Prof. Dr. A. Werner Frankfurt/M., den 7.1.2008

Übungen zur Einführung in die Algebraische Geometrie I

Blatt 9

1. Es sei $(X, \mathcal{O}_X)$ ein Schema und U eine offene Teilmenge von X, die wir mit der Relativtopologie ausstatten. Zeigen Sie, dass $(U, \mathcal{O}_X|_U)$ ein Schema ist und dass sich die Inklusion $U \hookrightarrow X$ zu einem Schemamorphismus $(U, \mathcal{O}_X|_U) \to (X, \mathcal{O}_X)$ fortsetzen läßt. Hier ist $\mathcal{O}_X|_U$ die Einschränkung der Strukturgarbe wie in Blatt 7, Aufgabe 2 definiert.

2. Es sei X ein Schema.

   i) Sei x ein Punkt in X mit Restklassenkörper $\kappa(x)$. Dann existiert ein natürlicher Schemamorphismus $\operatorname{Spec} \kappa(x) \to X$, dessen Bild der Punkt x ist.

   ii) Es sei K ein beliebiger Körper. Zeigen Sie, dass es eine Bijektion gibt zwischen der Menge aller Schemamorphismen $\operatorname{Spec} K \to X$ und der Menge aller Paare (x, i) mit $x \in X$ und $i : \kappa(x) \hookrightarrow K$ ein Körperhomomorphismus.

3. Zeigen Sie, dass es für jedes Schema X einen eindeutig bestimmten Schemamorphismus $X \to \operatorname{Spec}\mathbb{Z}$ gibt.