Prof. Dr. A. Werner Frankfurt/M., den 17.12.2007

Übungen zur Einführung in die Algebraische Geometrie I

Blatt 8

1. Es sei p eine Primzahl. Zeigen Sie, dass $\operatorname{Spec} \mathbb{F}_p[T]$ aus dem Nullideal und den Idealen (f) für irreduzible Polynome $f \in \mathbb{F}_p[T]$ besteht. Welche Körper tauchen als Restklassenkörper von $\operatorname{Spec} \mathbb{F}_p[T]$ auf?

2. Ein Schema heißt quasi-kompakt, wenn der unterliegende topologische Raum quasi-kompakt ist. Zeigen Sie, dass ein Schema X genau dann quasi-kompakt ist, wenn es Vereinigung endlich vieler affiner Schemata ist.

3. Es sei Z eine Teilmenge eines beliebigen topologischen Raumes. Ein Punkt $\zeta \in Z$ heißt generischer Punkt von Z, falls Z gleich dem Abschluss der Einpunktmenge $\{\zeta\}$ ist. Zeigen Sie: Ist X ein Schema, so hat jede nichtleere irreduzible abgeschlossene Teilmenge $Z \subset X$ einen eindeutig bestimmten generischen Punkt.