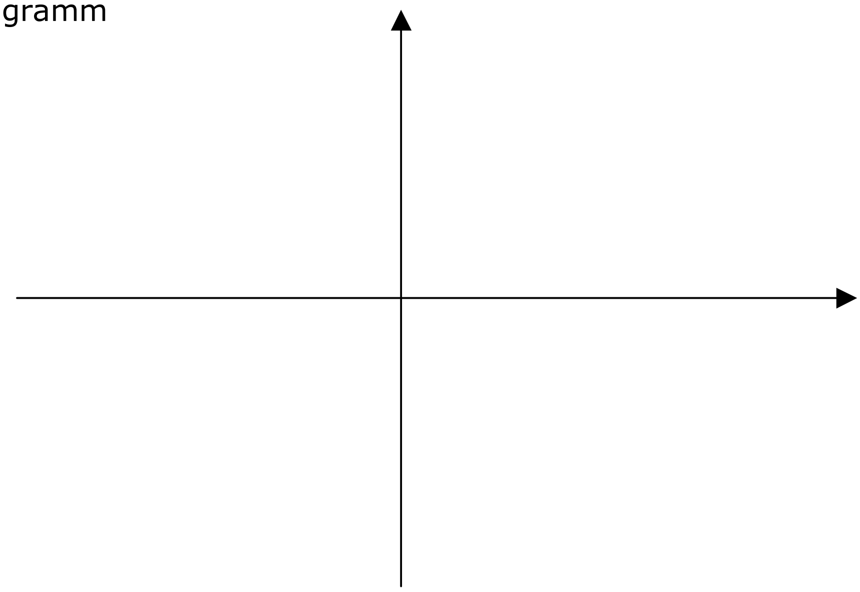


Arbeitsblatt 3 -1: (Pendel ungedämpft)

1. Winkel– Zeit - Diagramm

2. Winkelgeschwindigkeit - Zeit - Diagramm

3. Phasendiagramm



Arbeitsblatt 3 -2: (Pendel gedämpft)

1. Winkel – Zeit - Diagramm

4. Winkelgeschwindigkeit - Zeit - Diagramm

5. Phasendiagramm