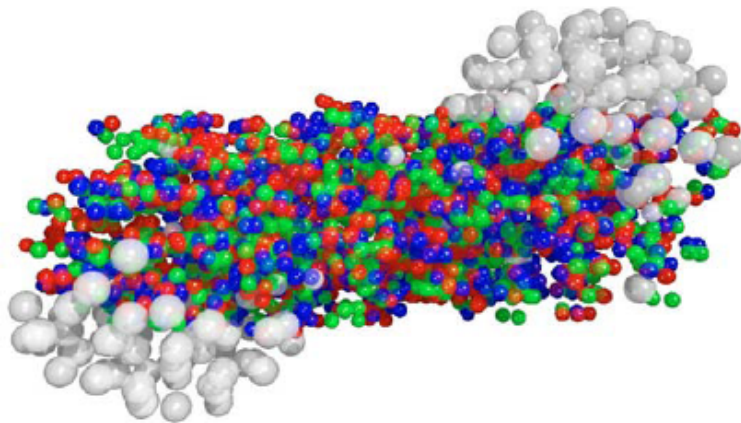


Pionenproduktion in Stößen leichter Kerne bei 40 und 158 GeV pro Nukleon



Diplomarbeit

vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann- Wolfgang- Goethe- Universität Frankfurt

von

Benjamin Lungwitz
Matr. Nr. 2068613

Frankfurt, der 20. Oktober 2004

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 0 Thema und Aufbau dieser Arbeit | 5 |
| 1 Einleitung | 7 |
| 1.1 Vom Aufbau der Materie | 7 |
| 1.1.1 Ansichten der Antike | 7 |
| 1.1.2 Die Rückkehr des Atommodells | 8 |
| 1.1.3 Was sind Atome ? | 8 |
| 1.1.4 Die Quantenmechanik | 10 |
| 1.1.5 Die Quantenelektrodynamik | 11 |
| 1.2 Atomkern und Kernkräfte | 12 |
| 1.2.1 Das Confinement | 13 |
| 1.2.2 Das Quark- Gluon- Plasma | 14 |
| 1.2.3 Verlauf einer Schwerionenkollision | 15 |
| 1.2.4 Signaturen des Quark- Gluon- Plasma | 16 |
| 1.3 Pionen | 17 |
| 1.4 Ziel dieser Arbeit | 18 |
| 2 Das NA49 Experiment | 21 |
| 2.1 Das CERN- SPS | 21 |
| 2.1.1 Der Fragmentationsstrahl | 23 |
| 2.2 Aufbau des NA49- Experiments | 24 |
| 2.2.1 Funktionsweise der TPCs | 26 |
| 3 Datenverarbeitung | 29 |
| 3.1 Verarbeitung der NA49 Rohdaten | 29 |
| 3.1.1 Die Rekonstruktionskette | 29 |
| 3.1.2 Kopieren der DSTs zu Mini- DSTs | 32 |
| 3.2 Teilchenidentifikation mit dE/dx | 32 |
| 3.2.1 Berechnung und Kallibrierung des mittleren spezifischen Energieverlusts | 34 |
| 4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung | 37 |
| 4.1 Verwendete Datensätze | 37 |
| 4.2 Eventselektion | 37 |
| 4.3 Zentralitätsbestimmung der Datensätze | 40 |
| 4.3.1 Berechnung der Anzahl der wounded Nucleons | 43 |
| 5 Analyse der experimentellen Daten | 45 |
| 5.1 Spurselektion | 45 |
| 5.1.1 Spurselektion für MTPC dE/dx | 46 |
| 5.1.2 Spurselektion für h^- Analyse | 46 |
| 5.2 Analyse der Teilchenspuren und Erstellung der Pionenspektren | 47 |
| 5.2.1 Teilchenidentifikation über ihren Energieverlust (dE/dx) | 47 |

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|-----------|--|------------|
| 5.2.2 | Die h^- Methode zum Erstellen von Pionenspektren ohne Teilchenidentifikation | 52 |
| 5.3 | Korrekturen | 52 |
| 5.3.1 | geometrische Korrektur der dE/dx - Analyse | 54 |
| 5.3.2 | Effizienz- Korrektur der dE/dx - Analyse | 55 |
| 5.3.3 | Geometrische, Zerfalls- und Effizienzkorrektur der h^- - Analyse | 56 |
| 5.3.4 | Feeddown- Korrektur | 57 |
| 5.3.5 | Die Pionen- Reinheit | 60 |
| 5.4 | Extrapolation der gemessenen Spektren | 61 |
| 6 | Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler | 63 |
| 6.1 | Transversalimpuls- Spektren | 63 |
| 6.2 | Transversale Massenspektren | 69 |
| 6.3 | Differenzen der Analysemethoden | 74 |
| 6.4 | Rapiditätsspektren und totale Multiplizität | 81 |
| 6.5 | Der Inverse Slope Parameter | 85 |
| 6.6 | Die mittlere transversale Masse | 88 |
| 6.7 | Zusammenfassung der Ergebnisse | 91 |
| 7 | Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei 40A GeV C+C - Kollisionen | 93 |
| 7.1 | Zentralitätsklassen | 93 |
| 7.2 | Ergebnisse | 94 |
| 8 | Modelle für Kern- Kern- Stöße | 101 |
| 8.1 | Das Wounded Nucleon- Modell | 101 |
| 8.2 | UrQMD | 101 |
| 8.3 | Venus | 102 |
| 8.4 | Das Statistical Model of the Early Stage | 105 |
| 9 | Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen | 109 |
| 9.1 | Energieabhängigkeit | 110 |
| 9.2 | Systemgrößenabhängigkeit | 112 |
| 10 | Zusammenfassung und Schlussfolgerung | 119 |
| A | Kinematische Variablen | 121 |
| A.1 | Transversale Variablen | 121 |
| A.2 | Longitudinale Variablen | 121 |
| B | Spektren und Wertetabellen | 125 |
| | Literaturverzeichnis | 133 |
| | Abbildungsverzeichnis | 135 |
| | Tabellenverzeichnis | 139 |
| | Danksagung | 141 |
| | Erklärung | 142 |

0 Thema und Aufbau dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird die Produktion von Pionen bei Stößen von Kohlenstoff- und Silizium- Kernen bei Labor- Energien von $40A$ GeV und $158A$ GeV im NA49- Experiment am CERN SPS untersucht.

Das Kapitel 1 gibt zunächst einen Überblick über die Geschichte des Verständnisses der Menschen vom grundlegenden Aufbau der Materie von den alten Griechen bis zum heutigen Zeitpunkt. Anschließend wird das heutige Modell der Teilchenphysik und die Idee des Quark- Gluon- Plasmas kurz vorgestellt. Das Kapitel endet mit der Beschreibung des Ziels dieser Arbeit.

Anschließend wird in Kapitel 2 der CERN- Beschleuniger und das NA49 Experiment, die Apparaturen, die die hier untersuchten Daten geliefert haben, beschrieben.

In Kapitel 3 wird erklärt, wie die Verarbeitung der Rohdaten des Experiments erfolgt.

In Kapitel Nr. 4 wird angegeben, welche Datensätze untersucht und welche Events für die Analyse selektiert werden. Außerdem wird die Zentralität der Kollisionen sowie die Anzahl der beteiligten Nukleonen bestimmt.

Kapitel 5 beschreibt das Vorgehen bei der Datenanalyse. Dabei kommen zwei verschiedene Analyseprozeduren zum Einsatz, welche nebeneinander präsentiert werden, um die Unterschiede und Gemeinsamkeiten besser zu erkennen. Es werden zunächst die für die Analyse geeigneten Teilchenspuren selektiert, die Teilchen werden identifiziert und die unkorrigierten Spektren erstellt. Anschließend werden Korrekturfaktoren für verschiedene Effekte, welche für eine Abweichung der gemessenen von den „wahren“ Spektren verantwortlich sind, bestimmt und angewandt.

Im Kapitel 6 werden die Ergebnisse der Analyseprozeduren für die vier untersuchten Kollisionssysteme vorgestellt, die korrigierten Spektren werden in den Impulsbereich extrapoliert, wo eine Messung nicht möglich war und die systematischen Fehler werden diskutiert.

Da der Datensatz der $40A$ GeV $C+C$ Kollisionen auch sehr periphere Interaktionen enthält, ist es bei ihm möglich, die Pionenproduktion bei verschiedenen Zentralitäten zu untersuchen. Dies geschieht in Kapitel 7.

In Kapitel 8 werden einige Modelle von Kern- Kern- Stößen vorgestellt. Das Venus- und das UrQMD- Modell wird, zum Vergleich der Messungen mit den Modellvorhersagen, bei den in dieser Arbeit untersuchten Systemen angewandt.

In Kapitel Nr. 9 werden die Ergebnisse der Analyse mit denen anderer Arbeiten verglichen und zusammengefasst. Außerdem finden Vergleiche mit Modellvorhersagen, die im vorherigen Kapitel vorgestellt wurden, statt.

Die Arbeit schließt mit der Zusammenfassung und Schlussfolgerung (Kap. 10).

Der Anhang beginnt mit einer Beschreibung verschiedener in der Schwerionenphysik verwendeter kinematischer Variablen (Teil A).

0 Thema und Aufbau dieser Arbeit

Anschließend (Teil B) werden zusätzliche Graphen gezeigt, für die aus Gründen der Übersichtlichkeit in dem Hauptteil der Arbeit kein Platz war, die aber dennoch von Interesse sein könnten.

1 Einleitung

1.1 Vom Aufbau der Materie

1.1.1 Ansichten der Antike

Die Philosophen im alten Griechenland versuchten, die Existenz der Dinge, das Bewusstsein, die Herkunft des Menschen und die Phänomene der Natur zu erklären. Die Methode, mit der dies geschah, war in erster Linie die Philosophie, also nicht die empirische und mathematische Betrachtungsweise, die wir heute in der Wissenschaft verwenden. Die griechischen Philosophen waren weiterhin „Universalgelehrte“, sie beschäftigten sich nicht mit einem Teilgebiet der Wissenschaft sondern mit der Gesamtheit. Dies war möglich, da das damalige Wissen überschaubar war, so dass ein einzelner Mensch komplett darüber verfügen konnte. Eine der zentralen Fragestellungen der damaligen Philosophen war, wie die Materie, die uns umgibt, aufgebaut ist. Diese Frage beschäftigte nicht nur die antiken Philosophen, sondern beschäftigt uns auch heute - über 2500 Jahre später - noch.

Die griechischen Philosophen versuchten, alles Existierende auf einen bestimmten „Urstoff“ zurückzuführen. **Thales von Milet** (ca. 624 - 546 v. Chr.) hielt Wasser, **Anaximenes von Milet** (585 - 528 v. Chr.) hingegen Luft für diesen „Urstoff“. **Heraklit** (ca. 580 - 520 v. Chr.) hielt hingegen das Feuer für entscheidend, da seiner Meinung nach die Welt im ständigen Wandel ist und das einzige, was wirklich ist, der Wandel selbst sei. Der „Urstoff“, der die Ursache für diese Veränderungen sei, müsse also selbst etwas sein, was sich permanent verändert, auch wenn es scheinbar das Gleiche bleibt, so wie das Feuer. Zur selben Zeit vertrat **Parmenides** (ca. 580 - 520 v. Chr.) eine entgegengesetzte Auffassung. Seiner Meinung nach war die Wirklichkeit unverändert und jede Veränderung nur Schein. Der Identität der Antike zufolge gilt: „Das Seiende ist“. Er nahm diesen Satz auf und folgerte daraus, dass das „Seiende“ eine Einheit darstellen muss, denn sonst müsste etwas außerhalb des „Seins“ existieren. Aus dieser Einheit leitete er dann die Unveränderlichkeit des Seins ab, da ein Übergang von einem Sein zu einem anderen nicht möglich ist.

Demokrit (ca. 460 - 370 v. Chr.) versuchte später, diesen Widerspruch aufzulösen. Der Schüler des **Leukipp** übernahm viele Gedanken des Parmenides, verneinte jedoch dessen Auffassung, dass jede Form von Veränderung nur Schein ist. Seiner Meinung nach beruht der „Schein“, der für ihn Wirklichkeit war, auf einer örtlichen Bewegung, die von mehreren Seienden als Teil des einen (gesamten) „Seins“ ausgeführt wird, wobei jedes einzelne „Sein“ für sich unveränderlich und unteilbar ist. Man nennt es „Atom“ (atomus = gr. unteilbar). Außerhalb existiere das „Nichts“, was abermals einen Widerspruch zu Parmenides darstellt. Für Demokrit existierte nur „Atome“ und „Nichts“, wobei alles Materielle aus Atomen besteht und Veränderungen durch Vereinigung und Trennung von Atomen verursacht werden. Die Atome seien so klein, dass man sie niemals sehen könne, sind massiv und unterscheiden sich durch Gestalt und Größe. Sie sollen runde, glatte und eckige Formen haben können. Er versuchte auch, unsere Sinnwahrnehmungen zu erklären, das Sehen eines Gegenstandes funktioniere ihm zufolge so, dass Atome von diesem Gegenstand zu unserem

1 Einleitung

Auge gelangen. Die Seele bestehe seiner Ansicht nach aus „Seelenatomen“. Für seine Zeit waren seine Vorstellungen sehr fortschrittlich, denn sowohl die Existenz als auch die Bewegung der Atome sollte sich Jahrtausende später als richtig erweisen. Auch den Prozess des Sehens beschrieb er erstaunlich gut (heute ist bekannt, dass Photonen, nicht Atome des Gegenstandes selbst, zu unserem Auge gelangen). Für fast 2000 Jahre sollte dies (aus heutiger Sicht) das modernste Bild des Aufbaus der Materie bleiben.

Platon (427 - 347 v. Chr.), Schüler des **Sokrates**, bezeichnete, wie zuvor **Empedokles**, Erde, Wasser, Luft und Feuer als die Grundelemente und wies ihnen geometrische Formen zu (Erde: Kuben, Wasser: Ikosaeder, Luft: Oktaeder, Feuer: Tetraeder). Seiner Meinung nach bestünden alle irdischen Stoffe aus diesen vier Elementen.

Sein Schüler **Aristoteles** übernahm seine Lehre und bezeichnete sich als Gegner der „Atomisten“ und damit von Demokrit. Er lehnte die Vorstellung von leerem Raum zwischen den Atomen und von der Bewegung der Atome ab. Dennoch gebührt Aristoteles der Verdienst, Demokrits Theorie überliefert zu haben. Die Ablehnung der Atom-Idee ist nicht die einzige „richtige“ Theorie, die von Aristoteles abgelehnt wurde, und die daher für lange Zeit keine Rolle mehr spielte. Aristoteles lehnte auch die Idee ab, die Erde sei eine Kugel, obwohl einem Landsmann bereits die Bestimmung des Erdradius gelungen war. Seine Theorien hatten in den folgenden 2000 Jahren eine große Bedeutung, obwohl sie einen Rückschritt darstellten. Das liegt auch daran, dass seine Lehren gut mit denen der katholischen Kirche übereinstimmten, für die die Ideen der Atomisten heidnisch und gottlos waren. [1]

1.1.2 Die Rückkehr des Atommodells

Nachdem im Mittelalter lange Zeit das von der Kirche unterstützte Modell der vier Elemente vorherrschte, wurde die Vorstellung von Atomen erst im 18. Jahrhundert wieder aufgegriffen, als verschiedene „Lüfte“, wie Wasserstoff, Sauerstoff und Chlorgas, entdeckt wurden. Dies stand im Widerspruch zur herrschenden Meinung, es gebe vier Elemente, Erde, Wasser, Luft und Feuer. Im Jahr der französischen Revolution, 1789, veröffentlichte **Antoine Lavoisier** (1743 - 1794) seine Theorie, worin er 23 verschiedene chemische Elemente aufführte.

Amadeo Avogadro (1776 - 1856) zeigte, dass bei Gasen die Reaktionspartner stets in einfachen Volumenverhältnissen stehen (z. B. zwei Teile Wasserstoff reagieren mit einem Teil Sauerstoff zu zwei Teilen Wasserdampf). Er vermutete, dass ein gegebenes Volumen eines Gases stets die gleiche Anzahl von Atomen aufweist.

John Dalton (1766 - 1844) führte die Überlegungen zu den Atomen fort und fand unter anderem, dass der Gesamtdruck eines Gasgemisches die Summe der Partialdrücke der Einzelgase ist (*Daltonsche Gesetz*). Den Gasdruck führte er auf die Abstoßung gleichartiger Atome zurück.

Die *Kinetische Gastheorie* stellte einen Zusammenhang zwischen der Temperatur eines Gases und der Bewegung der Gasmoleküle her und wurde in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts entwickelt. Dabei sind vor allem **James Clerk Maxwell** (1831 - 1879) und **Ludwig Boltzmann** (1844 - 1906) zu nennen. [1]

1.1.3 Was sind Atome ?

Nachdem sich langsam durchgesetzt hatte, dass die Materie, die uns umgibt, aus Atomen besteht, blieb die Frage, was Atome eigentlich sind. Bevor diese Fragestel-

lung jedoch beantwortet werden konnte, stellten einige wichtige Entdeckungen die dafür notwendigen Werkzeuge zur Verfügung.

Im Jahr 1895 entdeckte **Wilhelm Conrad Röntgen** (1845 - 1923) in Würzburg eine bis dahin unbekannte Strahlungsart, die Materie durchdringen kann. Die nach ihm benannten *Röntgenstrahlen* wurden in einer Kathodenstrahlröhre erzeugt und mit einem Fluoreszenzschirm sichtbar gemacht.

Ein Jahr später entdeckte **Henri Antoine Becquerel** (1852 - 1908) in Paris ebenfalls neue Strahlen, die von Uranerzen ausgesendet wurden. Diese schwärzten nicht nur Fotoplatten, sondern machten auch Gase elektrisch leitfähig, was man heute Ionisation nennt.

Joseph John Thomson (1856 - 1940) untersuchte ein Jahr nach Becquerel in England die Kathodenstrahlung. Diese wird von einer negativ geladenen Elektrode, die sich im Vakuum befindet, ausgesandt und macht sich durch ein blaues Leuchten des Restgases, welches sie durchquert, bemerkbar. Seit ihrer Entdeckung im Jahre 1859 durch **Johus Plücker** rätselte man über ihre Beschaffenheit. Thomson entdeckte, dass die Kathodenstrahlung ebenfalls Gase ionisiert. Weiterhin wird sie von elektrischen und magnetischen Feldern abgelenkt. Dies kann man sich zu Nutze machen, in dem man gleichzeitig ein elektrisches und ein magnetisches Feld anlegt, und zwar so, dass der Strahl insgesamt nicht abgelenkt wird. Aus der Stärke der Felder kann man nun die Geschwindigkeit der Teilchen bestimmen¹ (*Geschwindigkeitsfilter*). Aus der Ablenkung der Strahlung im elektrischen Feld konnte er nun das Verhältnis Ladung zu Masse der Bestandteile der Kathodenstrahlung bestimmen und fand, dass dieses ca. 1000 mal größer als bei Wasserstoffionen ist. Da sich sein Ergebnis bei verschiedenen Gasen in der Kathodenröhre nicht änderte, schoss Thomson, dass diese sogenannten *Elektronen* in jeder Materie vorkommen. In seinem Atommodell sind die Elektronen wie Rosinen im positiven Atom eingebettet.

Ernest Rutherford (1871 - 1937) identifizierte die drei Hauptbestandteile der radioaktiven Strahlung, die von Becquerel entdeckt wurde, und nannte sie *Alpha*-, *Beta*- und *Gammastrahlung*. Weiterhin fand er heraus, dass Alphastrahlung aus Helium-Atomkernen besteht. Rutherford schirmte einen radioaktiven Stoff so ab, dass die Strahlung nur in eine Richtung entweichen konnte und führte den Strahl durch ein elektrisches Feld. Dadurch konnte er die Alpha-Strahlung von der übrigen trennen. Diesen Alpha-Strahl richtete er auf eine Goldfolie. Mit einem um die Goldfolie beweglichen Szintillator, wo jedes Alpha-Teilchen einen Lichtblitz verursachte, war es möglich, für jeden Streuwinkel die Zahl der dorthin gestreuten Alphateilchen pro Zeiteinheit zu bestimmen. Seine Beobachtung war, dass der größte Teil der Alpha-Teilchen die Goldfolie fast unbeeinträchtigt durchdrang, also kaum abgelenkt wurde. Weiterhin beobachtete Rutherford, dass ein kleiner Teil der Alpha-Teilchen unter sehr hohen Winkeln abgelenkt wurde. Aus diesen Beobachtungen schloss er folgendes: Die Atomkerne mussten sehr klein und massiv sein, um eine Ablenkung unter hohen Winkeln zu erklären. Weiterhin müsse sich zwischen den Atomkernen sehr viel fast leerer Raum (keine massiven Kerne, nur leichte Elektronen) befinden, da so viele Alpha-Teilchen so gut wie nicht abgelenkt wurden. Dies war ein Widerspruch zu Thomsons Atommodell, welches eine große Ausdehnung der positiv geladenen Atomkerne annahm. Rutherford stellte nun die Theorie auf, die Materie bestehe aus kleinen, aber massiven positiv geladenen Kernen, die Elektronen umkreisen diese wie Planeten die Sonne (*Planetenmodell*). [1]

¹ $q \cdot v \cdot B = q \cdot E \Rightarrow v = \frac{E}{B}$, q : Ladung, v : Geschwindigkeit, B : Magnetische Induktion, E : elektrische Feldstärke

1.1.4 Die Quantenmechanik

Das Planetenmodell hatte jedoch einige Schwachpunkte. Zum einen müssten Elektronen, die um einen Atomkern kreisen, ständig *Dipolstrahlung* aussenden, sie würden schnell ihre Energie verlieren und in den Kern stürzen. Außerdem konnte dieses Modell nicht die *Spektrallinien* erklären, welche zu beobachten sind, wenn man Gas mit weißem Licht bestrahlt (*Absorptionslinien*) oder zum Leuchten anregt (*Emissionslinien*).

Nils Bohr (1885 - 1962) entwickelte ein Atommodell, in dem er folgendes postulierte:

- Die Elektronen können sich nur auf bestimmten Bahnen um den Kern bewegen. Diesen Bahnen entsprechen verschiedene Energieniveaus.
- Die Bewegung auf diesen Bahnen erfolgt ohne Energieverlust.
- Das Elektron absorbiert oder emittiert Energie nur beim Übergang zwischen zwei Energieniveaus.

Dieses Modell konnte zwar die obigen Probleme lösen, die Postulate aber scheinen „vom Himmel zu fallen“, werden also nicht physikalisch erklärt.

Dies sollte die Quantenmechanik übernehmen.

1900 stellte **Max Planck** (1858 - 1947) die Ableitung seines Strahlungsgesetzes für Hohlraumstrahlung vor. Dabei nahm er an, dass die Energie harmonischer Oszillatoren nur diskrete Werte annehmen kann, im Gegensatz zur klassischen Vorstellung, wo diese Werte ein Kontinuum bilden. Er führte dabei die Naturkonstante $h = 2\pi\hbar = 6.026 \cdot 10^{-34} Js$, das sogenannte „*Plancksche Wirkungsquantum*“ ein. [2] **Albert Einstein** (1879 - 1955), der spätere Entwickler der Relativitätstheorie, entdeckte, dass die kinetische Energie von Elektronen, die durch Licht aus Metallen herausgeschlagen wurden, nicht von der Stärke der Lichtquelle, sondern allein von ihrer Wellenlänge abhängt. Er erklärte dies damit, dass Licht auch Teilcheneigenschaften besitzt und immer nur ein Lichtteilchen, ein *Photon*, ein Elektron treffe. Die Energie der Photonen ist einzig von der Wellenlänge des Lichtes abhängig.² Für diesen sog. *Photoeffekt* bekam er später den Nobelpreis.

Louis de Broglie (1892 - 1987) sagte nun voraus, dass dieser *Welle-Teilchen-Dualismus* nicht nur für Licht sondern auch für Materie gilt. Diese Materiewellen haben die Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{p}$ und wurden experimentell 1927 von **Clinton Davisson** und **Lester Germer** beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen gefunden.

Werner Heisenberg (1901 - 1976) stellte 1927 fest, dass es unmöglich ist, Ort und Impuls eines Teilchens zusammen beliebig genau zu messen. Diese *Unschärfereleation*³ gilt in verallgemeinerter Form auch für andere Paare von Observablen, deren Kommutatoren nicht vertauschen, zum Beispiel zwei Ortskomponenten des Drehimpulses.

Nun war die Vorstellung der Elektronen, die um den Atomkern kreisen, nicht mehr haltbar. **Erwin Schrödinger** (1887 - 1961) führte 1927 die quantenmechanische *Wellenfunktion* Ψ ein, die der *Schrödingergleichung*⁴ folgt. Mit dieser Gleichung, oder mit der äquivalenten *Heisenberggleichung*, konnte man nun zumindest für das Wasserstoffatom die Energieniveaus der Elektronen berechnen.

² $E = h \cdot \nu$, E : Photonenenergie, ν : Frequenz

³ $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, Δx : Unschärfe der Ortsbestimmung, Δp : Unschärfe der Impulsbestimmung

⁴ $i\hbar\dot{\Psi} = H\Psi$, zeitunabhängig: $H\Psi = E\Psi$, H : Hamiltonoperator, Ψ : Wellenfunktion, E : Energie-Eigenwert

Die Elektronen im Wasserstoffatom werden durch die folgenden *Quantenzahlen* beschrieben:

- Hauptquantenzahl n : Sie gibt an, in welcher Schale und in welchem Energieniveau sich das Elektron befindet.
- Drehimpulsquantenzahl l ($l \leq n - 1$): Sie beschreibt den Betrag des Drehimpulses des Elektrons.⁵
- magnetische Quantenzahl m ($-l \leq m \leq +l$): Sie gibt die z- Komponente des Drehimpulsvektors wieder.⁶
- Spinquantenzahl s ($s = \pm \frac{1}{2}$): Sie gibt die Lage des Elektronenspins an.

Aufgrund des *Pauli- Prinzips* können keine zwei Elektronen die selben Quantenzahlen haben, da sie Fermionen sind. Daher können sich auf jeder Schale maximal $2n^2$ Elektronen befinden. [3]

1.1.5 Die Quantenelektrodynamik

In der *Quantenmechanik (QM)* werden zwar die Teilchen quantisiert, die Felder, die sie beeinflussen, werden jedoch weiterhin klassisch beschrieben. Außerdem sind die Effekte der *speziellen Relativitätstheorie* nicht berücksichtigt. Die *Quantenelektrodynamik (QED)* hingegen bietet eine umfassende quantenmechanische Beschreibung aller elektromagnetischer Phänomene und ihrer Wechselwirkungen mit Materie. Ihre Grundlagen wurden um 1930 von **Paul Dirac** (1902 - 1984) entwickelt, indem er für ein Elektron die spezielle Relativitätstheorie mit der Quantenmechanik verband (*Dirac- Gleichung*). Diese Theorie forderte die Existenz von *Antiteilchen*, welche später auch nachgewiesen wurden. In den 40er Jahren wurde die QED entwickelt, besonders zu nennen sind dabei die Namen **Richard P. Feynman**, **Julian Schwinger** und **Shinichiro Tomonaga**. Diese Theorie ist zwar mathematisch trickreich, da sie über viele Singularitäten verfügt, die geschickt entfernt werden müssen, ihre Vorhersagen jedoch stimmen extrem gut mit den Experimenten überein.

Mit immer genaueren Messungen fand man heraus, dass die einfache quantenmechanische Beschreibung des Wasserstoffatoms (siehe oben) der Wirklichkeit zwar sehr nahe kommt, aber nicht exakt ist. Mit Hilfe der QED fand man eine Reihe von Korrekturen:

- Spin- Bahn- Kopplung (Feinstruktur)
- Lamb- Shift aufgrund der Vakuumpolarisation
- Kerndrehimpuls- Hüllendrehimpuls- Kopplung (Hyperfeinstruktur)

Mit diesen Korrekturen lassen sich die Energieniveaus des Wasserstoffatoms mit beeindruckender Genauigkeit berechnen.

⁵ $\vec{L}^2 = \hbar^2 \cdot l \cdot (l + 1)$, L : Gesamtdrehimpuls

⁶ $L_Z = \hbar m$

1.2 Atomkern und Kernkräfte

Nachdem der Aufbau der Atomhülle nun weitestgehend bekannt war, blieb die Frage, aus was der Atomkern aufgebaut ist. Nach der Entdeckung des *Neutrons* 1932 durch **James Chadwick** glaubte man lange Zeit, die elementaren Bestandteile der Atomkerne gefunden zu haben. **Hideki Yukawa** versuchte, die Wechselwirkung zwischen den *Nukleonen*, also Protonen und Neutronen, durch den Austausch virtueller π -Mesonen zu erklären. 1947 wurde dieses Teilchen tatsächlich entdeckt. In den 50er und 60er Jahren wurden so viele neue „Elementarteilchen“ entdeckt, dass man langsam zu der Überzeugung kam, dass diese nicht wirklich elementar sein konnten.

1964 schlugen **Murray Gell-Mann** und **George Zweig** Quarks als elementare Bestandteile der Baryonen und Mesonen vor. Ein Baryon sollte demnach aus drei Quarks bestehen, ein Meson aus einem Quark und einem Antiquark. Sie postulierten drei Quarks: *up*, *down* und *strange*.

Zunächst hielten die meisten Physiker das Quarkmodell lediglich für eine mathematische Erklärung der Systematik der Teilchen, nicht jedoch für eine Beschreibung der Realität. Dies liegt daran, dass keine freien Quarks beobachtet werden können.

1965 wurde von **O.W. Greenberg**, **M.Y. Han** und **Yoichiro Nambu** die *Farbe* als weitere Quantenzahl eingeführt. Alle beobachteten Hadronen (also Baryonen und Mesonen) sind farbneutral, also weiß. Notwendig ist diese zusätzliche Quantenzahl, da 1964 das Ω^- Baryon gefunden wurde, welches nach dem Quarkmodell aus drei *s*-Quarks besteht, deren Spins alle in die gleiche Richtung zeigen. Somit stimmen die drei Quarks in allen bisher bekannten Quantenzahlen überein, was eine Verletzung des Pauli-Prinzips wäre.

1968-1969 wurden am Stanford Linear Accelerator (SLAC) Elektronen an Protonen gestreut. Das Ergebnis wurde von Feynman und James Bjorken so interpretiert, dass sich innerhalb der Protonen kleinere Streuzentren, sogenannte *Partonen*, befinden. Heute bezeichnet man Quarks und Gluonen so.

1973 wurde die Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung, die *Quantenchromodynamik (QCD)*, formuliert. In ihr tragen die Quarks eine *Farbladung*, die Wechselwirkung zwischen Quarks erfolgt über ebenfalls farbige Gluonen. Da es drei verschiedene Farbladungen gibt und die Wechselwirkungsbosonen nicht farbneutral sind, ist die QCD viel komplizierter zu rechnen als die QED. Außerdem ist die Kopplungskonstante α der starken Wechselwirkung ≈ 1 , im Gegensatz z. B. zur elektromagnetischen ($\alpha \approx 1/137$), so dass eine Störungsrechnung meist nicht möglich ist, da Terme höherer Ordnung vergleichbar großen Einfluss auf das Ergebnis haben wie die Terme niedriger Ordnung. Leider erlaubt es diese komplizierte Mathematik der QCD nur in speziellen Fällen, Vorhersagen zu machen. Meist muss man daher phänomenologische Modelle verwenden, um die starke Wechselwirkung zu beschreiben.

Das sogenannte *Standardmodell* beinhaltet die vier fundamentalen Wechselwirkungen, wobei es möglich ist, die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung zu der *elektroschwachen Wechselwirkung* zusammenzufassen.

Heute kennt man jeweils 6 Quarks und Antiquarks, sowie 6 Leptonen und Antileptonen (vgl. Tabelle 1.1).

Die vier Wechselwirkungen werden über Austauschpartikel vermittelt (vgl. Tabelle 1.2).

Bis auf die Gravitonen und die Higgs-Bosonen, die den Quarks ihre Masse geben sollen, wurden alle Austauschpartikel experimentell nachgewiesen. [3]

| Ladung | 1. Generation | | 2. Generation | | 3. Generation | |
|----------------|---------------|-------------|---------------|------------|---------------|-----------|
| Quarks | | | | | | |
| $+\frac{2}{3}$ | u | 1.5-4.5 MeV | c | 1-1.4 GeV | t | 175 GeV |
| $-\frac{1}{3}$ | d | 5-8.5 MeV | s | 80-155 MeV | b | 4-4.5 GeV |
| Leptonen | | | | | | |
| -1 | e | 511 keV | μ | 105.7 MeV | τ | 1.777 GeV |
| 0 | ν_e | <3 eV | ν_μ | <190 keV | ν_τ | <18.2 MeV |

Quelle: [4]

Tabelle 1.1: Tabelle der bekannten elementaren Fermionen und ihrer Masse. Ihre Antiteilchen sind nicht extra aufgeführt.

| Wechselwirkung | Stärke (Kopplungskonstante) | Reichweite | Austauschteilchen |
|--------------------|-----------------------------|-------------|--|
| starke | 1 | $10^{-15}m$ | 8 Gluonen |
| schwache | 10^{-13} | $10^{-17}m$ | W^\pm ($m = 80$ GeV) Z^0 ($m = 91$ GeV) |
| elektromagnetische | 1/137 | ∞ | Photonen (γ) |
| Gravitation | 10^{-39} | ∞ | Gravitonen |

Quelle: [5]

Tabelle 1.2: Tabelle der bekannten Wechselwirkungen, ihrer Eigenschaften und ihrer Austauschteilchen.

1.2.1 Das Confinement

Wie bereits oben erwähnt, kommen in der Natur nur farbneutrale Teilchen vor. Die Ursache dafür ist die Form des Potentials der starken Wechselwirkung. Betrachten wir die Wechselwirkung eines Quarks und eines Antiquarks. Wenn sie elektromagnetisch wechselwirken, ist die potentielle Energie $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$. Wechselwirken sie jedoch stark miteinander, kann man die potentielle Energie mit der phänomenologischen Formel $V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4\alpha_s}{3\cdot r} + \kappa \cdot r$ beschreiben. Wie man leicht sieht, genügt bei der elektromagnetischen Wechselwirkung eine bestimmte Energie, um die Ladungen beliebig weit voneinander zu entfernen. Bei der starken Wechselwirkung ist dies jedoch nicht möglich, da, egal wie groß die Energie ist, es nie möglich ist, die Ladungen unendlich weit voneinander zu entfernen. Der anschauliche Grund dafür ist die Wechselwirkungen der Gluonen untereinander. Sie bilden einen *String*, eine Art Feder, die, egal wie weit sie gedehnt wird, sich immer mit der gleichen Kraft zusammenzieht. Wenn der String eine bestimmte Länge (und damit auch Energie) erreicht hat, bildet sich in ihm ein Quark- Antiquark- Paar und der String reißt. Somit entstehen wieder farbneutrale Teilchen (*String-Fragmentation*). Diese Beobachtung, dass es nur farbneutrale Teilchen und keine freien Quarks und Gluonen gibt, nennt man *Confinement*.

Weiterhin ist die Kopplungskonstante α , die die Stärke der Wechselwirkung beschreibt, bei der starken Wechselwirkung in der Größenordnung von eins, was eine Störungsrechnung unmöglich macht. Zum Vergleich: bei der elektromagnetischen Wechselwirkung ist sie ca. $\frac{1}{137}$, hier funktioniert die Störungsrechnung. Die starke Kopplungskonstante ist außerdem abhängig vom Impulsübertrag, für hohe Impulsüberträge wird sie kleiner (*asymptotische Freiheit*), wenn die Impulsüberträge hoch genug werden, ist die Störungstheorie wieder anwendbar und die QCD liefert Ergebnisse. Es gibt weitere Ansätze, der QCD Ergebnisse zu entlocken, z.B. rechenzeitaufwendige Gitterrechnungen.

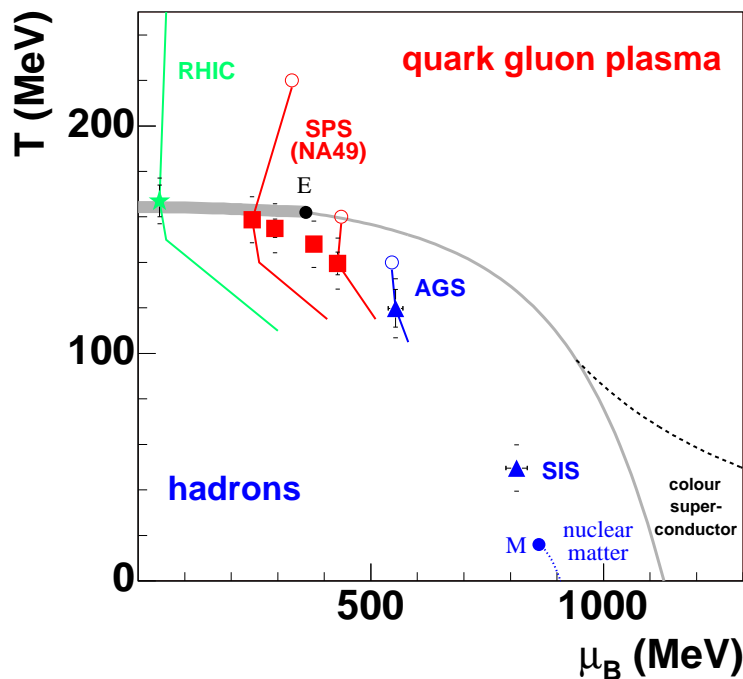
Die Atomkerne der Materie, die uns umgibt, bestehen aus Protonen und Neutronen. Protonen bestehen aus zwei up- und einem down- Quark, Neutronen aus einem

1 Einleitung

up- und zwei down- Quarks. Die starke Wechselwirkung hält sie durch den Austausch von Gluonen zusammen. Die Nukleonen in den Atomkernen werden durch Wechselwirkungen höherer Ordnung, ähnlich der *Van- der- Waals- Kraft* zwischen neutralen Molekülen, zusammengehalten. Die Energiedichte normaler Kernmaterie beträgt etwa $\rho_0 \approx 0.13 \text{ GeV}/\text{fm}^3$.

1.2.2 Das Quark- Gluon- Plasma

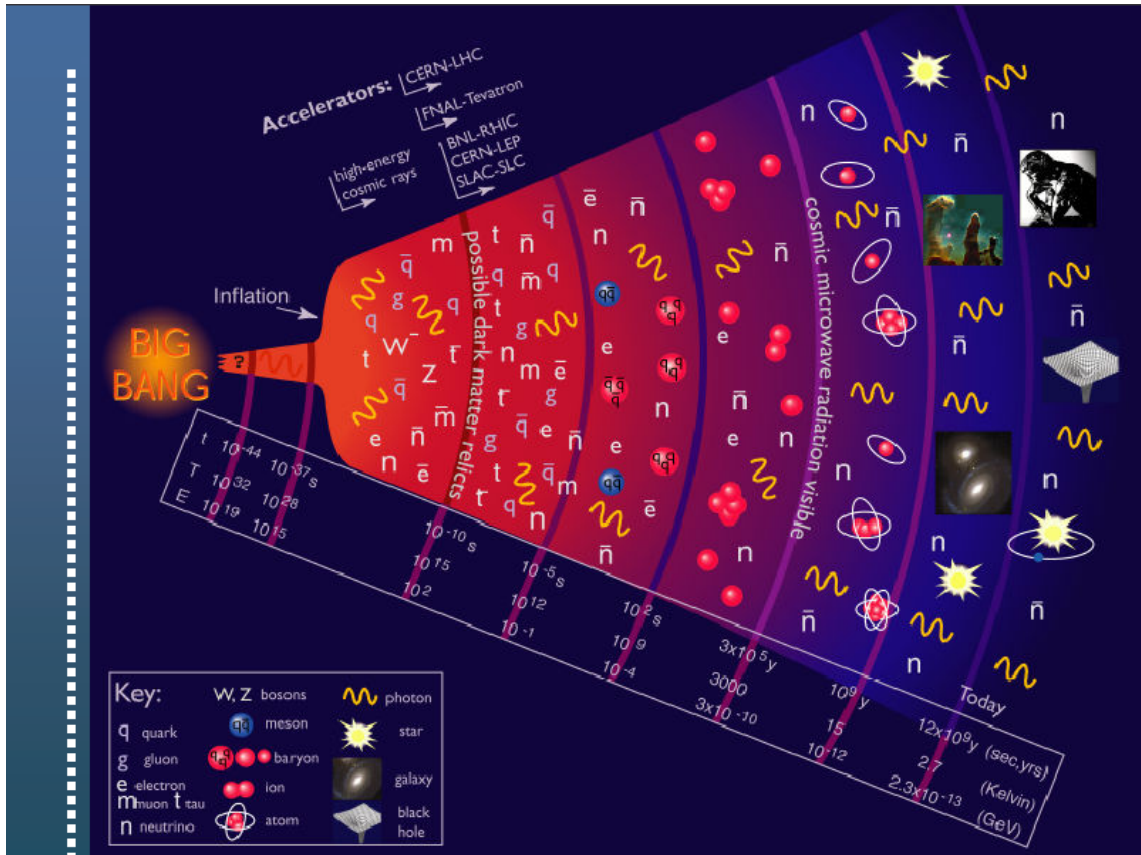
Wenn man die Energiedichte in einem System, welches aus mehreren Hadronen besteht, z. B. einem Atomkern, erhöht, sollte irgendwann ein Zustand erreicht werden, in dem die Quarks nicht länger in Nukleonen gebunden sind, sondern sich frei in dem großen Volumen bewegen können (*Deconfinement*). Diesen hypothetischen Zustand nennt man *Quark- Gluon- Plasma (QGP)*. Die dafür notwendige Energiedichte lässt sich aus der QCD mit Gitterrechnungen bestimmen und liegt etwa bei $\epsilon_c \approx 1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. Eine solch hohe Energiedichte kann man entweder durch Kompression der Kernmaterie auf ca. $10 \rho_0$ oder ihrer Erhitzung auf $T = T_C \approx 170 \text{ MeV}$ erreichen.



Eingetragen sind experimentell bestimmte Werte des chemischen Ausfrierpunkts bei $Pb+Pb$ ($Au+Au$)-Kollisionen. Die Linien an den Punkten sind Adiabaten. Quelle: M. Mitrovski, private Kommunikation.

Abbildung 1.1: Phasendiagramm der Quantenchromodynamik als Funktion der Temperatur T und des baryochemischen Potentials μ_B (entspricht \approx der Baryondichte).

In der Natur vermutet man Quark- Gluon- Plasma im Inneren von Neutronensternen, wo die Baryondichte extrem hoch ist, sowie kurz nach dem Urknall, wo eine sehr hohe Temperatur herrschte.



Quelle: <http://www.wirtschaftsphysik.de/vorlesg/plasma/ggp.pdf>

Abbildung 1.2: Unser Universum, vom Urknall bis heute.

Die einzige Möglichkeit, Quark- Gluon- Plasma im Labor zu erzeugen, sind *Schwerionenkollisionen*. Dabei werden Schwerionen auf ultrarelativistische Energien beschleunigt und dabei entweder in *Fixed- Target- Experimenten* auf ein feststehendes Ziel geschossen oder bei *Collidern* auf sich in entgegengesetzte Richtung bewegendende Ionen. Dabei entsteht ein *Feuerball*, der kurze Zeit später *hadronisiert*. Die dabei entstehenden Teilchen werden in Detektoren nachgewiesen. Eine direkte Messung des Quark- Gluon- Plasma ist nicht möglich, da seine Lebensdauer ($\tau \approx 10^{-22} \text{ s}$) und sein Volumen ($V \approx 10^2 - 10^4 \text{ fm}^3$) sehr klein ist. Es gibt allerdings die Möglichkeit, von den beobachteten Endprodukten Rückschlüsse auf den ursprünglichen Feuerball zu machen, allerdings sind diese auch abhängig von dem theoretischen Modell, welches man verwendet.

1.2.3 Verlauf einer Schwerionenkollision

Bei einer Schwerionenkollisionen kollidieren zunächst ein Teil Nukleonen vom Targetkern inelastisch mit einem Teil der Nukleonen des Projektilkerns. Die Zahl dieser Nukleonen wird als *Wounded Nucleons* (N_W) bezeichnet, sie hängt von der Größe des Projektil- und Targetkerns und von der Zentralität der Kollision (Impakt-Parameter b) ab. In dem *Feuerball* herrscht zunächst ein Vergleichgewichtszustand. Anschließend bildet sich, je nach Kollisionssystem, Hadronengas oder Quark- Gluon- Plasma. Letzteres hat allerdings nur sehr kurze Zeit bestand. Zum Zeitpunkt des

1 Einleitung

sog. *chemischen Ausfrierens* hat sich der Feuerball soweit abgekühlt, dass praktisch keine neuen Teilchen mehr produziert oder absorbiert werden, die Teilchenmultiplizitäten verändern sich also nicht mehr. Die Temperatur und das baryochemische Potential zu diesem Zeitpunkt lässt sich mittels der beobachteten Teilchenverhältnisse bestimmen. Der Zeitpunkt des *kinetischen Ausfrierens* ist erreicht, wenn die produzierten Teilchen nicht mehr miteinander wechselwirken, die Form der Teilchenspektren verändert sich nach diesem Zeitpunkt nicht mehr. Man charakterisiert diesen Zeitpunkt über seine Temperatur und die Expansionsgeschwindigkeit. Man erhält diese Werte, in dem man die transversalen Massenspektren (mehr dazu später) verschiedener Teilchensorten mit einem Modell fittet.

Während der Kollision interagieren produzierte und gestreute Teilchen auch mit einigen Nukleonen des Projektil- und Targetkerns, die keine primäre inelastische Kollision hinter sich haben. Die Gesamtzahl aller an der Kollision beteiligten Nukleonen des Projektil- und Targetkerns wird als *Participant Nucleons* (N_P) bezeichnet.

1.2.4 Signaturen des Quark- Gluon- Plasma

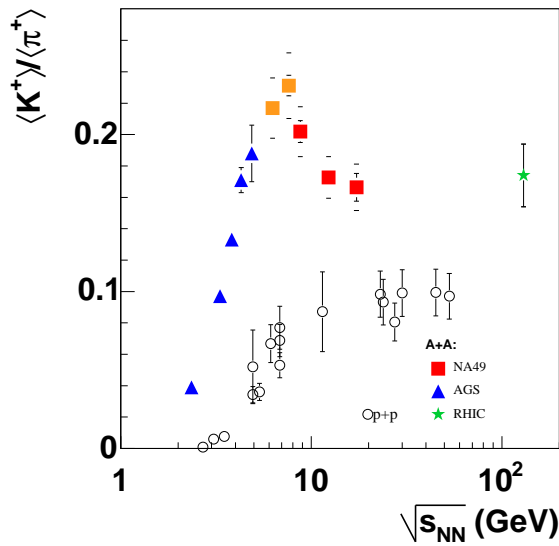
Eine Reihe von Signaturen des Quark- Gluon- Plasma wurden in der Vergangenheit vorgeschlagen, wie die erhöhte Seltsamkeitsproduktion (*strangeness enhancement*) [6], die Unterdrückung der Produktion der J/Ψ Teilchen [7], *Event- by Event-Fluktuationen* [8] oder *Jet- Quenching*.

So sollte zum Beispiel die Produktion von seltsamen Teilchen (Teilchen mit mindestens einem s oder \bar{s} Quark) im Vergleich zu leichten Teilchen (wie π) stark erhöht sein, wenn Quark- Gluon- Plasma erzeugt wurde. Tatsächlich zeigten die Experimente, dass der Anteil seltsamer Teilchen in Schwerionenkollisionen, wo man ab einer bestimmten Kollisionsenergie Quark- Gluon- Plasma erwartet, deutlich höher als in Proton- Proton ($p+p$) Kollisionen ist, wo man kein Quark- Gluon- Plasma erwartet. Allerdings tritt dieses *strangeness enhancement* auch bei niedrigen Energien auf, wo die Energiedichte zu klein für die Erzeugung von Quark- Gluon- Plasma ist. Mittlerweile schreibt man diesen Effekt dem Übergang von *kanonischen Ensemble*, wo an einer Stelle lokal ein $s - \bar{s}$ Paar erzeugt werden muss, um alle Quantenzahlen lokal zu erhalten, zum *großkanonischen Ensemble*, wo die Quantenzahlen nur global (im ganzen Feuerball) erhalten werden müssen, zu. Dennoch macht es Sinn, die Seltsamkeitsproduktion zu untersuchen, da die Struktur der Energieabhängigkeit der Seltsamkeit als ein Signal für das Quark- Gluon- Plasma vorgeschlagen wurde.

Im *Statistical Model of the Early Stage* [9] (Kapitel 8.4) soll das Gleichgewichtsverhältnis von Strangeness zu Entropie im Quark- Gluon- Plasma anders als in hadronischer Materie sein. Die Unterdrückung der Seltsamkeitsproduktion ist danach ein Signal für das Quark- Gluon- Plasma . Dieser Effekt wurde experimentell beobachtet (Abb. 1.3).

In diesem Modell werden zwei weitere Signaturen des Quark- Gluon- Plasma vorgeschlagen, die beide ebenfalls beobachtet wurden.

Wenn man die Energieabhängigkeit des *Inverse Slope Parameters* T (mehr zur Definition von T folgt in Kap. 6.5) der transversalen Massenspektren der Kaonen betrachtet, fällt auf, dass dieser bei niedrigen Energien mit zunehmender Energie ansteigt, dann in etwa konstant bleibt und bei hohen Energien wieder ansteigt (siehe Abb. 1.4). Dies wird im Rahmen des *Statistical Models of the Early Stage* so erklärt, dass, wie bei dem Phasenübergang von Wasser zu Wasserdampf, ab einer bestimmten Temperatur zunächst Energie in die Phasenumwandlung zum Quark- Gluon- Plasma gesteckt wird, bevor sich der Stoff weiter erwärmt.



4π Multiplizitäten sind gezeigt. Quelle: [10]

Abbildung 1.3: Das Verhältnis $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$, welches in etwa dem Strangeness zu Entropie-Verhältnis entspricht, in $p + p$ und $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen als Funktion der Kollisionsenergie im Schwerpunktsystem $\sqrt{s_{NN}}$.

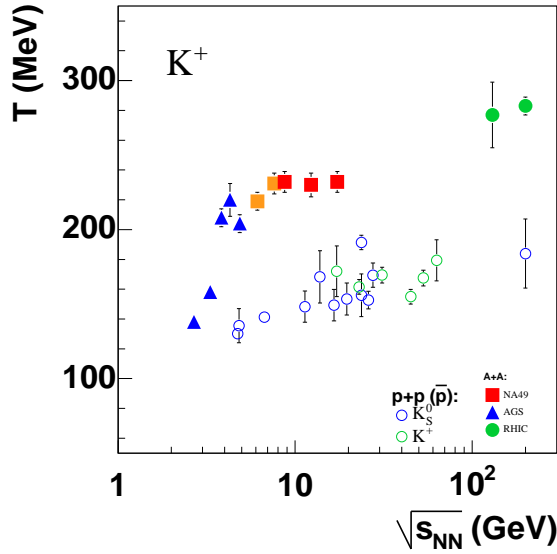
Wenn man die Pionenproduktion pro *Wounded Nucleon* (N_W) als Funktion der Energievariable $F \approx \sqrt{\sqrt{s_{NN}}}$ betrachtet, so fällt auf, dass sie für $p + p$ Kollisionen linear ansteigt. Für $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen hingegen steigt sie zunächst weniger stark an, hat aber dann einen „Knick“ und steigt dann stärker an als für $p + p$ Kollisionen (siehe Abb. 1.5). Diese Erhöhung der Entropieproduktion (Pionemultiplizität hängt mit der Entropie zusammen) wird in diesem Modell auf die größere Anzahl der Freiheitsgrade im Quark- Gluon- Plasma im Vergleich zu hadronischer Materie zurückgeführt.

Gerade weil die Interpretation der Messergebnisse vom verwendeten Modell abhängt, ist es wichtig, viele verschiedene Observablen zu messen, um die verwendeten Modelle zu überprüfen und, wenn nötig, zu verbessern.

1.3 Pionen

Diese Arbeit beschäftigt sich mit Pionen. Diese Teilchen sind die leichtesten Hadronen, daher machen sie den größten Teil der in Schwerionenstößen erzeugten Teilchen aus und tragen den größten Teil der Entropie.

Die geladenen Pionen wurden 1947 in der Höhenstrahlung entdeckt, das neutrale Pion 1950 bei einem Beschleunigerexperiment. Die wichtigsten Eigenschaften der Pionen sind in Tabelle 1.3 zu finden.



Quellen: $Pb + Pb$: [11, 12], $p + p$: [13]

Abbildung 1.4: Energieabhängigkeit des *inverse slope parameters* T der Kaonenspektren bei $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen und $p + p$ Kollisionen.

1.4 Ziel dieser Arbeit

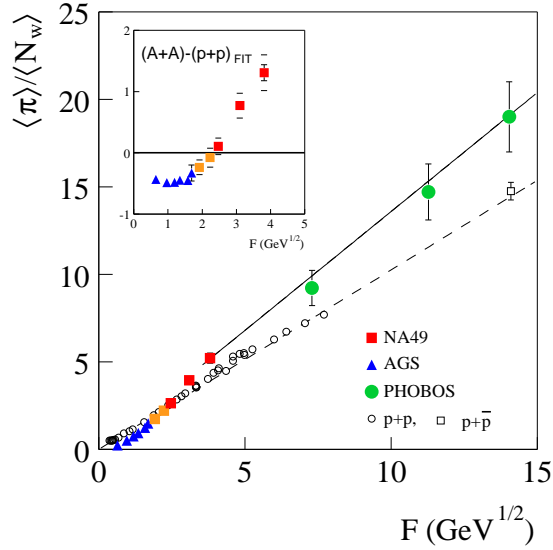
Die meisten Wissenschaftler im Gebiet der ultrarelativistischen Schwerionenphysik sind heute davon überzeugt, dass man das Quark- Gluon- Plasma gefunden hat. Strittig ist jedoch noch, bei welchen Ausgangsbedingungen es sich formiert. Dem oben genannten Modell zufolge formiert sich das Quark- Gluon- Plasma in $Pb + Pb$ Kollisionen bei $P_{lab} \approx 30A$ GeV. Fraglich bleibt allerdings noch, ab welcher Systemgröße Quark- Gluon- Plasma entsteht. Bei $p + p$ Kollisionen erwartet man keinen Phasenübergang.

Diese Arbeit versucht, einen Teil zur Lösung dieser Frage beizutragen.

Die Pionenproduktion bei Kohlenstoff- Kohlenstoff- ($C + C$, $A = 12$) und Silizium- Silizium- Stößen ($Si + Si$, $A = 28$) wird in dieser Arbeit untersucht. Für zwei der drei oben genannten Observablen, die im Rahmen des *Statistical Models of the early stage* von Bedeutung sind, ist die Kenntnis der Anzahl der produzierten Pionen notwendig. Die hier untersuchte Energie von $40A$ GeV ist besonders interessant, da das $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ Verhältnis bei dieser Energie für $Pb + Pb$ Stöße in der Nähe eines Maximums ist.

Die zweite von mir bearbeitete Energie, $158A$ GeV, wurde bereits von C. Höhne [14, 15] analysiert. Ich untersuche sie abermals, um meine Analyseprozeduren zu testen und die Differenzen verschiedener Analyseprozeduren zu quantisieren.

1.4 Ziel dieser Arbeit



Quelle: [10]

Abbildung 1.5: π^- - Produktion pro N_W als Funktion der Kollisionsenergie $F \approx \sqrt{\sqrt{s_{NN}}}$ für $p + p$ und $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen.

| | Quarkinhalt | q | m [MeV/c ²] | s | τ | Haupt- Zerfallskanal |
|-----------|---|----|-------------------------|---------------|--------------------------|----------------------------------|
| π^+ | $u\bar{d}$ | +1 | 139.57 | 0 | $2.6 \cdot 10^{-8} s$ | $\mu^+ + \nu_\mu$ (99.99%) |
| π^- | $\bar{u}d$ | -1 | 139.57 | 0 | $2.6 \cdot 10^{-8} s$ | $\mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (99.99%) |
| π^0 | $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ | 0 | 134.98 | 0 | $8.4 \cdot 10^{-17} s$ | 2γ (98.8%) |
| K^+ | $u\bar{s}$ | +1 | 493.68 | 0 | $1.2 \cdot 10^{-8} s$ | $\mu^+ + \nu_\mu$ (63.43%) |
| K^- | $\bar{u}s$ | -1 | 493.68 | 0 | $1.2 \cdot 10^{-8} s$ | $\mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (63.43%) |
| K_S^0 | $\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{s} + \bar{d}s)$ | 0 | 493.68 | 0 | $8.9 \cdot 10^{-11} s$ | $\pi^+ + \pi^-$ (68.6%) |
| p | uud | +1 | 938.27 | $\frac{1}{2}$ | $> 1.6 \cdot 10^{25} y$ | |
| n | udd | 0 | 939.57 | $\frac{1}{2}$ | $885.7 s$ | $p + e^- + \bar{\nu}_e$ (100%) |
| Λ | uds | 0 | 1115.68 | $\frac{1}{2}$ | $2.632 \cdot 10^{-10} s$ | $p + \pi^-$ (63.9%) |

q ist die Ladung des Teilchens, m seine Masse, s sein Spin und τ seine Halbwertszeit. Quelle: [4]

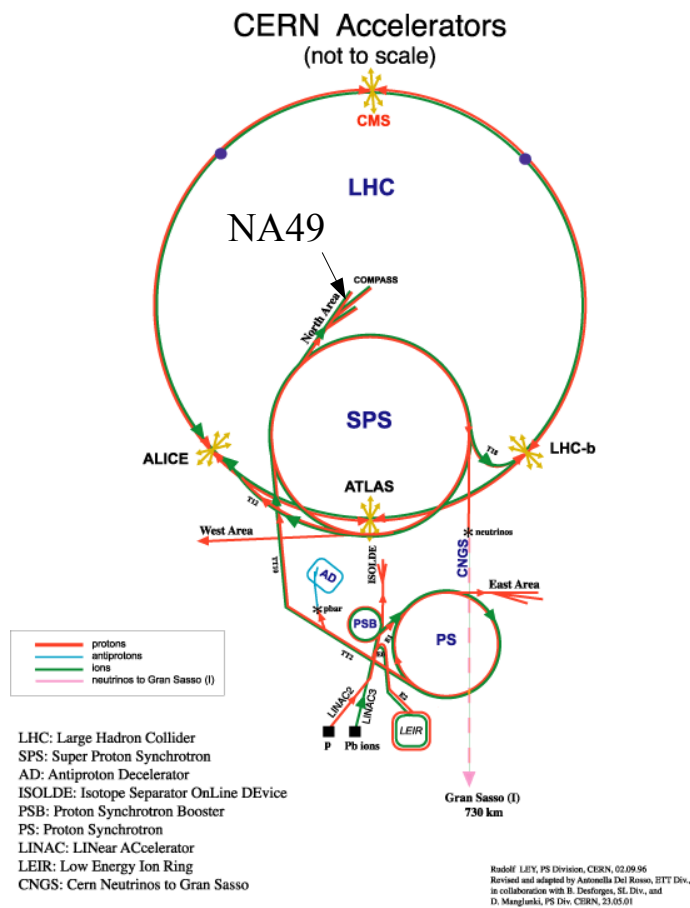
Tabelle 1.3: Zusammenfassung der Eigenschaften der wichtigsten Hadronen.

1 Einleitung

2 Das NA49 Experiment

Das **NA49** Experiment [16] wurde konzipiert, um die Produktion und Verteilung der hadronischen Endzustände von ultrarelativistischen Blei- Blei- Kollisionen zu untersuchen. Es befindet sich in der H²- Beamline des **Super- Proton- Synchrotrons (SPS)** des Europäischen Kernforschungszentrums (CERN) in der Nähe von Genf.

2.1 Das CERN- SPS



Quelle: CERN- Homepage

Abbildung 2.1: Die CERN- Beschleuniger

2 Das NA49 Experiment



Quelle: CERN- Homepage

Abbildung 2.2: Luftaufnahme vom CERN mit eingezeichneten Beschleunigerringen.

Das Super- Proton- Synchrotron, dessen Bau im Jahr 1971 genehmigt wurde, ging 1976 in Betrieb und lieferte erste Protonen- Strahlen.

Später wurde das SPS umgebaut, so dass es ab 1981 möglich war, im gleichen Ring Antiprotonen in entgegengesetzter Richtung zu beschleunigen und den Beschleuniger als Collider zu betreiben (Sp \bar{p} S). Dadurch sind viel höhere Energien im Schwerpunktsystem möglich, da bei einem Fixed- Target- Experiment der größte Teil der Energie des Projektils bei der Kollision in die Bewegung des gemeinsamen Schwerpunktes von Projektil und Target geht und so für die eigentliche Reaktion verloren ist.

1986 startete das Schwerionenprogramm am SPS, zunächst mit *O* und *S*. Dabei nahm unter anderem das NA35 Experiment - das Vorgängerexperiment von NA49 - Daten auf, z.B. von $200A$ GeV *S + S* - Kollisionen.

Seit 1994 können am SPS auch Bleiionen bis auf eine Energie von $158 A GeV^1$ beschleunigt werden. Durch *Fragmentation* des Bleistrahls können Strahlen leichter Ionen, wie die in dieser Arbeit untersuchten Kohlenstoff- und Siliziumstrahlen, erzeugt werden. Weiterhin ist es möglich, sekundäre Hadronenstrahlen (z.B. K, π) zu produzieren.

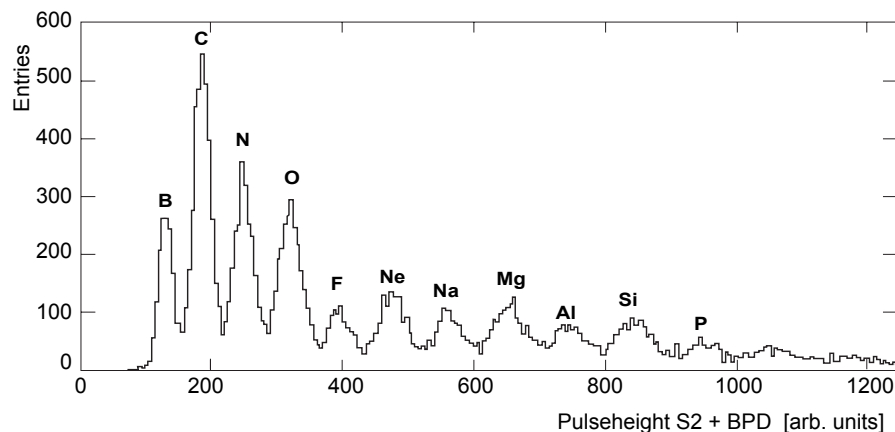
Ein Synchrotron funktioniert folgendermaßen: Die zu beschleunigenden Teilchen werden mit Magnetfeldern auf einer Kreisbahn gehalten. Quadrupol- Magnete sorgen dafür, dass der Teilchenstrahl nicht aufgrund der gleichen Ladung der Teilchen auseinander fließt. Hochfrequenzfelder beschleunigen die Teilchen. Bei jedem Durchgang nehmen diese mehr Energie auf. Die maximale Strahlenergie eines Synchrotrons ist bei Hadronen durch die Stärke der Biegemagnete bestimmt. Bei einem

¹dies entspricht bei Blei mit $A = 208$ einer Gesamtenergie im Laborsystem von $32.9 TeV$

Elektronenbeschleuniger hingegen ist das begrenzende Element die von den Elektronen ausgesandte *Synchrotronstrahlung*. Dieser Effekt sorgt bei jeder Änderung der Bewegungsrichtung für einen Energieverlust der Teilchen. Bei Hadronen spielt dieser Effekt jedoch praktisch keine Rolle, da ihre Masse viel größer ist. Beide begrenzenden Effekte werden reduziert, wenn man den Beschleunigerring größer baut, man kommt so zu höheren Strahlenergien. Der SPS hat mit 7 Kilometern Umfang bereits eine beachtliche Größe, der LEP (Large Electron- Positron- Collider) hatte jedoch einen Umfang von 27 km. In seinem Tunnel wird derzeit der LHC (Large Hadron Collider) gebaut.

Der Weg der Schwerionen durch den Beschleunigerkomplex des CERN lässt sich in Abb. 2.1 verfolgen. Eine Ionenquelle erzeugt die Bleiionen, anschließend werden sie von einem Linearbeschleuniger (LINAC 3) vorbeschleunigt. Die Ionen verlassen die Quelle nicht vollständig ionisiert, daher wird der Strahl mehrmals bei verschiedenen Energien durch eine Stripper- Folie geschickt, wo die Ionen nach und nach alle Elektronen abgeben. Nach dem Linearbeschleuniger kommen die Ionen in den *Proton Synchrotron Booster (PSB)*, anschließend in den *Proton Synchrotron (PS)* und dann in den SPS. In der Experimentierhalle der *North Area* wird der Ionenstrahl vom SPS extrahiert und dem Experiment NA49 zugänglich gemacht. Diese Beschleunigerkette ist notwendig, da ein Synchrotron nicht nur eine maximale Strahlenergie, bestimmt durch die maximale Stärke der Magnetfelder der Biegemagnete, sondern auch eine minimale Strahlenergie, bestimmt durch die minimale Stärke der Magnetfelder, hat.

2.1.1 Der Fragmentationsstrahl



Quelle: [16]

Abbildung 2.3: Zusammensetzung des Fragmentationsstrahls bei 158A GeV nach Selektion von Kernen mit $Z/A = 1/2$.

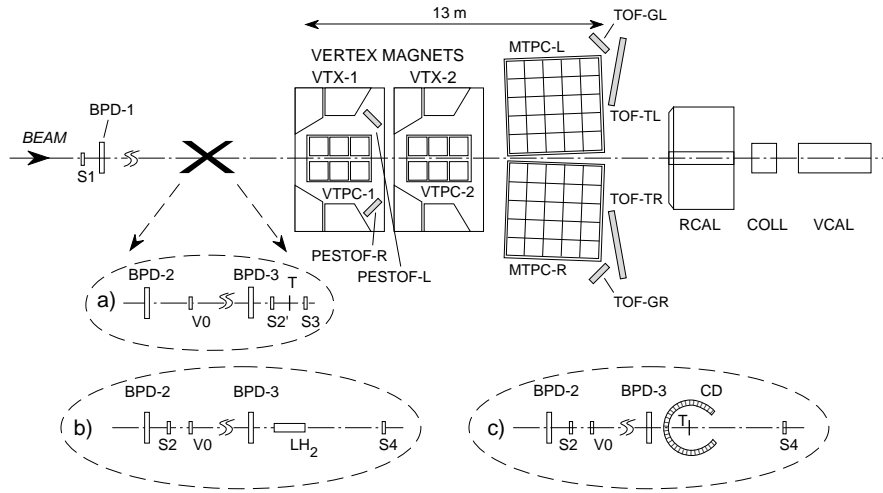
In der gegenwärtigen Konfiguration werden am SPS nur Protonen und Bleiionen beschleunigt. Wenn man, wie für diese Arbeit, Strahlen leichterer Ionen, wie Kohlenstoff und Silizium, untersuchen möchte, werden diese durch *Fragmentation* der Pb- Strahlen an einem 10 mm dicken Kohlenstoff- Konverter erzeugt. Dieser befindet sich direkt hinter dem Extraktionspunkt der Strahlen aus dem SPS. Bei der Fragmentation wird eine Vielzahl von unterschiedlichen Teilchen erzeugt. Durch eine entsprechende Einstellung der Biegemagnete hinter dem Konverter wird ein Ladungs- zu Masse- Verhältnis selektiert. Mittels der *Beam- Position- Detektoren*

2 Das NA49 Experiment

(BPD) des Experiments kann nun die genaue Ladung des Strahlteilchens bestimmt werden (Siehe Kap. 2.2).

2.2 Aufbau des NA49- Experiments

Das NA49- Experiment [16] ist ein magnetisches Spektrometer mit großer Akzeptanz für geladene Hadronen. Durch verschiedene Target- Konfigurationen (Targetfolien, flüssiger Wasserstoff) und verschiedene Strahlenergien sowie -arten kann eine Vielzahl verschiedener Reaktionen untersucht werden.



a ist für Kern- Kern ($A + A$)- Stöße, b für Proton- Proton ($p + p$)- Stöße und c für Proton- Kern ($p + A$)- Stöße. Quelle: [16]

Abbildung 2.4: Aufbau des NA49- Experimentes, zu sehen sind auch die verschiedenen Target- Konfigurationen.

Das Experiment wurde um zwei große supraleitende Magnete gebaut, deren Aufgabe es ist, geladene Teilchen abzulenken und so zu erlauben, ihre Ladung und ihren Impuls zu bestimmen. Dies kann für homogene magnetische Felder über folgende Gleichung erfolgen:

$$p[\text{GeV}/c] = 0.3 \cdot q[e] \cdot r[\text{m}] \cdot \frac{1}{\cos \lambda} \quad (2.1)$$

Dabei ist r der Krümmungsradius der Teilchenspur und λ der Winkel zwischen der Spur und der Ebene senkrecht zum Magnetfeld.

Die Magnete haben zusammen eine maximale Ablenkstärke von $9Tm$ bei einem Stromdurchfluss von $5000A$. In der für $158AGeV$ verwendeten Konfiguration beträgt die Feldstärke der Magnete $1.5T$ (VTX-1) bzw. $1.1T$ (VTX-2), was eine Ablenkstärke von $7.8Tm$ ergibt. Für die Strahlenergie von $40AGeV$ wird die Stärke der Magnetfelder auf $1/4$ reduziert. Da eine genaue Kenntnis der Magnetfeldtopologie wichtig für die spätere Spurrekonstruktion ist, wurde das Magnetfeld mit Hall- Sonden vermessen. Weiterhin wurde es mit TOSCA aus der Strom- und Eisenkonfiguration berechnet. Die Langzeitstabilität des Magnetfeldes wird mit fest installierten Hall- Sonden überwacht.

Innerhalb beider Magnete befindet sich jeweils eine *Time Projection Chamber* (TPC). Diese erlauben es, die Ortskoordinaten der Spuren der geladenen Hadronen über ein

großes Volumen zu messen. Außerdem ist es mit ihnen möglich, die Teilchen über ihren Energieverlust im Gas (dE/dx) zu identifizieren. Die beiden TPCs in den Magneten, Vertex- TPCs genannt (VTPC-1, VTPC-2), sind jeweils in zwei Hälften aufgeteilt, mit einer Lücke in der Mitte für den Strahl.

Hinter den Magneten befinden sich auf beiden Seiten des Strahls zwei weitere TPCs, Main- TPCs genannt (MTPC-L, MTPC-R). Diese erweitern die Akzeptanz der VTPCs auf hohe Rapiditäten und erlauben eine präzisere Impuls- und Energieverlustmessung als die VTPCs. Mehr zur Funktionsweise der TPCs steht in Kap. 2.2.1.

Zusätzlich zu den TPCs verfügt das NA49- Experiment über eine Reihe von *Time of Flight (TOF)*- Wänden, die zur Unterstützung der Teilchenidentifikation genutzt werden können. Im Einzelnen sind dies zwei Pixel- Szintillator- Wände (TOF-L/R) mit einer Zeitauflösung von 60 ps , zwei Grid- Szintillator- Wände mit einer Zeitauflösung von 85 ps (TOF-GL/TOF-GR) sowie zwei PesTOF- Wände (PesTOF-L/R) mit einer Zeitauflösung von 50 ps . Über die Flugzeit der Teilchen kann man ihre Geschwindigkeit berechnen und, zusammen mit ihrem Impuls, ihre Masse. Benötigt wird die TOF- Analyse vor allem in dem Bereich, der nicht in der Akzeptanz der MTPC liegt und wo daher die Teilchenidentifikation per dE/dx schwer ist.

Im Strahl sind eine Reihe von Detektoren installiert, die dazu dienen, die Detektorauslese zu starten sowie die Art der Teilchen im Strahl und die Zentralität der Reaktion zu bestimmen.

S1 ist ein $200\mu\text{m}$ dicker Quarz- Cherenkov- Detektor. Zusammen mit S2', einem Helium- Gas- Cherenkov- Detektor, dient er dazu, Strahlteilchen anzuzeigen. Wenn zusätzlich der Detektor S3, der sich hinter dem Target befindet, nicht anspricht, hat wahrscheinlich eine Interaktion im Target stattgefunden.

Die drei *Beam- Position- Detektoren (BPD-1/2/3)* sind Vieldraht- Proportionalkammern, welche mit Ar/CH_4 gefüllt sind und eine Fläche von $3 \cdot 3\text{ cm}^2$ haben. Ihre beiden orthogonalen Drahtebenen ermöglichen die Bestimmung der Position, bei der das Strahlteilchen den Detektor durchquert. Durch eine Extrapolation der Strahlteilchen- Trajektorie durch die drei gemessenen Punkte der BPDs kann man den Auftreffpunkt des Strahlteilchens auf dem Target mit einer Auflösung von etwa $40\mu\text{m}$ bestimmen. Die Höhe der von dem Strahlteilchen in den BPDs erzeugten Pulse lässt Rückschlüsse auf die Ladung des Strahlteilchens zu. Dies ist besonders bei Kohlenstoff- und Siliziumstrahlen wichtig, da diese nicht primär erzeugt werden, sondern durch einen Bleistrahl, der fragmentiert wird. Daher sind nach der Vorselektion immer noch verschiedene Arten von Ionen im Strahl (siehe Abb. 2.3).

Die Bestimmung der Zentralität der Reaktion erfolgt über das *Veto- Kalorimeter (VCAL)*. Dieses ursprünglich für NA5 konstruierte Kalorimeter besteht aus einer Blei- Szintillator- sowie einer Eisen- Szintillator- Sektion. Es ist ca. 20m hinter dem Target nach einem Kollimator installiert. Seine Aufgabe ist es, die Nukleonen vom Strahlteilchen, die keine Interaktion durchgeführt haben, die sog. *Spektatoren*, zu registrieren. Die Spektatoren zeichnen sich dadurch aus, dass sie bei der Kollision kaum abgelenkt werden, sondern in Strahlrichtung weiter fliegen. Der Kollimator muss so eingestellt werden, dass er einerseits möglichst alle Spektatoren, die durch ihre Fermi- Bewegung etwas auseinander fliegen, passieren lässt, andererseits aber möglichst wenige bei der Interaktion erzeugte Teilchen.

Wenn eine Kollision stattgefunden hat, die die eingestellten Triggerbedingungen erfüllt, wird die Datenauslese gestartet. Zusätzlich zu den Daten der TPCs werden die Detektoren im Strahl, das Veto- Kalorimeter und die PesTOF- Wände über den CAMAC- Bus sowie die restlichen TOF- Wände über den FASTBUS ausgelesen. Der *Event Builder* fügt all diese Informationen zusammen, dann werden sie auf ein

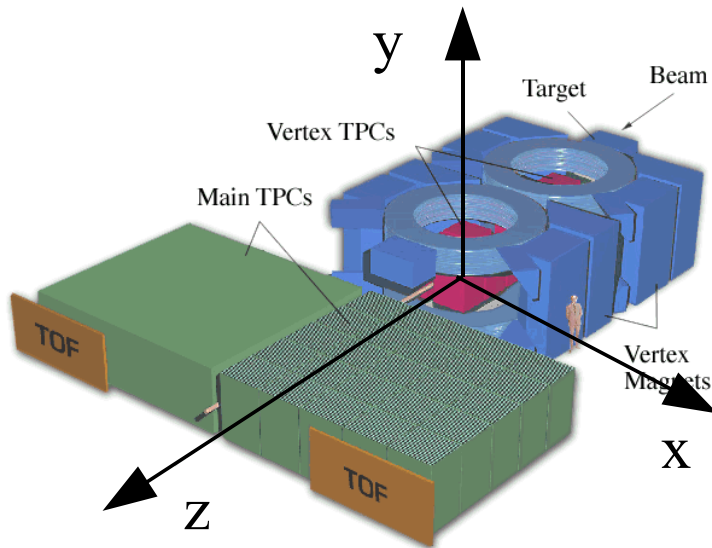


Abbildung 2.5: Das NA49- Koordinatensystem

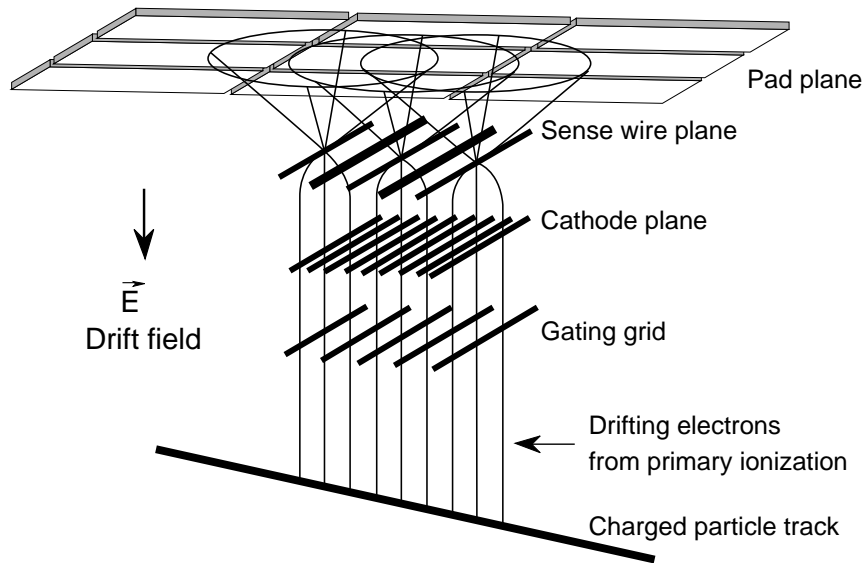
SONY DIR-1000M Bandlaufwerk, welches eine Kapazität von 100 *GByte* pro Band hat, mit einer Geschwindigkeit von bis zu 16 *MByte/s* geschrieben. Eine zentrale *Pb + Pb* Kollision bei 158 *AGeV* benötigt etwa 8 *MByte* Speicherplatz.

Für die folgenden Betrachtungen, z.B zur Bestimmung der Position von Spurpunkten, wird ein Koordinatensystem definiert (siehe Abb. 2.5). Dieses hat seinen Ursprung in der Mitte der VTPC-2. Die z- Achse läuft in die nominale Richtung des Strahls. Die y- Achse ist die Driftrichtung der Elektronen, zeigt also nach oben. Um ein rechtshändiges Koordinatensystem zu bilden, zeigt die x- Achse in Richtung des Counting- Hauses (Jura- Gebirge).

2.2.1 Funktionsweise der TPCs

Die Anforderungen für die Haupt- Detektoren des NA49- Experimentes waren, eine gute Ortsauflösung der Teilchenspuren in einem großen Volumen bei hoher Spurdichte zu ermöglichen. Gleichzeitig sollte mit möglichst wenig Material ausgekommen werden, um die Anzahl sekundärer Wechselwirkungen zu minimieren. *Time Projection Chambers (TPCs)* erfüllen diese Anforderungen.

Wenn ein geladenes Teilchen durch das Gas der TPC fliegt, so wird dieses entlang des Weges des Teilchens ionisiert. Die dabei freiwerdenden Elektronen driften durch ein homogenes elektrisches Feld in Richtung der Ausleseammern. Durch Stöße mit den Gasatomen diffundieren die Elektronen und erreichen schnell eine konstante *Driftgeschwindigkeit*. Diese ist, außer vom elektrischen Feld, auch abhängig von der Gaszusammensetzung, dem Gasdruck und der Gastemperatur. Daher wird mit beträchtlichem Aufwand versucht, die Gaszusammensetzung und die Gastemperatur konstant zu halten. Der Gasdruck, der dem Außendruck entspricht, wird gemessen und später wird auf ihn korrigiert. Die Ausleseammern, auch Sektoren genannt, bestehen aus drei Drahtebenen, dem *Gating- Gitter*, dem *Kathoden- Gitter*, auch *Frisch- Gitter* genannt, und der Feld- und Verstärkungsdrahtebene. Das Kathoden-



Quelle: [16]

Abbildung 2.6: Darstellung der Funktionsweise einer TPC.

Gitter begrenzt den Bereich des homogenen elektrischen Feldes. Die $125\mu\text{m}$ dicken Felldrähte sind geerdet, während die $20\mu\text{m}$ dicken Verstärkungsdrähte positiv geladen sind. Die Elektronen, die das Kathodengitter passiert haben, werden von dem inhomogenen elektrischen Feld der Verstärkungsdrähte stark beschleunigt und schlagen Elektronen aus dem umgebenden Gas heraus. Durch diese *Gasverstärkung* entstehen viele positiv geladene Ionen. Die herausgeschlagenen Elektronen fließen schnell über die Verstärkungsdrähte ab, die wesentlich schwereren Ionen driften langsam in Richtung des Kathodengitters. Dadurch entsteht eine positive Raumladung. Diese induziert auf den *Pads*, die sich hinter der Feld- und Verstärkungsdrahtebene befinden, eine negative Spiegelladung, welche von der TPC- Elektronik ausgelesen wird. Das Gating- Gitter verhindert, dass die Ionen in das Driftvolumen gelangen und sperrt die Ausleseammern für die Zeit, wo keine Auslese stattfindet.

| | VTPC-1 | VTPC-2 | MTPC |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| Breite | 2m | 2m | 3.9m |
| Länge | 2.5m | 2.5m | 3.9m |
| Höhe | 0.98m | 0.98m | 1.8m |
| Gas | 90% Ne, 10% CO ₂ | 90% Ne, 10% CO ₂ | 90% Ar, 5% CO ₂ , 5% CH ₄ |
| Sektoren | 6 | 6 | 25 |
| Padreihen pro Sektor | 24 | 24 | 18 |
| Pads pro Reihe | 192 | 192 | 192/128 |
| Pads | 27648 | 27648 | 63360 |
| Padlänge | 16/28 mm | 28 mm | 40 mm |
| Padbreite | 3.5 mm | 3.5 mm | 3.6/5.5 mm |
| Winkel zum Strahl | 12 – 55° | 3 – 20° | 0/15° |

Quelle: [16]

Tabelle 2.1: Eigenschaften der beiden Vertex- und beiden Main- TPCs wie geometrische Abmessungen, Gaszusammensetzung und Auslese pads.

2 Das NA49 Experiment

Die Auslese der insgesamt 182016 Pads erfolgt in mehreren Stufen. Zunächst lesen die *Front- End- Karten* jeweils 32 Pads aus. Auf ihnen befinden sich jeweils zwei Vorverstärker und Pulsformer (PASA), sowie analoge Speicher (SCA) und Analog-Digital- Wandler (ADC). Die maximale Driftzeit in der TPC beträgt ca. $50\mu s$, diese werden in 512 Zeit- Bins unterteilt. Bei einer Abtastfrequenz von $10 MHz$ der ADCs entspricht das einem Datenvolumen von 8 Bit pro Auslesekanal und Zeitbin. Das Rohdatenvolumen, das von allen 5688 Front End- Karten produziert wird, beträgt etwa $100 MByte$ pro Event.

Die Daten von jeweils 24 Front- End- Karten werden zu einem von 237 *Control- and Transfer- (CT-) Board* übertragen.

Diese bündeln die ankommenden Daten und übertragen sie per Glasfaser an die *Receiver- Boards*. Jedes von ihnen empfängt die Daten von vier CT- Boards, sortiert diese und zieht für jeden Kanal die vorher bestimmten Ruhesignale (*Pedestals*) ab. Die Signale, die anschließend unterhalb eines bestimmten Wertes sind, werden unterdrückt (*threshold- cut*). Dies reduziert die Datenmenge in zentralen *Pb + Pb* Stößen bei $158 AGeV$ auf etwa $8 MByte$ pro Event.

Anschließend werden die TPC- Daten, wie auf Seite 25 beschrieben, mit den Daten der anderen Detektoren zusammengefasst und auf Band geschrieben.

3 Datenverarbeitung

3.1 Verarbeitung der NA49 Rohdaten

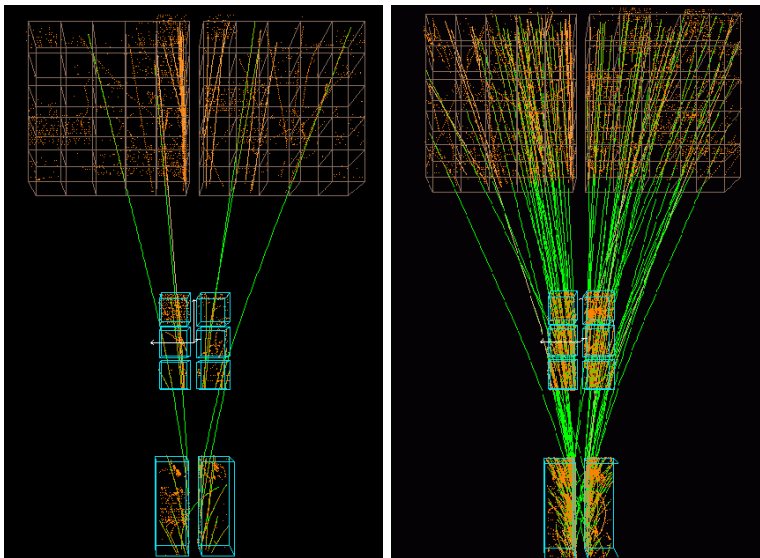


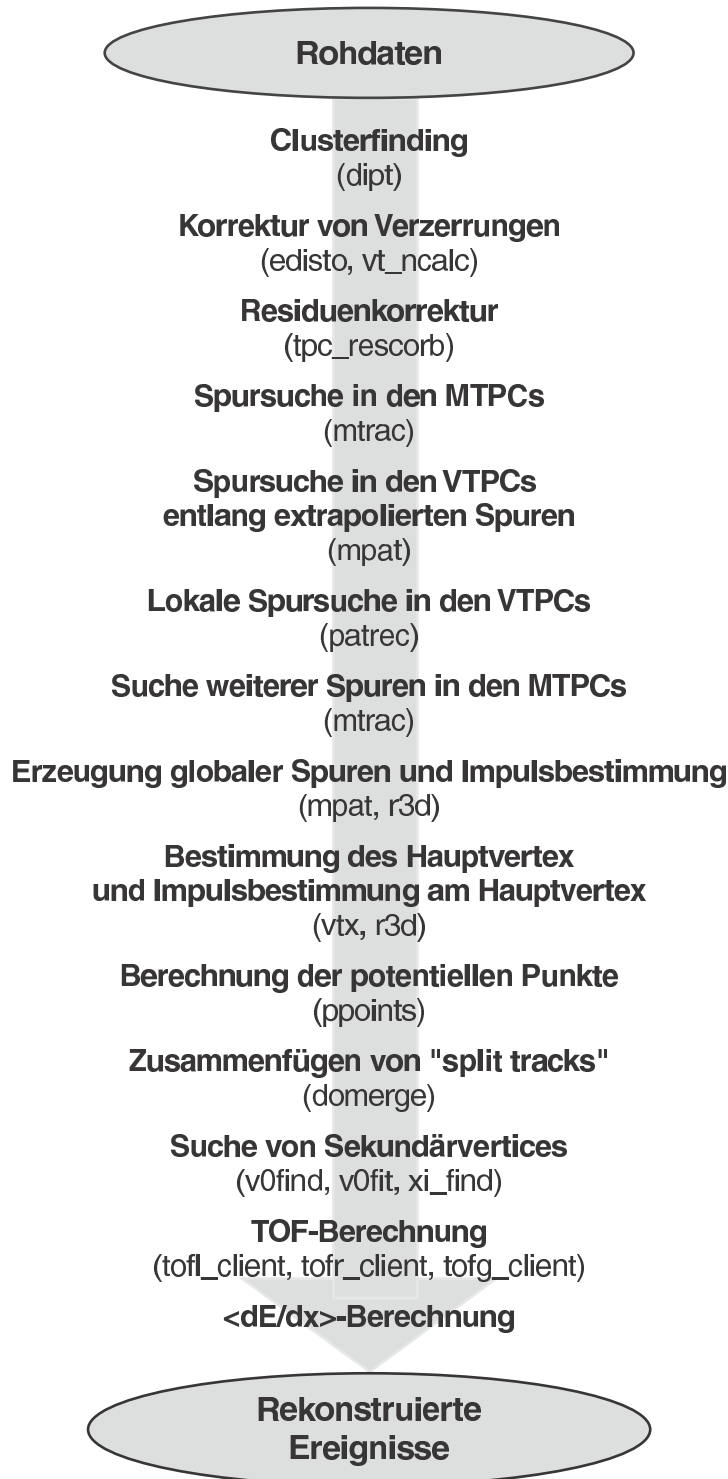
Abbildung 3.1: NA49- Event mit registrierten Teilchenspuren für $40A$ GeV $C + C$ (links) und $158A$ GeV $Si + Si$ (rechts).

Zur weiteren Analyse der im Detektor aufgenommenen Daten benötigt man Informationen über die Teilchenspuren, wie Impuls, Ladung oder Energieverlust. Diese werden aus den Rohdaten, die sich auf den Sony- Tapes befinden, durch die sogenannte *Rekonstruktionskette* extrahiert. Diese Rekonstruktion erfolgt offline, ein zentrales $Pb + Pb$ Event bei $158 AGeV$ benötigt ca. 6-8 Minuten auf einem Pentium II mit 233 MHz.

3.1.1 Die Rekonstruktionskette

Die Rekonstruktionskette basiert auf DSPACK [17], einem objektorientierten Client-Server- Datenmanagementsystem. Abbildung 3.2 liefert eine schematische Darstellung der Kette.

Es gibt drei verschiedene Rekonstruktionsketten, die für $p + p$ - Kollisionen, die auch bei $C + C$ und $Si + Si$ verwendete Kette für $p + A$ - Kollisionen [18] und die $Pb + Pb$ - Kette [19]. Die $p + p$ - Kette hat im Unterschied zu den beiden anderen Rekonstruktionsketten keine fixe Hauptvertex- Z - Position, da das Wasserstofftarget eine größere räumliche Ausdehnung hat. In der $Pb + Pb$ - Kette wird, im Gegensatz zu den beiden anderen Ketten, eine phänomenologische Residuenkorrektur der TPC- Informationen angewandt. Außerdem wird zum Zusammenfügen von



Quelle: [19]

Abbildung 3.2: Die NA49- Rekonstruktionskette für $Pb + Pb$ - Daten.

split tracks (das sind Spurstücke in einzelnen TPCs, die zu einem physikalischen Teilchen gehören) ein anderer, für hohe Spurdichten optimierter, Client als in den beiden anderen Rekonstruktionsketten verwendet. Weiterhin ist die dE/dx - Funktion, mit der die experimentellen Daten parametrisiert werden, bei der $Pb + Pb$ - Kette leicht unterschiedlich zu der Funktion, die in der $p + p$ und $p + A$ - Kette verwendet wird (siehe Kapitel 3.2).

Der erste Schritt der Rekonstruktionskette ist das *Cluster- Finding* (Die Prozedur in der Rekonstruktionskette, die das erledigt, heißt `dipt`). Dabei werden für alle TPCs in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung in jeder Padreihe zusammenhängende Bereiche gesucht, wo die ADC- Werte über dem Treshold liegen. Von diesen *Clustern* wird nun das Maximum, welches die Position dieses *Spurpunktes* bestimmt, und die Gesamtladung berechnet. Die Position jedes Spurpunktes wird sowohl als Padreihe- Pad- Zeit- Information als auch in Raumkoordinaten des NA49- Koordinatensystems abgespeichert.

Probleme beim Cluster- Finding können auftreten, wenn die Spurdichte hoch ist und sich die verschiedenen Cluster räumlich überschneiden. Diese werden nur dann als zwei getrennte Punkte betrachtet, wenn die Distanz zwischen ihren Maxima mindestens drei Pads bzw. Zeitbins beträgt.

Die so erhaltenen Raumpunkte müssen auf einige Detektoreffekte korrigiert werden (`edisto`, `vt_ncalc`), wie Inhomogenitäten des elektrischen und magnetischen Feldes, $E \times B$ - Effekte und unterschiedliche Signallaufzeiten.

Außerdem wird in der $Pb+Pb$ - Kette noch eine phänomenologische *Residuenkorrektur* [20] (`tpc_resorb`) angewandt, welche die letzten verbliebenen systematischen Abweichungen beseitigt.

Die Spurensuche startet zunächst in den Main- TPCs (`mtrack`). Dort ist einerseits die Spurdichte am geringsten, andererseits sind die Spuren gerade, da sie sich in keinem Magnetfeld befinden. Unter der Annahme, die Spur stamme vom Hauptvertex, werden nun Spuren gesucht und jeder Spur ein vorläufiger Impuls zugewiesen. In den VTPCs ist die Spurensuche nicht so einfach, da dort einerseits die Spurdichte größer ist und andererseits die Spuren aufgrund des Magnetfeldes gekrümmt sind. Um die dort Spuren zuverlässig rekonstruieren zu können, geht man folgendermaßen vor:

Die in den MTPCs gefundenen Teilspuren werden zur VTPC-2 zurück extrapoliert und es wird versucht, dort Cluster zu finden, die zu den MTPC- Spuren passen (`mpat`). Dadurch wird vielen Clustern in der VTPC-2 eine Spur zugeordnet und die Suche der restlichen Spuren in der VTPC-2 wird vereinfacht, da nur noch die Cluster betrachtet werden müssen, die nicht einer MTPC- Spur zugeordnet wurden (`patrec`).

Die in der VTPC-2 gefundenen Spuren werden zu den MTPCs weiter extrapoliert und es werden dort passende Cluster gesucht (`mpat`).

Nun werden alle bisher gefundenen Spuren zur VTPC-1 extrapoliert, wo die Spurdichte am höchsten ist. Dort werden wiederum die zu den Spuren passenden Cluster gesucht (`mpat`).

Anschließend werden in den noch nicht zugewiesenen Clustern der VTPC-1 Spuren gesucht (`patrec`), diese werden zu den anderen TPCs weiter extrapoliert und die passenden Cluster der Spur zugeordnet (`mpat`).

Jetzt werden in den MTPCs die restlichen Spuren gesucht, die nicht zu der oben getroffenen Annahme, sie würden vom Hauptvertex kommen, passen (`mtrack`).

Die Spurstücke durch einzelne TPCs (lokale Spuren) werden nun zu globalen Spuren zusammengefügt.

Anhand ihrer Krümmung im Magnetfeld wird für jede Spur der Impuls bestimmt

3 Datenverarbeitung

(r3d). Aus der Extrapolation der Spuren zur Targetebene ist es möglich, den *Hauptvertex* durch einen Fit zu bestimmen (vtx). Nun wird der Impuls für jede Spur neu bestimmt, unter der Bedingung, sie stamme vom gefitteten Hauptvertex(r3d).

Durch Extrapolation der Spuren können die theoretisch zu erwarteten Punkte (*potential points*) für jede TPC bestimmt werden (ppoints). Nicht immer gelingt es bei der Spurfindung, lokale Spuren, die zusammen gehören, auch zusammenzufügen. Mit den nun zur Verfügung stehenden Informationen, wie Impuls und potentielle Punkte, ist es nun möglich, einen Großteil dieser *split tracks* zusammenzufügen (reform für $p + p$ und $p + A$, domerge für $Pb + Pb$).

Kurzlebige Teilchen, wie Λ_s , Ξ_s , Ω_s , werden über ihre Zerfälle registriert. Die Spuren der Zerfallsprodukte kommen nicht vom Hauptvertex. Nach solchen sekundären Vertices wird mit V^0 und Ξ Findern gesucht (v0find, v0fit, xi_find).

Als letzte Schritte der Rekonstruktionskette werden nun die Informationen zur Teilchenidentifikation, TOF (tofl_client, tofr_client, tofg_client) und dE/dx , für die Spuren berechnet.

Während die Rohdaten eines zentralen $Pb + Pb$ Event bei 158 AGeV ca. 8 MByte Speicherplatz benötigen, ist das rekonstruierte Event nur noch 2 – 3 MByte groß.

3.1.2 Kopieren der DSTs zu Mini- DSTs

In den DSTs stehen viele Informationen, die für die meisten Analysen nicht mehr gebraucht werden, wie zum Beispiel die einzelnen Punkte der Spuren. Um die weitere Analyse zu beschleunigen, werden daher die DSTs in sogenannte Mini- DSTs kopiert. Diese sind als ROOT- Trees [21, 22] gespeichert und belegen für ein zentrales $Pb + Pb$ Event bei 158 AGeV nur noch ca. 150 KByte.

ROOT [23] ist eine objektorientierte Analyseumgebung, welche auf einem C++-Interpreter (CINT) basiert. Es enthält eine Vielzahl zur Analyse und Darstellung notwendigen Klassen und Methoden. Für das NA49- Experiment wurden zusätzliche Datenspeicher- und Analyseklassen geschrieben [22].

Die gesamte weitere Analyse dieser Arbeit erfolgte in ROOT.

3.2 Teilchenidentifikation mit dE/dx

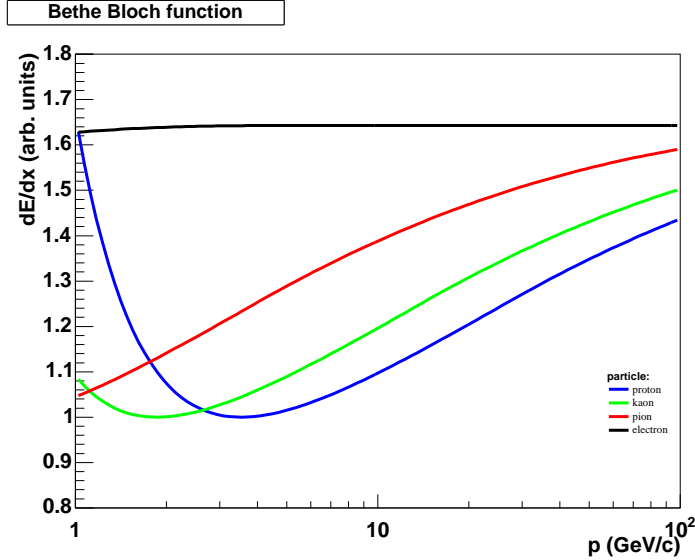
Die Rekonstruktionskette bestimmt zuverlässig den Impuls und die Ladung der registrierten Teilchen. Um diese zu identifizieren, das heißt ihre Masse zu bestimmen, wird jedoch eine weitere Information benötigt. Bei der Time of Flight (TOF)-Methode wird die Flugzeit und die Flugstrecke gemessen und damit die Geschwindigkeit der Teilchen bestimmt. Mit Geschwindigkeit und Impuls kann nun die Masse berechnet werden.

Für große Impulse ist die Geschwindigkeit jedoch sehr nah an der Lichtgeschwindigkeit, daher wird bei gleicher Zeitauflösung für höhere Impulse die Impulsauflösung immer schlechter. Daher ist die Akzeptanz der Teilchenidentifikation über die Flugzeitmessung auf niedrige Impulse beschränkt.

Wenn ein geladenes Teilchen Gas durchfliegt, kann sein mittlerer Energieverlust über einen großen Energiebereich gut mit der *Bethe- Bloch- Formel* [24] beschrieben werden.

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -\frac{4\pi N e^4 z^2}{m c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{2m c^2 \beta^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right] \quad (3.1)$$

Dabei ist N die Elektronendichte des Mediums, was von dem Teilchen durchquert wird, z die Ladung des Teilchens in Elementarladungen und I das Ionisationspotential des Mediums.



dE/dx - Parametrisierung der $p + A$ - Kette von NA49.

Abbildung 3.3: Bethe- Bloch- Formel als Funktion des Impulses für die häufigsten Teilchen im Detektor

Zur Beschreibung von hohen Energien benötigt man zusätzlich Korrekturfaktoren. Die Elektronen des Mediums schirmen durch Polarisierungseffekte das Feld des Teilchens ab. **Enrico Fermi** beschrieb dies durch den Faktor $\delta(\beta)$.

Außerdem muss noch berücksichtigt werden, dass bei hohen Impulsüberträgen energiereiche sogenannte δ - Elektronen aus dem Gas herausgeschlagen werden können, die ihrerseits wieder Gasatome ionisieren, die aber eine so hohe Reichweite haben, dass man ihre Ionisierung nicht mehr der ursprünglichen Spur zuordnen kann. Daher wird ein maximaler Energieübertrag E_{max} eingeführt, die *cut-off-Energie*, oberhalb der Energieüberträge nicht mehr bei der Berechnung des mittleren Energieverlusts berücksichtigt werden.

Mit diesen Korrekturen wird aus Formel 3.1:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -\frac{4\pi N e^4 z^2}{m c^2 \beta^2} \left[\ln \sqrt{\frac{2 m c^2 \beta^2 E_{max}}{I (1 - \beta^2)}} - \frac{\beta^2}{2} - \frac{\delta(\beta)}{2} \right] \quad (3.2)$$

Für kleine Geschwindigkeiten fällt die Kurve mit $1/\beta^2$ ab, für große Geschwindigkeiten steigt sie logarithmisch an. Dazwischen, bei $\beta \approx 0.96$, liegt der Punkt der minimalen Ionisation. Im Grenzwert $\beta \rightarrow 1$ erreicht der mittlere spezifische Energieverlust das sog. *Fermi- Plateau*.

Von Sternheimer und Peierls wurde der Term $\delta(\beta)$ folgendermaßen parametrisiert:

$$\delta(\beta) = \begin{cases} 0 & \text{falls } X < X_0 \\ 2 \ln(10) (X - X_A) + a (X_1 - X)^m & \text{falls } X_0 < X < X_1 \\ 2 \ln(10) (X - X_A) & \text{falls } X_1 < X \end{cases} \quad (3.3)$$

3 Datenverarbeitung

mit $X = \log_{10}(\beta\gamma)$. X_A und a hängen von den Eigenschaften des Mediums ab.

In der Praxis berechnet man den Energieverlust oft nicht aus den materialabhängigen Parametern, sondern fittet in der $Pb + Pb$ - Rekonstruktionskette folgende Funktion an die experimentellen Daten:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle(\beta) = -\frac{E_0}{\beta^2} (K + \ln(\gamma^2) - \beta^2 - \delta(\beta, X_A, a)) \quad (3.4)$$

Dabei sind E_0 , K , X_A und a freie Parameter, aus denen man dann die oben beschriebenen materialabhängigen Parameter berechnen kann.

In der hier verwendeten $p + A$ - Rekonstruktionskette fittet man eine etwas andere Funktion:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle(\beta) = -E_0\beta^\alpha (K + \ln(\gamma^2) - \beta^2 - \delta(\beta)) \quad (3.5)$$

mit E_0 , K und α als freie Parameter.

Wie man in den Formeln erkennen kann, ist der mittlere spezifische Energieverlust außer von den Detektoreigenschaften nur von dem Betrag der Ladung des Teilchens und seiner Geschwindigkeit $\beta = v/c$ abhängig. Es wäre nun möglich, aus dem spezifischen Energieverlust die Geschwindigkeit des Teilchens zu berechnen. In der Praxis geht man anders vor: Man ersetzt in der Formel die Geschwindigkeit des zu identifizierenden Teilchens durch seinen Impuls $p = \beta\gamma mc$,¹ dadurch wird die Formel abhängig von der Teilchenmasse (vgl. Abb. 3.3). Wenn man nun den gemessenen Impuls des Teilchens einsetzt, kann man die Teilchensorte bestimmen.

Leider ist die Auflösung, mit der der spezifische Energieverlust bestimmt werden kann, nicht so gut, dass man jedes Teilchen einzeln eindeutig identifizieren kann. Daher verwendet man eine statistische Methode. Von einem Ensemble von Teilchen mit ähnlichem Impuls kann man relativ genau bestimmen, wie viele Teilchen von jeder Sorte in ihm sind (siehe Kap. 5.2.1).

3.2.1 Berechnung und Kalibrierung des mittleren spezifischen Energieverlusts

Die Ladung, die in einem Cluster von dem Teilchen, welches den Detektor durchquert, deponiert wird, ist proportional zum Energieverlust des Teilchens in diesem Teilstück $\left(\frac{\Delta E}{\Delta x}\right)_i$.

Um den Clusterladungen zuverlässig einen Energieverlust zuweisen zu können, sind eine Reihe von Korrekturen notwendig. Die Unterschiede in der Verstärkung der einzelnen Elektronikkanäle werden mit der *Krypton-Kalibration* [16] gemessen. Dabei wird radioaktives Kr(83) in die TPCs injiziert und die Signalhöhe der 41.55 keV-Linie betrachtet. Die Halbwertszeit des Kr(83) beträgt 1.9 Stunden, es zerfällt also schnell genug, um bei der späteren Datenaufnahme nicht zu stören.

Mit der *Intersektorkalibration* werden die einzelnen Sektoren der TPCs zueinander kalibriert.

Wenn die Elektronen lange durch die TPC driften, bevor sie ausgelesen werden, können sich einige von ihnen an O_2 - Molekülen anlagern. Außerdem sind die Cluster bei größeren Driftlängen auf mehr Pads verteilt, daher geht mehr Ladung durch den threshold-cut (der mindestens 5 ADC- Werte pro Pad erfordert) verloren. Auf

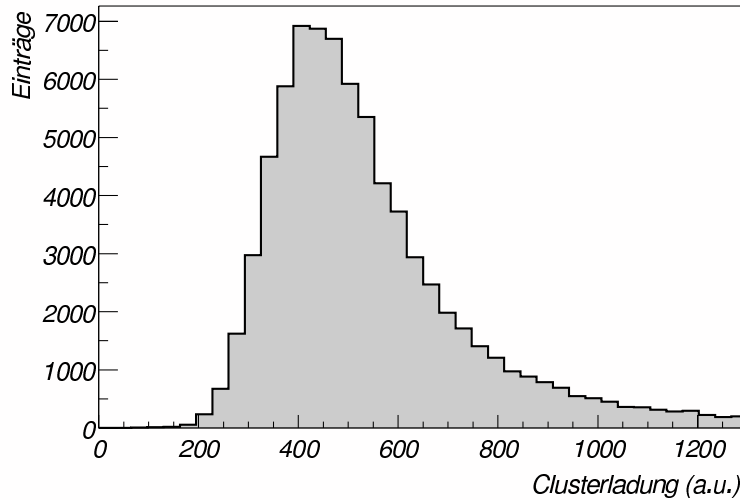
¹ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

diese Driftlängenabhängigkeit wird ebenfalls korrigiert.

Da die Gasverstärkung der TPCs vom Luftdruck abhängt, wird dieser gemessen und die Daten werden auf Normaldruck normiert.

Weiterhin ist die deponierte Ladung einer Spur auch von ihrem Winkel zur Padebene abhängig, darauf wird einerseits korrigiert, andererseits werden durch den *Wedge-Cut* (siehe Kap. 5.1) nur Spuren für die weitere Analyse selektiert, deren Winkel zur Ausleseebene nicht zu groß ist.

Um den mittleren spezifischen Energieverlust einer Spur $\langle \frac{dE}{dx} \rangle$ zu erhalten, müssen die Clusterladungen geeignet gemittelt werden.



Pionen mit einem Impuls zwischen 9 und 10 GeV/c bei 40A $GeV Pb + Pb$ - Kollisionen. Quelle: [19]

Abbildung 3.4: Verteilung der gemessenen Clusterladung.

Wie man in Abb. 3.4 sieht, ist die Verteilung der Ladungen nicht symmetrisch. Eine einfache arithmetische Mittelung der Werte wäre nicht so gut, da durch den Schwanz von hohen Werten starke Fluktuationen von Spur zu Spur auftreten würden. Statt dessen verwendet man die sogenannte *truncated mean*-Methode, bei der man einen konstanten Anteil der höchsten gemessenen Werte bei jeder Spur verwirft, bei NA49 sind dies 35%. [25]

Dennoch ist dieser Mittelwert nicht vollkommen unabhängig von der Anzahl der Spurpunkte. Für kurze Spurlängen ist er systematisch zu niedrigeren Werten verschoben. Dieser Effekt wird folgendermaßen korrigiert:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{truncated\ mean} \cdot \left(C_A + \frac{C_B}{N_p} \right) \quad (3.6)$$

N_p ist die Anzahl der Spurpunkte, die zur Berechnung des truncated mean verwendet wurden, die Konstanten $C_A \approx 0.9965$ und $C_B \approx 0.25$ werden experimentell bestimmt.

Der Energieverlust wird so normiert, dass der minimale Energieverlust $-\langle \frac{dE}{dx} \rangle_{min} = 1$ ist.

Mit dieser Methode wird der mittlere Energieverlust für jede TPC einzeln bestimmt, eine gemeinsame Mittelung über die Punkte in allen TPCs ist nicht möglich, da ihre Gasmischungen unterschiedlich sind. In Ref. [26] wurde eine Methode entwickelt,

3 Datenverarbeitung

die Energieverluste in den einzelnen TPCs in eine gemeinsame Bethe- Bloch- Parametrisierung umzurechnen.

Damit verfügt man über einen kalibrierten dE/dx - Wert, der in Kap. 5.2.1 dazu verwendet wird, die registrierten Teilchen zu identifizieren.

4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung

4.1 Verwendete Datensätze

Für diese Arbeit wurden folgende Datensätze verwendet:

- $C + C$ Kollisionen bei 40 $AGeV$ (01F) von 1999, Run 3244 bis 3293
- $Si + Si$ Kollisionen bei 40 $AGeV$ (01G) von 1999, Run 3300 bis 3389
- $C + C$ Kollisionen bei 158 $AGeV$ (00V) von 1998, Run 2468 bis 2495 (10mm Target, alter dE/dx- Client ¹)
- $Si + Si$ Kollisionen bei 158 $AGeV$ (00X) von 1998, Run 2524 bis 2550

4.2 Eventselektion

Nicht alle vom Experiment aufgezeichneten Events sind von zufriedenstellender Qualität für die nachfolgende Analyse. Einige von ihnen zeigen keine Interaktionen im Target sondern außerhalb, zum Beispiel in der Mylar- Folie am Ende des Strahlrohrs. Auch die Rekonstruktion des Hauptvertex aus den Teilchenspuren (Vertex-Fit) funktioniert nicht immer. Manchmal ist auch die Bestimmung des Hauptvertex mit den Beam- Position- Detektoren (BPDs) fehlgeschlagen. Solche fehlerhaften Events würden das Ergebnis der Analyse verfälschen und müssen deshalb aussortiert werden. Dies ist die Aufgabe der *Event- Cuts*.

Wenn der Fit zur Bestimmung des Hauptvertex nicht konvergiert, ist die Vertex IFlag ungleich 0. Solche Events werden aussortiert. Sowohl bei der Bestimmung des Fit- als auch des BPD- Vertex treten manchmal Probleme auf. Diese äußern sich so, dass eine Koordinate x oder y des Vertex exakt gleich 0 ist. Außerdem kann es sein, dass bei Problemen bei der Vertex- Bestimmung mit einer der beiden Prozeduren eine Koordinate des Fit- Vertex exakt gleich einer Koordinate des BPD- Vertex ist. Auch solche Events werden nicht verwendet.

Wenn die x- und y- Koordinaten der Vertices vom Fit und von den BPD nicht innerhalb einer gewissen Toleranz übereinstimmen, kann die Bestimmung des Hauptvertex durch den Fit fehlerhaft gewesen sein oder es fanden in kurzer Zeit zwei Kollisionen statt und es wurden beide als ein Ereignis aufgenommen. Wenn der z- Vertex nicht im Bereich der Folie liegt (die Soll- Position legt Vertex- BPD z fest), dann fand die Interaktion nicht im Target sondern davor oder danach statt. Das

¹Da bei 158A GeV $C + C$ viele DSTs defekt sind, ist es nicht möglich, die DSTs unter Verwendung des neuen, korrigierten dE/dx- Clients zu Mini- DSTs zu kopieren. Für Pionen ist die Abweichung zwischen altem und neuem dE/dx- Client nicht sehr groß, für die h^- - Analyse spielt der Client ohnehin keine Rolle.

4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung

| Cut | $C + C$ 40A GeV | $Si + Si$ 40A GeV | $C + C$ 158A GeV | $Si + Si$ 158A GeV |
|------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Vertex IFlag (b) | = 0 | | | |
| Vertex P χ^2 (b) | > 0 | | | |
| Vertex Fit x,y (a) | $\neq 0$ | | | |
| Vertex BPD x,y (a) | $\neq 0$ | | | |
| Vertex BPD-Fit x (a) | $\neq 0$ | | | |
| (c) | $> -0.742cm$ $< 0.538cm$ | $> -0.3698cm$ $< 0.1726cm$ | $> -0.4046cm$ $< 0.2472cm$ | $> -0.27505cm$ $< 0.1369cm$ |
| Vertex BPD-Fit y (a) | $\neq 0$ | | | |
| (c) | $> -0.309cm$ $< 0.2266cm$ | $> -0.2255cm$ $< 0.2721cm$ | $> -0.2168cm$ $< 0.0884cm$ | $> -0.1684cm$ $< 0.0428cm$ |
| Vertex BPD-Fit z (d) | $> -3.67cm$ $< 2.482cm$ | $> -1.508cm$ $< 1.3cm$ | $> -2.409cm$ $< 2.627cm$ | $> -0.9657cm$ $< 1.9177cm$ |
| Beam- Ladung (e) | > 730 < 820 (ab Run 3248) | > 500 < 2000 | > 500 < 670 | > 1250 < 1560 |
| Selektierte Projektile | C | Al, Si, P | C, N | Al, Si, P |

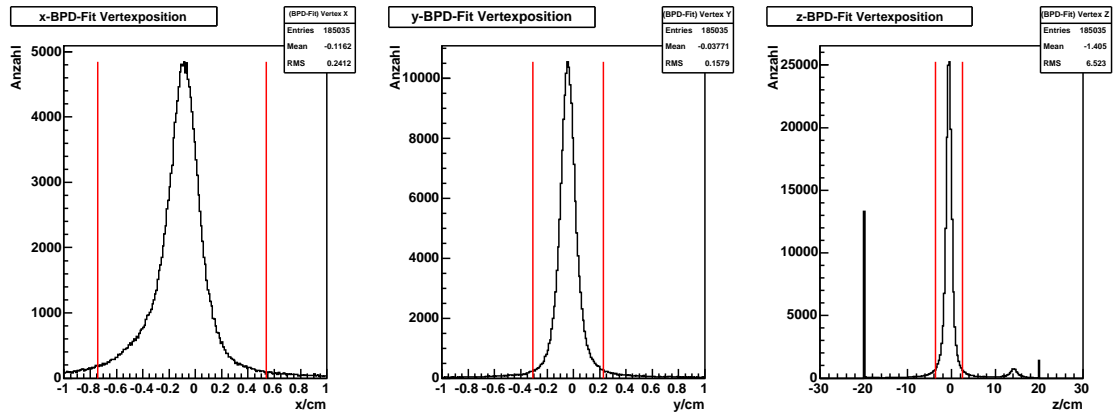
Tabelle 4.1: Die für die Analyse verwendeten Event- Cuts.

| | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ |
|---|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| alle Events | 242840 | 134200 | 220297 | 296796 |
| nach Cuts auf fehlerhafte Vertex- Bestimmung (a) | 208105 | 99110 | 207256 | 272504 |
| nach IFlag- und Vertex P χ^2 - Cut (b) | 176091 | 83090 | 198596 | 263619 |
| nach Vertex BPD- Fit x,y Cut (c) | 163717 | 77550 | 184494 | 243618 |
| nach Vertex- Fit z Cut (d) | 151592 | 65670 | 177044 | 184996 |
| nach Projektil- Ladungs- Cut (e) | 135267 | 65490 | 122021 | 151412 |

Die Buchstaben in Klammern in der ersten Spalte verweisen auf die Cuts in Tabelle 4.1.

Tabelle 4.2: Anzahl der untersuchten Events vor und nach den verschiedenen Event-Cuts.

4.2 Eventselektion

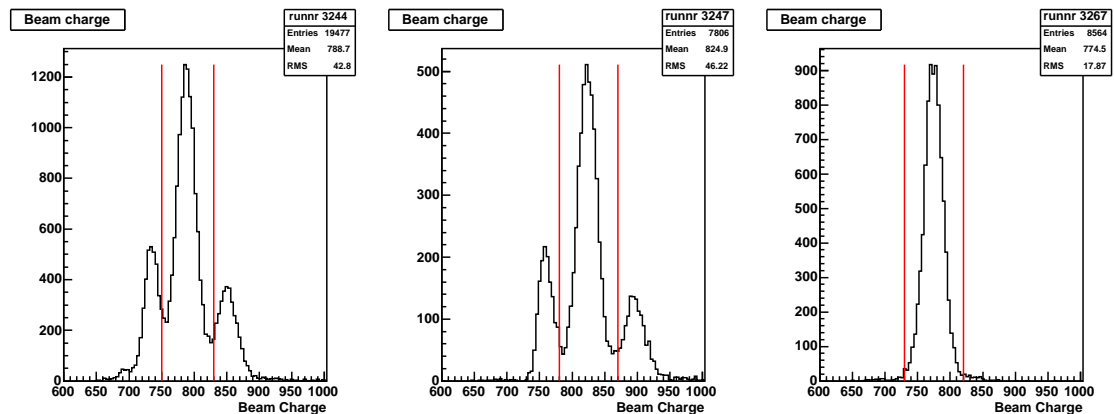


IFlag und Vertices $\neq 0$ Cuts wurden schon angewandt. Die vertikalen Linien zeigen die Positionen der Cuts auf die entsprechenden Observablen an.

Abbildung 4.1: BPD-Fit Vertexpositionen für 40A GeV $C + C$.

Verhältnis der Events, deren z-Vertex innerhalb des Targets ist, zur Gesamtzahl der Events, entspricht in etwa dem Verhältnis von Interaktionen innerhalb des Targets zu allen getriggerten Interaktionen, siehe Kap. 4.3.

Um die verschiedenen Datensätze vergleichbar zu analysieren, habe ich die Vertex BPD-Fit Histogramme in allen Koordinaten mit einer Gaußfunktion gefittet und die Cut-Grenzen auf $\pm 4\sigma$ um den Mittelwert festgesetzt. Exemplarisch ist dies in Abb. 4.1 für 40A GeV $C + C$ gezeigt. Die Graphen der Vertex-Positionen der anderen Datensätze befinden sich in Anhang B.



Die restlichen Event-Cuts wurden schon angewandt. Die vertikalen Linien zeigen den in der Analyse verwendeten Cut auf die Beam-Ladung an.

Abbildung 4.2: Verteilung der Beam-Ladung für verschiedene Runs von 40A GeV $C + C$.

Da die hier untersuchten Strahlen keine Primärstrahlen sind, also nicht als solche erzeugt und beschleunigt wurden, sondern Fragmentationsstrahlen, befinden sich nicht nur die gewünschten Elemente C und Si darunter, sondern auch andere mit dem gleichen Ladungs- zu Masse- Verhältnis. Die Selektion der gewünschten Projektile erfolgt über den Beam-Ladungs-Cut. Bei 158A GeV wurde dieser so gewählt, dass er dem von C-Höhe entspricht, um die Ergebnisse besser vergleichen zu können. Bei 40A GeV $C + C$ haben verschiedene Runs verschiedene Kallibrationen der Beam-Ladungs-Information, siehe Abb. 4.2. Außerdem wurde der Online-Trigger

4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung

nach einigen Runs so eingestellt, dass nur noch Events mit C- Projektilen aufgezeichnet wurden. Daher wurden hier runabhängige Cuts verwendet und ausschließlich C- Projektilen betrachtet. Bei 40A GeV $Si + Si$ ist aus unbekanntem Gründen die Beam-Ladungs- Information sehr ungenau. Da aber anscheinend online auf die Projektilen Al, Si und P getriggert wurde, sind hier nur sehr lockere Ladungs- Cuts eingeführt worden.

Weitere Graphen zu den Event- Cuts befinden sich in Anhang B.

4.3 Zentralitätsbestimmung der Datensätze

Um die Größe des wechselwirkenden Volumens zu bestimmen, ist es nicht nur notwendig, die Größe der kollidierenden Atomkerne zu wissen, sondern auch die *Zentralität* ihrer Kollision. Aus ihr ist es mit Modellrechnungen möglich, die Anzahl der *wounded nucleons* $\langle N_W \rangle$ (siehe Kap. 1.2.3) und die Anzahl der *participants* $\langle N_P \rangle$ ² zu berechnen.

Die Zentralität einer Reaktion ist das Verhältnis des Wirkungsquerschnitts σ_{trig} der Reaktionen, auf die getriggert wurde, zu dem totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt σ_{inel} [14].

$$C = \frac{\sigma_{trig}}{\sigma_{inel}} \quad (4.1)$$

Der Wirkungsquerschnitt σ_{trig} kann aus der Triggerrate des Experimentes und der Konfiguration des Targets bestimmt werden.

$$\sigma_{trig} = R_{trig} \cdot \left(\frac{M}{\rho \cdot d \cdot N_A} \right) \quad (4.2)$$

Dabei ist M die Molmasse der Targetatome, d die Dicke des Targets und ρ seine Dichte. N_A ist die *Avogadro- Konstante*³.

Um die Triggerrate zu bestimmen, gibt es verschiedene Möglichkeiten:

Die erste Möglichkeit (A), die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit R_{trig} zu berechnen ist folgende:

$$R_{trig}(A) = \left[\left(\frac{N_{trig}}{B_{gated}} \right)_{target\ in} - \left(\frac{N_{trig}}{B_{gated}} \right)_{target\ out} \right] \quad (4.3)$$

Dabei ist N_{trig} die Anzahl der Events, auf die getriggert wurde, und B_{gated} die Anzahl der Strahlteilchen, die zur gleichen Zeit zum Target gelangten.

Die N_{trig}/B_{gated} werden dabei dem Logbuch entnommen.

Da man nur die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target wissen möchte, muss man von $\left(\frac{N_{trig}}{B_{gated}} \right)_{target\ in}$ noch die Wechselwirkungen ohne Target abziehen. Dies kann, wie in Formel 4.3 beschrieben, durch Messung des Verhältnisses $\frac{N_{trig}}{B_{gated}}$ in einem Run ohne Target erfolgen.

² $\langle N_P \rangle \geq \langle N_W \rangle$

³ $N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

4.3 Zentralitätsbestimmung der Datensätze

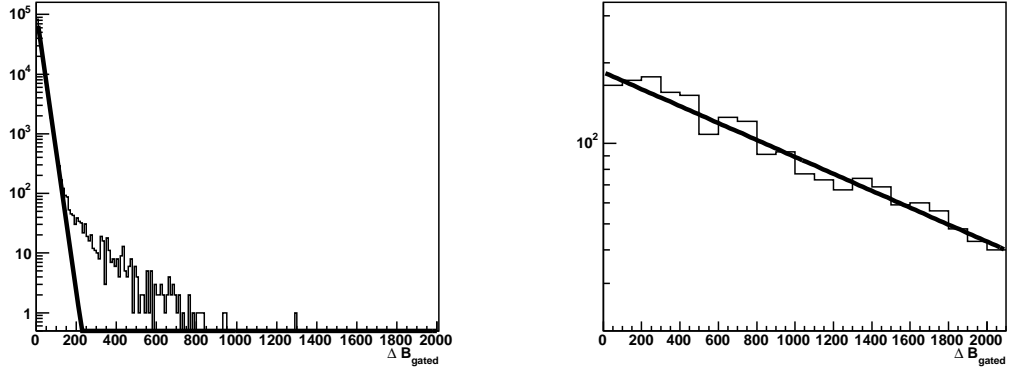


Abbildung 4.3: Die Verteilung der ΔB_{gated} in 40A GeV $C+C$ - Kollisionen, links für Interaktionen innerhalb der Target- Z- Position, rechts außerhalb.

Alternativ (B) kann man durch Messung des Z- Vertex der Reaktionen (Näheres in Kap. 4.2, Seite 37) das Verhältnis der Reaktionen im Target zu allen Reaktionen bestimmen. Durch Formel 4.4 kann man nun auch R_{trig} berechnen.

$$R_{trig}(B) = \left(\frac{N_{trig}}{B_{gated}} \right)_{target\ in} \cdot \left(\frac{\text{Reaktionen im Target}}{\text{alle Reaktionen}} \right) \quad (4.4)$$

Eine weitere Methode (C) ⁴ macht sich zu nutze, dass in den mini- DSTs für jedes Event die Nummer des Strahlteilchens gespeichert ist. Leider wird diese Nummer ab und zu auf Null zurück gesetzt, so dass man nicht die Zahl der Events und die Zahl der Strahlteilchen direkt verwenden kann, um ρ_{trig} zu berechnen. Statt dessen speichert man in einem Histogramm die Zahl der Strahlteilchen ΔB_{gated} , die von einem akzeptierten Event zu dem nächsten das Experiment passiert haben. Ein akzeptiertes Event ist dabei eines, dessen gefitteter z- Vertex sich innerhalb von 4 cm um die Targetposition befindet.

Dabei ist die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes ΔB_{gated} zu erhalten, folgende:

$$\begin{aligned} P(\Delta B_{gated}) &= p(2 \text{ akzeptierte Events}) \\ &\quad \cdot p((\Delta B_{gated} - 2) \text{ nicht getriggerte bzw. akzeptierte Events}) \\ &= p^2 \cdot (1 - p)^{\Delta B_{gated} - 2} \\ &= p^2 \cdot \exp((\Delta B_{gated} - 2) \ln(1 - p)) \\ &= p^2 \cdot (1 - p)^{-2} \cdot e^{\Delta B_{gated} \ln(1-p)} \\ &= A \cdot e^{D \cdot \Delta B_{gated}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Dabei ist p die Wahrscheinlichkeit, dass ein Event getriggert und akzeptiert wurde. Durch einen exponentiellen Fit der ΔB_{gated} - Verteilung wird $D = \ln(1 - p)$ bestimmt. Damit ist $p = 1 - e^D$.

Auch in dem z- Vertex- Bereich, wo die Events akzeptiert wurden, befindet sich Untergrund. Um diesen zu entfernen, misst man die Triggerwahrscheinlichkeit mit der oben beschriebenen Methode für ebenso großen einen Z- Vertex- Bereich außerhalb des Targets (aber nicht im Bereich der Mylar- Folie).

Die gesuchte Triggerrate ist nun $R_{trig} = p_{im\ Target} - p_{außerhalb\ Target}$.

⁴Implementiert von C. Alt

4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung

| | $C + C$ 40 AGeV | $Si + Si$ 40 AGeV | $C + C$ 158 AGeV |
|---------------|--------------------|----------------------|---------------------|
| $R_{trig}(A)$ | 5.03% | 0.88% | 1.21% |
| $R_{trig}(B)$ | 5.37% | 1.21% | 1.26% |
| $R_{trig}(C)$ | 5.09% | 1.29% | 1.18% |

Tabelle 4.3: Vergleich der verschiedenen Methoden der Berechnung der Triggerrate. Zur weiteren Analyse wurde Methode C verwendet.

Wie man in Tabelle 4.3 sieht, liefern die verschiedenen Methoden zur Berechnung von R_{trig} bei 40A GeV $Si + Si$ unterschiedliche Ergebnisse, bei 40A GeV und 158A GeV $C + C$ stimmen sie jedoch recht gut überein. Da die letzte beschriebene Methode (C) genauer als die beiden anderen ist und auch für $Pb + Pb$ Kollisionen verwendet wird, benutze ich sie auch für die Bestimmung der Zentralität meiner Datensätze.

| | $C + C$ 40 AGeV | $Si + Si$ 40 AGeV | $C + C$ 158 AGeV | $Si + Si$ 158 AGeV |
|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| d | 10mm | 5mm | 10mm | 3.05mm |
| ρ | 1.84 g/cm ³ | 2.33 g/cm ³ | 1.84 g/cm ³ | 1.84 g/cm ³ |
| M | 12.01 | 28.09 | 12.01 | 12.01 |
| R_{trig} | 5.09% | 1.29% | 1.18% | 0.368% |
| σ_{trig} | 551.7 mb | 516.5 mb | 127.9 mb | 131 mb |
| σ_{inel} [14] | 839 mb | 1768 mb | 856 mb | 856 mb |
| C | (65.7 ± 2)% | (29.2 ± 2)% | (14.9 ± 2)% | (15.3 ± 2.4)% |

FRITIOF- Rechnungen

| | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|---------------|---------|---------|
| $\langle b \rangle$ | 2.23 fm | 2.63 fm | 1.8 ± 0.01 fm | 1.51 fm | 1.81 fm |
| $\langle N_W \rangle$ | 9.343 | 32.21 | 15.9 | 15.9 | 39.9 |

Venus- Rechnungen

| | | | | | |
|-----------------------|---------|--------|--|----------------|------------|
| $\langle b \rangle$ | 3.07 fm | 2.9 fm | | 1.88 ± 0.07 fm | 2 ± 0.1 fm |
| $\langle N_W \rangle$ | 8.279 | 28.68 | | 13.9 | 37 |
| $\langle N_P \rangle$ | 10.976 | 37.23 | | 16.6 | 43.3 |

Mittelwerte

| | | | | |
|-----------------------|----------------|----------------|--------------|------------|
| $\langle b \rangle$ | 2.65 ± 0.84 fm | 2.77 ± 0.27 fm | 1.9 ± 0.2 fm | 2 ± 0.2 fm |
| $\langle N_W \rangle$ | 8.81 ± 1.1 | 30.45 ± 3.5 | 14 ± 2 | 37 ± 3 |

Für die Berechnung von R_{trig} und allen daraus folgenden Werten wurde die Methode C verwendet. Die Fehler in $\langle b \rangle$ und $\langle N_W \rangle$ bei den Mittelwerten wurden als die Unterschiede der beiden verwendeten Modelle definiert. Diese dominieren den gesamten Fehler. Die Werte von 158A GeV $C + C$ 3mm- target und 158A GeV $Si + Si$ wurden in Ref. [14] berechnet.

Tabelle 4.4: Zentralitäten der verwendeten Datensätze.

In Tabelle 4.4 sind die zur Berechnung notwendigen Werte und das Ergebnis meiner Berechnung der Zentralitäten bei 40A GeV sowie die von C. Höhne [14] berechneten Zentralitäten von 158A GeV angegeben.

Bei der Angabe des totalen inelastischen Wirkungsquerschnitts wurde angenommen, dass dieser bei 40A GeV dem von 158A GeV entspricht. Der Fehler dieser Annahme ist kleiner als 5%. Bei $C + C$ 40A GeV wurde weiterhin angenommen, der Strahl bestehe nur aus C- Ionen, was bei den meisten Runs der Fall ist. Der Fehler dieser Annahme ist bei einem Anteil von Nicht- Kohlenstoff- Ionen an den Projektilen von ca. 10% unter 1%. Bei 40A GeV $Si + Si$ sei der Strahl genau so zusammengesetzt wie bei 158A GeV .

4.3.1 Berechnung der Anzahl der wounded Nucleons

Um die Anzahl der wounded Nucleons und den Impakt- Parameter b zu berechnen, muss man ein Modell der Kollision heranziehen. Hier wird FRITIOF 7.0 [27] verwendet.

Zum Vergleich wurde zusätzlich die Anzahl der wounded Nucleons von C. Höhne mit dem Venus- Modell bestimmt.

FRITIOF ist ein String- Hadronisches Modell, mit welchem man sowohl Nukleon- Nukleon- als auch Kern- Kern- Kollisionen simulieren kann. Zur Simulation letzteren teilt FRITIOF diese in unabhängige Nukleon- Nukleon- Stöße auf. Dazu werden verschiedene Kerndichtefunktionen verwendet:

Für leichte Kerne ($A \leq 16$, z. B. C) wird ein harmonisches Oszillator- Schalenmodell verwendet.

$$\rho(r) = \frac{4}{\pi^{3/2}d^3} \left[1 + \frac{A-4}{6} \left(\frac{r}{d} \right)^2 \right] e^{-r^2/d^2} \quad (4.6)$$

$$d^2 = \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{A} \right)^{-1} (\langle r_{ch}^2 \rangle_A - \langle r_{ch}^2 \rangle_p) \quad (4.7)$$

Für schwere Kerne ($A > 16$, z. B. Si, Pb) verwendet FRITIOF eine Wood- Saxon- Verteilung.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-r_0A^{1/3}}{C}\right)} \quad (4.8)$$

$$r_0 = 1.16 \cdot \left(1 - 1.16 \cdot A^{-2/3} \right) \text{ fm} \quad (4.9)$$

Mit diesen Modellen kann FRITIOF die Anzahl der Projektil- und Target- Spektatoren simulieren, daraus kann man leicht die Anzahl der N_P , die in diesem Modell den N_W entspricht, da FRITIOF keine sekundären Wechselwirkungen beinhaltet, ausrechnen.

$$N_W = N_P = 2A - N_{\text{Projektil-Spektatoren}} - N_{\text{Target-Spektatoren}} \quad (4.10)$$

Bei der hier zur Bestimmung der $\langle N_W \rangle$ verwendeten Methode wird die Energie der Teilchen, die im Veto- Kalorimeter landen, simuliert. Dazu wird die Anzahl der Spektatoren mit der Strahlenergie pro Nukleon multipliziert und eine gaußförmige Verschmierung der Energie angenommen. Ein Cut auf die Veto- Energie wird so gewählt, dass die Zentralität der akzeptierten simulierten Events der oben für die Daten bestimmten Zentralität entspricht. Das Modell liefert nun den mittleren Impakt- Parameter und die mittlere Anzahl der wounded Nucleons.

Leider arbeitet FRITIOF 7.0 nicht bei Energien kleiner als $60A$ GeV . Allerdings hat sich herausgestellt, dass $\langle b \rangle$ und $\langle N_W \rangle$ nur sehr schwach von der Energie abhängig sind. Daher habe ich sie für verschiedene Energien über $60A$ GeV bestimmt und auf $40A$ GeV extrapoliert. Damit verbundene Unsicherheiten fließen in den Fehler ein.

Die Ergebnisse dieser Berechnung für $40A$ GeV sowie die Ergebnisse von C. Höhne [14] bei $158A$ GeV sind in Tabelle 4.4 zu sehen.

4 Datensätze und Zentralitätsbestimmung

5 Analyse der experimentellen Daten

Nachdem nun klar ist, welche Events für die Analyse verwendet werden können, kann diese jetzt starten. In dieser Arbeit verwende ich zwei vollkommen verschiedene Analyseverfahren. Bei der dE/dx - Analyse werden die Pionen über ihren spezifischen Energieverlust identifiziert. Bei der h^- - Analyse hingegen macht man sich zu Nutze, dass ca. 95% aller negativen Teilchen π^- sind. Der Anteil der Nicht- Pionen wird mit einer Simulation bestimmt und abgezogen. Der Vorteil dieser Methode ist, dass ein großer Bereich des Phasenraums abgedeckt werden kann und wenig Statistik für die Analyse ausreicht. Der Nachteil ist, dass nur negative Pionen so gefunden werden können und die Ergebnisse von dem Modell, das den Pionenanteil berechnet, abhängt. Die Ergebnisse und die Unterschiede zwischen den Analysemethoden werden in Kapitel 6 gezeigt.

In diesem Kapitel werden die einzelnen Schritte der beiden Analysemethoden parallel präsentiert, um sie besser vergleichen zu können.

5.1 Spurselektion

In dieser Arbeit werden nur die Pionen, die in der primären Kollision entstehen, untersucht. Daher werden für die weitere Analyse nur Spuren verwendet, die von der Rekonstruktionssoftware dem Hauptvertex zugeordnet sind. Nicht bei allen im Detektor registrierten Teilchenspuren können die für die weitere Analyse notwendigen Informationen (wie Impuls, Energieverlust) mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden, wenn die Spuren z.B. nur sehr wenige Punkte in den TPCs haben. Für manche Klassen von Spuren ist außerdem die Akzeptanz des Detektors zu klein oder nicht genau genug bestimmt, so dass man diese Klasse von Spuren für die Analyse nicht verwendet und später darauf korrigiert.

| cut | MTPC dE/dx | h^- Analyse |
|---|----------------------|-----------------------|
| right- side tracks ($p_x \cdot q > 0$) | | |
| Winkel zwischen Spur und Ausleseebene (<i>Wedge- Cut</i>) | $\leq 45^\circ$ | $\leq 30^\circ$ |
| Potentielle Punkte | MTPC: ≥ 50 | alle TPCs: ≥ 10 |
| gefundene / potentielle Punkte | MTPC: ≥ 0.5 | alle TPCs: ≥ 0.5 |
| gefundene Punkte | VTPC 1 + 2: ≥ 1 | |
| Teilchenladung | | < 0 |

Tabelle 5.1: Verwendete Track- Cuts für die verschiedenen Analysemethoden

Im Gegensatz zu den Event- Cuts verändern die Track- Cuts die Multiplizität der untersuchten Teilchens und ihre Verteilung. Daher muss man auf sie korrigieren, mehr dazu in Kap. 5.3.1.

| | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ |
|--|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| vor Track- Cuts | 2280764 | 3993217 | 7436379 | 20309670 |
| nach right- side- Cut | 1297228 | 2263092 | 3764458 | 10325342 |
| nach Wedge- Cut | 778166 | 1353537 | 1996160 | 5487155 |
| nach pot. Punkte in MTPC Cut | 307461 | 534090 | 816732 | 2206610 |
| nach gefundene / potentielle Punkte in MTPC- Cut | 307364 | 533944 | 816659 | 2206007 |
| nach gefundene Punkte in VTPC Cut | 294820 | 517045 | 782159 | 2122527 |

Tabelle 5.2: Anzahl der untersuchten Spuren vor- und nach den Track- Cuts für MTPC dE/dx- Analyse

5.1.1 Spurselektion für MTPC dE/dx

Spuren, die vom Magnetfeld in Richtung der Strahlachse zurück gebogen werden, nennt man *wrong side tracks*. Für die Magnetfeldkonfiguration „+“, das heißt das Magnetfeld zeigt in positive y- Richtung, gilt:

$$\text{right side tracks: } p_x \cdot q > 0 \quad (5.1)$$

$$\text{wrong side tracks: } p_x \cdot q < 0 \quad (5.2)$$

Wrong side tracks haben große Winkel zu den Pads und können daher nicht so effizient gemessen und rekonstruiert werden wie die *right- side tracks*. Aus der Symmetrie des Systems folgt, dass die Hälfte aller entstandenen Spuren wrong side tracks sind, wenn man sich aber die rekonstruierten Spuren anschaut (Tabelle 5.2), ist deren Anteil deutlich geringer. Daran sieht man die geringere Rekonstruktionseffizienz für diese Spuren.

Wenn die Teilchenspuren einen zu großen Winkel zur Ausleseebene haben, so leidet die Rekonstruktionseffizienz. Außerdem nimmt der Untergrund zu. Daher werden zur weiteren Analyse nur Spuren, deren Winkel zur Ausleseebene kleiner als 45° ist, verwendet. Dieser Wert garantiert einerseits möglichst „saubere“ Spuren, andererseits ist die verbleibende Spur- Anzahl noch ausreichend für die dE/dx- Analyse.

Um den spezifischen Energieverlust der Teilchen in der MTPC vernünftig zu bestimmen, muss jedes Teilchen in ihr eine ausreichende Anzahl an Punkten haben. Dies schränkt die geometrische Akzeptanz der Analyse stark ein, da nur Spuren analysiert werden können, die durch einen großen Teil der MTPC gehen.

Weiterhin wird verlangt, dass von jeder Spur mindestens die Hälfte der geometrisch möglichen Punkte auch gefunden wurde. Das verhindert, dass ein Teilchen als zwei Spuren gezählt wird. Außerdem erhöht dieser Cut, bei dem nur wenige Spuren verloren gehen, die Qualität des verbleibenden Spur- Ensembles.

Um den Impuls des Teilchens möglichst genau zu bestimmen, wird verlangt, dass jede Spur mindestens einen Punkt in einer VTPC hat. Somit wird sichergestellt, dass die Spur über einen großen Raumbereich verfolgt werden konnte und die Impulsbestimmung gut ist, da sich ein Teil der gefundenen Spur im Magnetfeld befindet.

5.1.2 Spurselektion für h^- Analyse

Für die h^- - Analyse sind die Track- Cuts anders als für die MTPC dE/dx- Analyse. Hier ist es wichtig, eine möglichst große räumliche Akzeptanz zu haben, daher sind

5.2 Analyse der Teilchenspuren und Erstellung der Pionenspektren

| | 40A GeV <i>C + C</i> | 40A GeV <i>Si + Si</i> | 158A GeV <i>C + C</i> | 158A GeV <i>Si + Si</i> |
|---|-------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| vor Track- Cuts | 2280764 | 3993217 | 7436379 | 20309670 |
| nach Ladungs- Cut | 948610 | 1666869 | 3338882 | 9174678 |
| nach right- side- Cut | 523174 | 918529 | 1673925 | 4614944 |
| nach Wedge- Cut | 211371 | 369158 | 593567 | 1643769 |
| nach pot. Punkte- Cut | 207091 | 361915 | 584741 | 1619731 |
| nach gefundene / potentielle Punkte Cut | 207004 | 361690 | 584448 | 1618090 |

Tabelle 5.3: Anzahl der untersuchten Spuren vor- und nach den Track- Cuts für h^- -Analyse

die Anforderungen an die potentiellen Punkte einer Spur sehr klein. Sie muss nur eine kleine Zahl von ihnen haben, es spielt dabei keine Rolle in welcher TPC.

Da die h^- - Analyse keine hohen Ansprüche an die vorhandene Statistik stellt, kann man den Wedge- Cut enger wählen, um die „Sauberkeit“ der Spuren zu erhöhen.

Graphen der Verteilung von Teilchenspuren in verschiedenen Observablen befinden sich im Anhang B.

5.2 Analyse der Teilchenspuren und Erstellung der Pionenspektren

5.2.1 Teilchenidentifikation über ihren Energieverlust (dE/dx)

Füllen des dE/dx - Containers

Wie in Abb. 5.1 zu sehen, ist der erste Schritt der dE/dx - Analysekette das Füllen des dE/dx - Containers (`fill_contain.C`). Dieses Objekt der Klasse `T49Container` ist in 20 logarithmische Bins für den Gesamtimpuls p , 20 lineare Bins für den Transversalimpuls p_T sowie 2 Bins für die Ladung unterteilt. Jedes Bin enthält ein Histogramm für die Aufnahme des spezifischen Energieverlusts der Teilchen. Die dE/dx -Information von Spuren, die die Track- Cuts passiert haben, wird in das dazugehörige Histogramm gefüllt. In Abb. 5.2 ist ein solches gefülltes Histogramm zu sehen. Weiterhin wird für jedes Bin ein Histogramm mit der Länge der Teilchenspuren gefüllt. Für die spätere Normierung wird außerdem die Anzahl der Events, die die Event- Cuts passiert haben, in der Container- Klasse gespeichert.

Fitten des Containers

Anschließend werden die gefüllten Histogramme mit einer von M. van Leeuwen [28] entwickelten Methode gefittet (`fit_ptb_asym.C`).

Zur dE/dx - Analyse werden nur Bins verwendet, die mindestens 1000 (positive Ladung) oder 500 (negative Ladung) Einträge haben. Es werden weniger Einträge in Bins mit negativer Ladung verlangt, da nur wenige Antiprotonen erzeugt werden und die Trennung der Pionen und Kaonen auch mit kleinerer Statistik funktioniert.

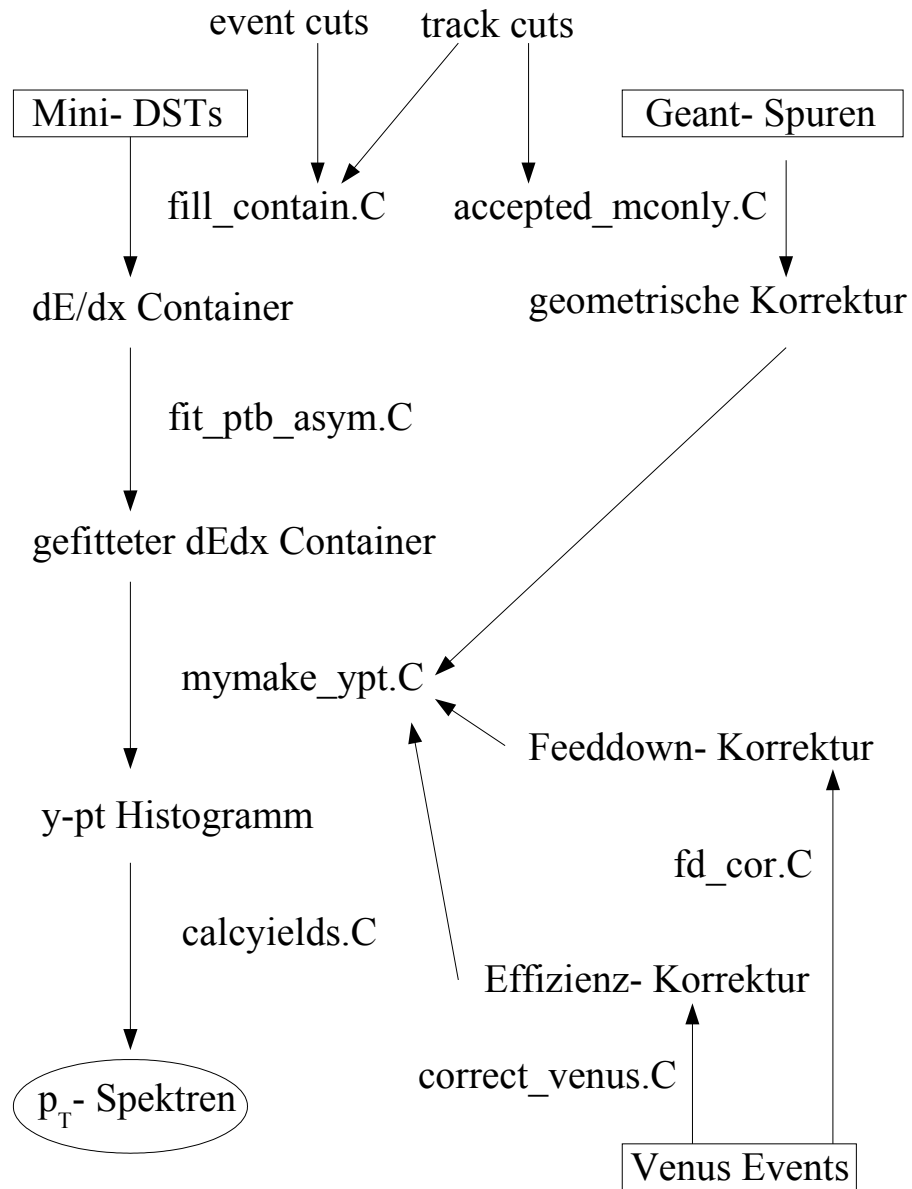
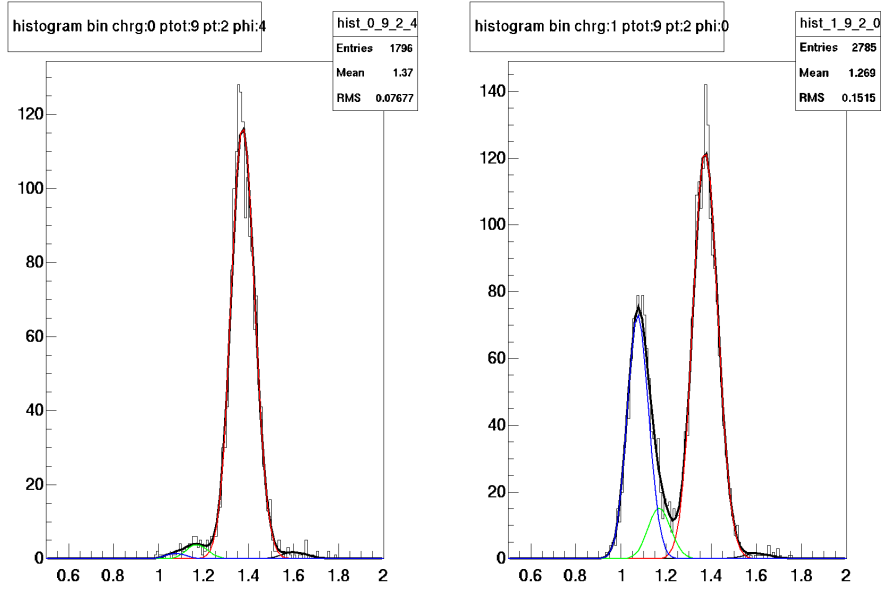


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der dE/dx- Analysekette

5.2 Analyse der Teilchenspuren und Erstellung der Pionenspektren



40A GeV $C + C$, Ladung: -1 (links) bzw. +1 (rechts), $p = 8 \text{ GeV}/c$, $p_T = 0.2 \text{ GeV}/c$

Abbildung 5.2: Zwei gefüllte und gefittete dE/dx - Histogramme.

Außerdem ist der p - Bereich, in dem die Fit- Methode funktioniert, begrenzt. Für zu kleine Impulse befindet man sich in der *Cross- Over- Region* der Bethe- Bloch- Formel (Abb. 3.3), eine gute Separation der Teilchensorten ist dort nicht möglich. Für zu große Impulse nähern sich die relativistischen Schwänze der Bethe- Bloch- Funktionen der verschiedenen Teilchensorten zu sehr an, auch hier ist eine Separation unmöglich.

Die gesamte dE/dx - Fit- Funktion ist eine Summe aus den Fit- Funktionen für die vier Teilchensorten.

$$g(x) = \sum_{i \in \{p, K, \pi, e\}} g_i(x, A_i, x_i, \delta, \sigma, \alpha) \quad (5.3)$$

Da die Breite der Gauss- Verteilung einer Teilchensorte i von der Länge ihrer Spuren abhängt, nimmt man die Summe der Verteilungen über jede vorhandene Länge l der Spuren.

$$g_i(x, A_i, x_i, \delta, \sigma, \alpha) = A_i \sum_l \frac{n_l}{N_{tot}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_i}{(1 \pm \delta)\sigma_{i,l}}\right)^2\right) \quad (5.4)$$

Dabei ist A_i die Gewichtung der Teilchensorte, n_l die Anzahl der Spuren mit Länge l , N_{tot} die totale Anzahl der Spuren, x_i die Position des Peaks der Teilchensorte und δ der Asymmetrieparameter, der aufgrund der verwendeten truncated- mean- Methode (siehe Kap. 3.2) notwendig ist. Man nimmt an, dass die Breite der Gauss- Verteilung für eine Spurlänge mit der Wurzel ihrer Länge skaliert.

$$\sigma_{i,l} = \frac{\sigma x_i^\alpha}{\sqrt{l}} \quad (5.5)$$

Die Breite hängt außerdem von der Position des Peaks im dE/dx - Spektrum ab. Der Exponent α wurde experimentell mit Hilfe der TOF- Methode bestimmt: $\alpha = 0.625$.

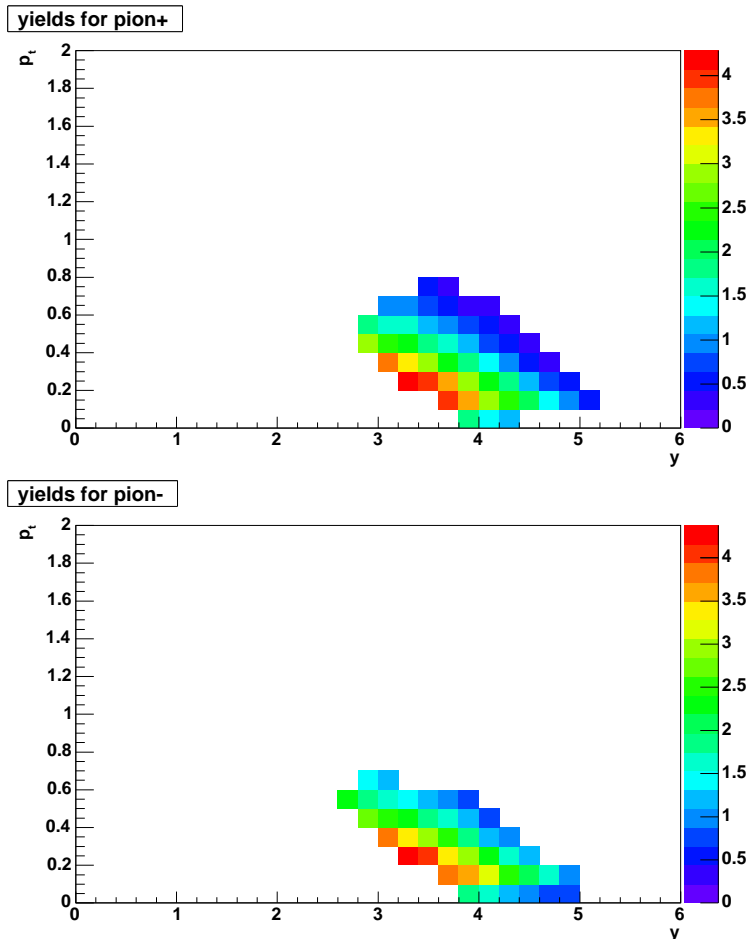
5 Analyse der experimentellen Daten

Die gesamte Fit- Funktion $g(x)$ hat 10 freie Parameter: 4 Amplituden A_i für die Multiplizität der entsprechenden Teilchen, 4 Positionen x_i für die Lage der Peaks der Teilchen im dE/dx - Spektrum, sowie die als Teilchensorten- unabhängig angenommene Breite der Verteilung σ und den Asymmetrie- Parameter δ .

Für jeden entsprechend gefüllten Bin in Ladung, p und p_T wird die Position der Pionen gefittet. Die Position der Kaonen, der Protonen und der Elektronen relativ zur Pionenposition wird für alle p_T - und Ladungs- Bins eines p - Bins gemeinsam gefittet, um die Stabilität des Fits zu erhöhen. Ebenso wird für den Asymmetrie- Parameter δ verfahren.

Die zugehörigen Fit- Funktionen werden in dem dE/dx - Container gespeichert. Zwei gefittete dE/dx - Bins sind in Abb. 5.2 zu sehen.

Erzeugen des Roh- Spektrums



Midrapidity liegt bei $y = 2.22$. Die Akzeptanz ist für π^+ größer, da es aufgrund der Protonen mehr positive als negative Teilchenspuren gibt und so die Mindestzahl von Teilchenspuren in einem p - p_T - Bin öfter erreicht wird.

Abbildung 5.3: $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektrum für π^+ (oben) und π^- (unten) bei 40A GeV $C + C$. Die gefüllten Bins zeigen die geometrische Akzeptanz der Analysemethode.

5.2 Analyse der Teilchenspuren und Erstellung der Pionenspektren

Das Programm `mymake_ypt.C` bestimmt zunächst aus den Fits der dE/dx - Spektren die Anzahl der verschiedenen Teilchen in jedem Bin. Zunächst werden die trivialen Korrekturen auf den Right- Side- Track- Cut und den Wedge- Cut angewandt. Durch den Right- Side- Track- Cut wird nur die Hälfte der theoretisch vorhandenen Teilchenspuren untersucht. Der Grund dafür ist die Rotationssymmetrie des Kollisionssystems um die z - Achse. Durch den Wedge- Cut wird abermals wieder nur die Hälfte der vorhandenen Spuren ($4 \cdot 45^\circ = 180^\circ$) untersucht. Um auf diese beiden Spurschnitte zu korrigieren, wird die gemessene Teilchenzahl pro Bin mit 4 multipliziert.

Aufgrund eines noch unbekanntes Effektes in der dE/dx - Rekonstruktion der Rohdaten kommt es bei einer kleinen Zahl von Spuren (ca. 1%) vor, dass deren MTPC dE/dx - Wert gleich null ist. Untersuchungen haben ergeben, dass dieser Effekt nicht von der Teilchensorte abhängig ist. Daher werden alle Teilchenzahlen auf diesen Effekt hin korrigiert.

Die Teilchenzahlen werden nun auf die Anzahl der Events und die Binbreite normiert und als $\left(\frac{d^2n}{dp dp_T}\right)_{unkorr}$ für jede Teilchensorte in ein zweidimensionales Histogramm gespeichert.

Anschließend werden die in Kapitel 5.3 beschriebenen Korrekturen auf die geometrische Akzeptanz und den Zerfall c_{geom} , die Effizienz c_{eff} sowie den Anteil der Nicht- Hauptvertex- Spuren $c_{fetdown}$ vorgenommen.

$$\frac{d^2n}{dp dp_T} = \left(\frac{d^2n}{dp dp_T}\right)_{unkorr} \cdot [c_{geom}(p, p_T) \cdot c_{eff}(p, p_T) \cdot c_{fetdown}(p, p_T)]^{-1} \quad (5.6)$$

Die Ergebnisse für 40A GeV $C + C$ sind in Abb. 5.3 zu sehen.

Das $d^2n/(dp dp_T)$ - Spektrum wird anschließend in ein $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektrum umgerechnet. Im folgenden wird das Vorgehen hierbei beschrieben.

Die Rapidität ist folgendermaßen definiert:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_Z}{E - p_Z} \right) \quad (5.7)$$

wobei die Energie

$$E = \sqrt{p^2 + m^2} \quad (5.8)$$

und der Longitudinalimpuls

$$p_Z = \sqrt{p^2 - p_T^2} \quad (5.9)$$

ist.

Die Umrechnung der Bininhalte erfolgt mit der „Kettenregel“

$$\frac{d^2n}{dp dp_T} = \frac{dy}{dp} \cdot \frac{d^2n}{dy dp_T} \quad (5.10)$$

Mit den Gleichungen 5.7, 5.8 und 5.9 ergibt sich der Umrechnungsfaktor als

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dp} &= \frac{d}{dp} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{p^2 + m^2} + \sqrt{p^2 - p_T^2}}{\sqrt{p^2 + m^2} - \sqrt{p^2 - p_T^2}} \right) \right] \\ &= \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2} \sqrt{p^2 - p_T^2}} \\ &= \frac{p}{E p_Z} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Ein Spektrum nach der Umrechnung in $d^2n/(dy dp_T)$ - Bins ist in Abb. 5.3 zu sehen.

5.2.2 Die h^- Methode zum Erstellen von Pionenspektren ohne Teilchenidentifikation

Füllen des Containers

Die h^- -Analysekette ist in Abb. 5.4 zu sehen. Auch hier ist der erste Schritt das Füllen eines Containers mit den negativen Teilchenspuren, die die Track- Cuts passiert haben (`fill_hm_ypt.C`). Der Container ist in y - und p_T - Bins unterteilt, logarithmische p - Bins würden es nicht erlauben, Teilchen mit sehr niedrigem Gesamtimpuls ($p < 1 \text{ GeV}$) effektiv zu speichern. Für die dE/dx - Analyse ist dies nicht von Bedeutung, die h^- - Analyse erlaubt es aber, Teilchen mit sehr kleinem Gesamtimpuls zu untersuchen.

Erzeugen des Roh- Spektrums

Für jeden Bin in y und p_T wird die Anzahl der Spuren, die sich darin befinden, ausgelesen (`hminus_ypt.C`). Die trivialen Korrekturen für den Right- Side- Track- Cut (·2) und den Wedge- Cut (·3) werden angewandt. Die Teilchenzahl wird auf die Anzahl der Events und die Binbreite normiert und als $\left(\frac{d^2n}{dy dp_T}\right)_{unkorr}$ in ein zweidimensionales Histogramm gespeichert.

Bei der h^- - Analyse wird die geometrische, die Zerfalls- und die Effizienzkorrektur gemeinsam anhand von Venus- Events durchgeführt, der entsprechende Korrekturfaktor ist c_{gze} . Die Berechnung der Feeddown- Korrektur erfolgt analog zur dE/dx - Analyse, allerdings müssen die Korrekturfaktoren aufgrund der unterschiedlichen Track- Cuts neu berechnet werden. Außerdem erfolgt die Korrektur in y - p_T - Bins und nicht in p - p_T - Bins. Um aus dem h^- - Spektrum ein π^- - Spektrum zu erhalten, müssen die Nicht- Pionen abgezogen werden. Dies geschieht mittels der Korrektur auf die Pionen- Reinheit c_{purity} .

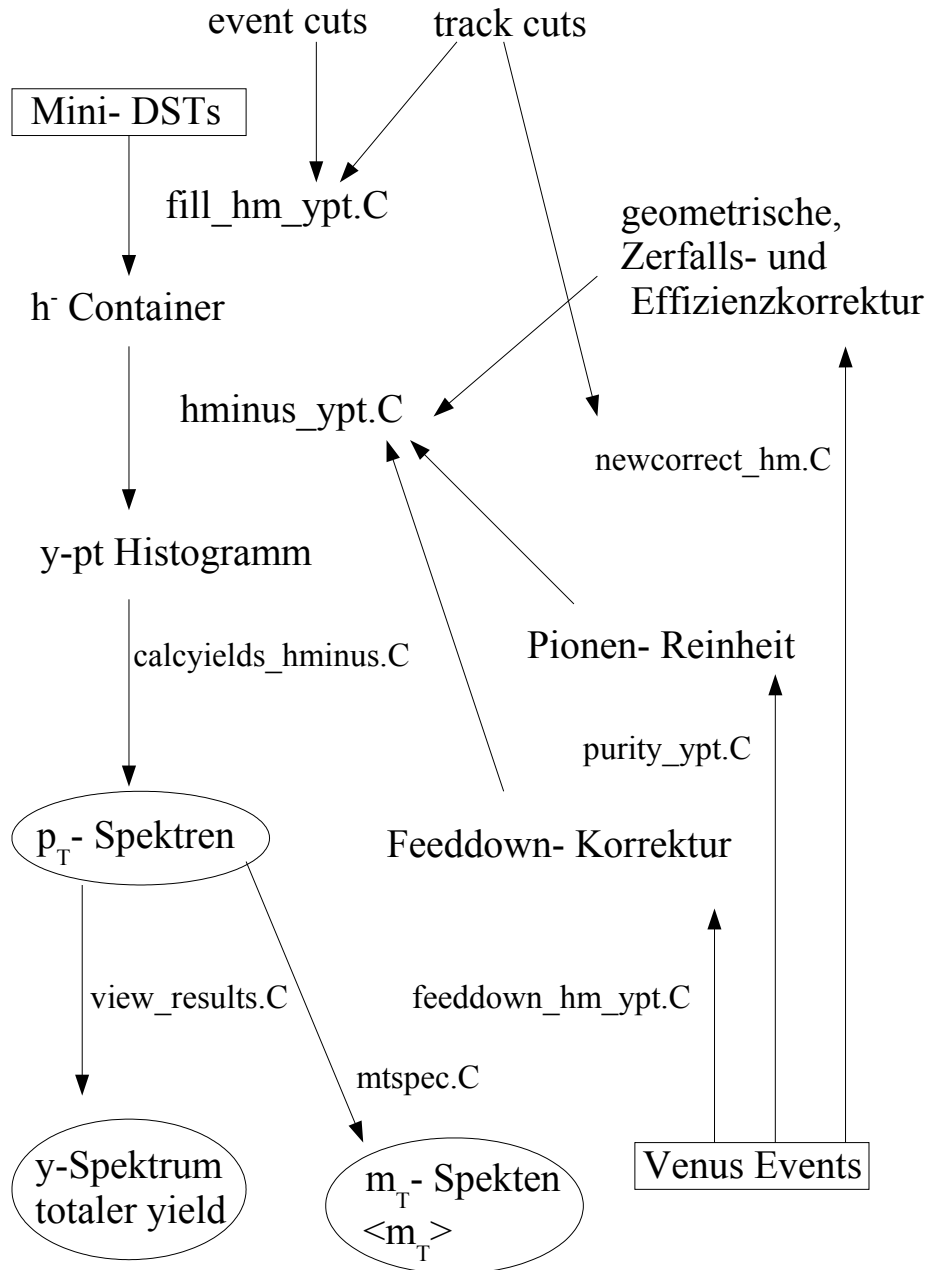
$$\frac{d^2n}{dy dp_T} = \left(\frac{d^2n}{dy dp_T}\right)_{unkorr} \cdot [c_{purity}(y, p_T) \cdot c_{gze}(y, p_T) \cdot c_{feeddown}(y, p_T)]^{-1} \quad (5.12)$$

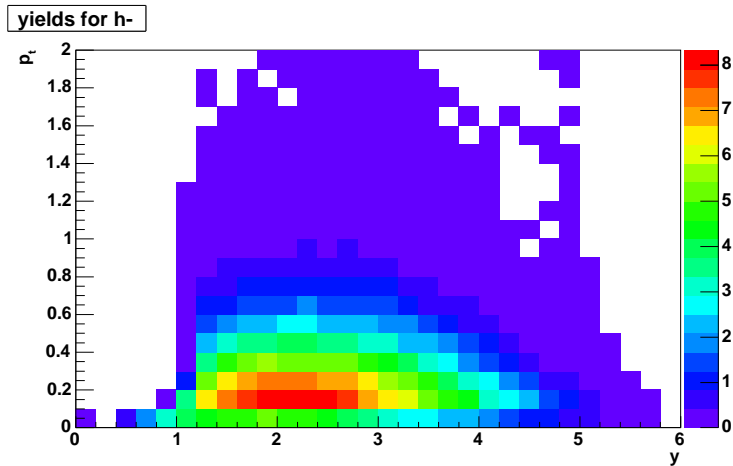
Abb. 5.5 zeigt ein entsprechendes Spektrum.

5.3 Korrekturen

Um die Korrekturen für die Spektren zu erhalten, müssen die Kollisionen simuliert werden. Zur Simulation der Kollision am Hauptvertex wird **Venus** verwendet. Diesem Modell gibt man eine Energie, die Art des Projektils und des Targets sowie den maximalen Impakt- Parameter vor. Daraus berechnet es dann, welche Teilchen mit welchem Impuls dem Modell nach den Hauptvertex verlassen sollten. Leider gibt es kein Modell, welches die bei Schwerionenstößen entstehenden Teilchenmultiplizitäten zuverlässig vorhersagen könnte, da aber die Korrekturen nur klein sind, lässt sich Venus verwenden, auch wenn die Multiplizitäten teilweise erheblich von den gemessenen abweichen. Die Abweichungen werden, soweit möglich, mit Hilfe von gemessenen Daten korrigiert, siehe Kap. 5.3.4 und Kap. 5.3.5.

Die Information über die Teilchen, die den Hauptvertex verlassen, wird in **Geant** eingegeben. Dieses Detektor- Simulationsprogramm kennt den genauen Aufbau des

Abbildung 5.4: Schematische Darstellung der h^- - Analyseketten



Midrapidity liegt bei $y = 2.22$.

Abbildung 5.5: $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektrum für π^- bei 40A GeV $C + C$. Die gefüllten Bins zeigen die geometrische Akzeptanz der Analysemethode.

NA49- Detektors. Hier wird die Spur des Teilchens durch den Detektor simuliert. Weiterhin werden Zerfälle der Teilchen und Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial berücksichtigt. Als Ergebnis der Geant- Simulation erhält man DSTs, die im Format denen der Daten ähneln. Zusätzlich weiß man jedoch, welche Teilchen und wie viele durch die Simulation erzeugt wurden. So kann man die Akzeptanz eines Detektors bestimmen.

Geant liefert nur simulierte Spuren durch den Detektor, weiß aber nicht, ob die Rekonstruktionssoftware diese Spuren tatsächlich gefunden hätte. Ein Programm namens MTSIM wandelt die Geant- Spuren in simulierte Detektorsignale um. Diese können anschließend mittels der normalen Rekonstruktionskette wiederhergestellt werden. Das Programm GTEVAL vergleicht nun die simulierten und rekonstruierten Spuren und ordnet, wenn möglich, jeder simulierten Spur eine rekonstruierte Spur zu (*matching*). Damit ist es möglich, die Effizienz der Rekonstruktionskette sowie fehlerhafte Vertex- Zuordnungen zu bestimmen. Die simulierten zusammen mit den rekonstruierten Daten werden in DSTs gespeichert.

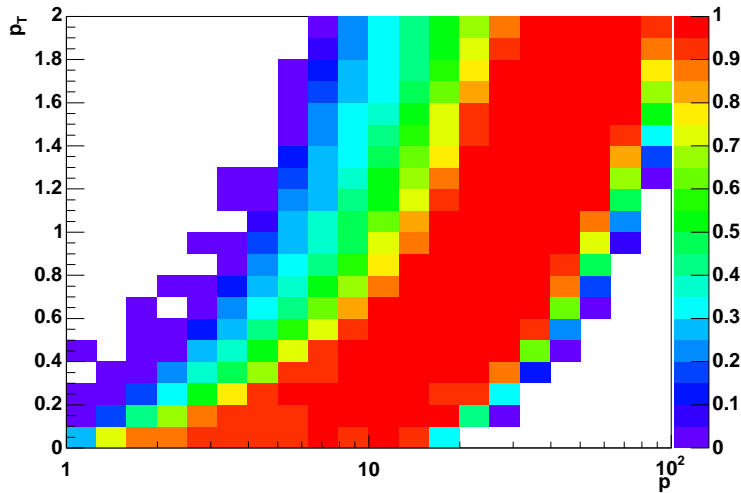
Die mit der Simulation erstellten DSTs werden zum einfacheren Zugriff mit der Analysesoftware in ROOT- mini- DSTs kopiert.

5.3.1 geometrische Korrektur der dE/dx - Analyse

In verschiedenen Gebieten im Impulsraum können nicht alle Spuren in den TPCs registriert werden. Die Track- Cuts sorgen ebenfalls dafür, dass die Akzeptanz im Impulsraum nicht überall gleich hoch ist und verfälschen so die Spektren. Daher muss auf die Detektorgeometrie und die Track- Cuts korrigiert werden. Die geometrische Korrektur erledigt das und korrigiert außerdem auf den Zerfall der Teilchen. Da die Pionen instabil sind ($c\tau = 7.8 m$) zerfällt ein kleiner Teil der Pionen im Detektor, bevor eine für die Detektion ausreichende Anzahl von Spurpunkten registriert wurde.

Auf folgende Effekte wird hier korrigiert:

- Geometrische Beschaffenheit des NA49- Detektors



Die triviale Korrektur auf den Wedge- Cut und den Right- Side- Cut ist in diesem Faktor nicht enthalten. Quelle: Venus- Simulation.

Abbildung 5.6: Inverser Geometrische- und Zerfallskorrekturfaktor c_{geom} der MTPC dE/dx- Analyse bei 40A GeV .

- Spurschnitte auf die Mindestzahl von Punkten in TPCs
- Zerfälle von Pionen, die verhindern, dass die entsprechende Teilchenspur die geforderten 50% der potentiellen Spurpunkte aufweist

Ob die Pionen zerfallen und nicht mehr korrekt registriert werden, wird über die Z -Position des Zerfallsvertex bestimmt. Da die Pionen in ein μ und ein ν_μ zerfallen, aber das μ den meisten Impuls trägt, wird in den meisten Fällen der Zerfall von der Rekonstruktionskette nicht bemerkt, in Tabelle 5.2 ist zu sehen, dass nur ein kleiner Teil der Spuren nicht der Anforderung genügt, mindestens 50% der potentiellen Punkte zu haben.

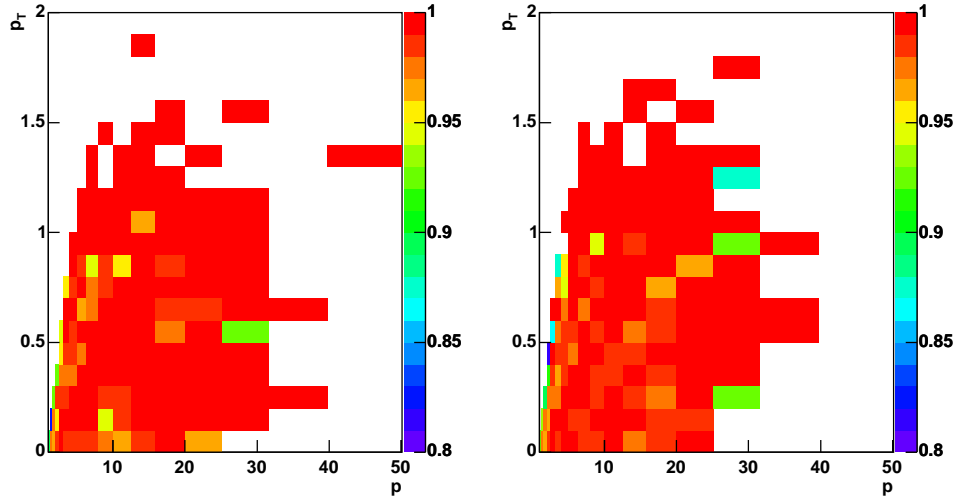
Die Effekte des Right- Side- Track- Cuts und des Wedge- Cuts werden hier nicht korrigiert, da sie impulsraumunabhängig einen festen Anteil der theoretisch vorhandenen Spuren wegschneiden.

Die geometrische Korrektur, die in p und p_T - Bins erfolgt, ist unabhängig vom Kollisionssystem, daher wurde nicht zwischen $C+C$ und $Si+Si$ - Kollisionen unterschieden. Sie hängt allerdings vom Detektor- Setup und damit von der Kollisionsenergie ab.

Da die geometrische Korrektur für die dE/dx- Analyse sehr wichtig ist, wird in dieser Arbeit für diese Korrektur eine große Zahl von simulierten Pionen- Spuren verwendet, welche gleichmäßig im Phasenraum verteilt sind. Deren Weg durch den Detektor wird mit Geant simuliert. Das zeitaufwendige Simulieren der Detektorsignale und die Rekonstruktion der Spuren durch die Rekonstruktionskette ist für diese Korrektur nicht notwendig.

5.3.2 Effizienz- Korrektur der dE/dx- Analyse

In Gebieten mit hoher Spurdichte kann es vorkommen, dass zwei Spuren von der Rekonstruktionssoftware nicht getrennt werden können. Auch ist es nicht immer



Die Korrektur liegt in der Größenordnung von 2%. Quelle: Venus- Simulation.

Abbildung 5.7: Inverser Effizienz- Korrekturfaktor c_{eff} der dE/dx - Analyse bei $40A$ GeV $C + C$, links für die π^+ , rechts für die π^- .

möglich, alle Spuren, die den Detektor passieren, korrekt zu rekonstruieren. Die Effizienz- Korrektur korrigiert die Spektren auf diese Effekte.

Für große Systeme, wie z. B. $Pb + Pb$ - Kollisionen, wo hohe Spurdichten auftreten, verwendet man meist die *Embedding- Korrektur*. Dabei werden einzelne simulierte Pionen in die Signale eines realen Events eingebettet es wird geschaut, ob die Rekonstruktionskette das simulierte Pion findet. Diese Prozedur ist jedoch recht aufwendig und für die hier untersuchten leichten Kerne nicht notwendig. Bei einem $Si + Si$ Event ist die Zahl der erzeugten Teilchen ca. sieben mal niedriger als in einer $Pb + Pb$ Kollision. Dementsprechend niedriger ist der Einfluss der Effizienz- Korrektur.

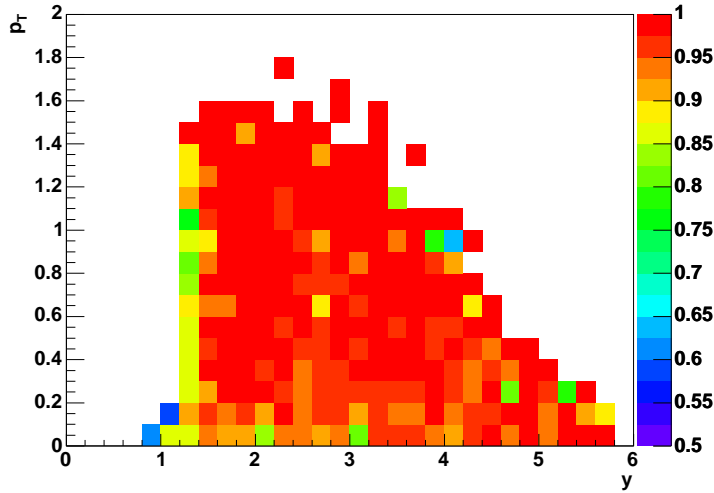
Daher werden hier simulierte Venus- Events verwendet und man schaut, wie viele der simulierten Pionen, welche die Track- Cuts passiert haben, rekonstruierten Spuren zugewiesen werden konnten. Bei den rekonstruierten Spuren werden die Track- Cuts ein wenig gelockert, da es möglich ist, dass die simulierten Spuren den Cuts gerade so genügen, die rekonstruierten allerdings gerade so nicht mehr. Dieser Effekt hätte, z. B. bei dem Wedge- Cut, eine viel zu hohe Effizienz- Korrektur zur Folge.

5.3.3 Geometrische, Zerfalls- und Effizienzkorrektur der h^- - Analyse

Bei der h^- - Analyse ist der Einfluss der geometrischen Korrektur sehr klein, da die räumliche Akzeptanz groß ist. Außerdem muss die Zerfallskorrektur anders als bei der dE/dx - Analyse erfolgen, da man hier nicht die Z- Position des Zerfallsvertex benutzen kann.

Der Korrekturfaktor c_{gze}^{-1} ist folgendermaßen definiert:

$$c_{gze} = \frac{\text{rekonstruierte } \pi^- \text{ nach Track- Cuts}}{\text{simulierte } \pi^- \text{ nach Wedge- und Right Side- Cut}} \quad (5.13)$$



Die triviale Korrektur auf den Wedge- Cut und den Right- Side- Cut ist in diesem Faktor nicht enthalten. Die Korrektur liegt in der Größenordnung von 4% im Bereich $y \geq 2.2$. Quelle: Venus- Simulation.

Abbildung 5.8: Inverser Geometrische, Zerfalls- und Effizienzkorrekturfaktor c_{gez} der h^- - Analyse bei 40A GeV $C + C$.

Dabei werden nur simulierte π^- und die dazu gehörigen rekonstruierten Spuren betrachtet, die vom Hauptvertex stammen.

Dieser Faktor korrigiert die geometrische Akzeptanz, die nicht- trivialen Effekte der Track- Cuts, der Zerfall der Pionen und die Rekonstruktionseffizienz. Der Effekt des Wedge- Cuts und des Right- Side- Cuts ist in diesem Korrekturfaktor nicht enthalten. Aufgrund der Symmetrie der Gesamtheit der Kollisionssysteme um die Strahlachse werden durch diese Cuts impulsraumunabhängig 1/6 aller Spuren akzeptiert. Die Korrektur darauf wurde beim Erzeugen der Rohspektren (Kapitel 5.2.2) durchgeführt.

5.3.4 Feeddown- Korrektur

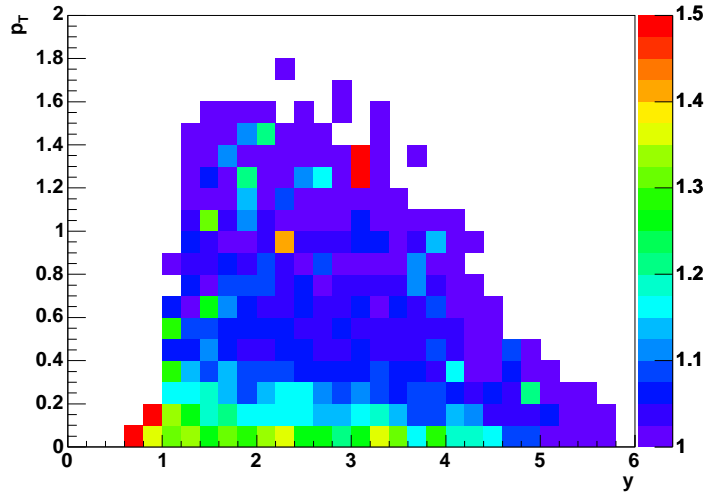
| | Geant PID | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ |
|------------|-----------|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| K_S^0 | 16 | 40.3% | 34.9% | 42.5% | 42.3% |
| Λ | 18 | 32.8% | 30.2% | 28.3% | 27.6% |
| Σ^- | 21 | 14.4% | 14.7% | 14.3% | 13.6% |
| Ξ^- | 23 | 3.5% | 4.3% | 4.8% | 6% |

Die zu 100% fehlenden Teilchen sind teilweise fehlerhaft rekonstruierte Zerfallsvertices. Quelle: Venus-Simulation.

Tabelle 5.4: Ursprung der negativen Pionen, die fälschlicherweise dem Hauptvertex zugeordnet wurden.

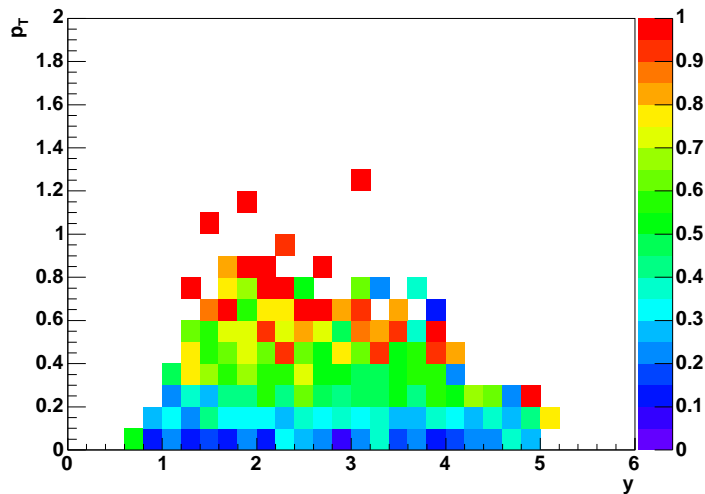
Man möchte die Pionen untersuchen, die in Hauptvertex entstanden sind. Allerdings ordnet die Rekonstruktionskette Pionen, die durch schwache Zerfälle, z. B. von Λ s oder K_S^0 entstanden sind, oft fälschlicherweise ebenfalls dem Hauptvertex zu. In der Feeddown- Korrektur wird bestimmt, wie oft dies geschieht. Dazu werden simulierte Pionen betrachtet, welche die Track- Cuts passiert haben und die auch rekonstruiert

5 Analyse der experimentellen Daten



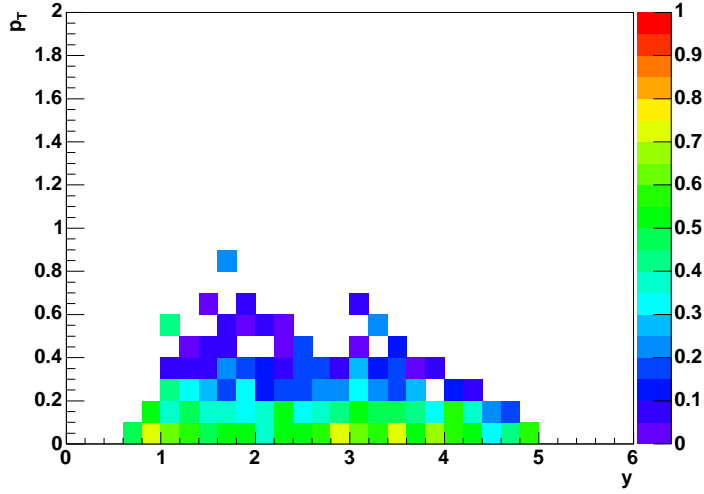
Die Korrektur liegt in der Größenordnung von 10%. Quelle: Venus- Simulation.

Abbildung 5.9: Inverser Feeddown- Korrekturfaktor $c_{feeddown}^{Venus}$ für die h^- - Analyse bei 40A GeV $C + C$.



Quelle: Venus- Simulation für 40A GeV $C + C$.

Abbildung 5.10: Anteil der K_S^0 an der totalen Feeddown- Korrektur als Funktion von y und p_T .



Quelle: Venus- Simulation für 40A GeV $C + C$.

Abbildung 5.11: Anteil der Λ s an der totalen Feeddown- Korrektur als Funktion von y und p_T .

wurden. Von diesen Spuren kann man nun den Anteil derer bestimmen, die von schwachen Zerfällen, also nicht von der primären Reaktion, erzeugt wurden.

Bei kleinen Transversalimpulsen haben die Λ s den größten Anteil an der Feeddown-Korrektur (Abb. 5.11), bei größeren Transversalimpulsen dominiert der Anteil der K_S^0 (Abb. 5.10).

Korrektur der Venus- Teilchenverhältnisse

Wie man in Tabelle 5.4 sehen kann, stammen die meisten negativen Feeddown- Pionen aus Zerfällen von K_S^0 und Λ . Da die Verhältnisse dieser Teilchen zu den Pionen in Venus nicht korrekt simuliert werden, wird der Feeddown- Korrekturparameter (Abb. 5.9) selbst korrigiert.

$$c_{feeddown} = \left[1 - a_{fd} \cdot \left(1 - (c_{feeddown}^{Venus})^{-1} \right) \right]^{-1} \quad (5.14)$$

$$a_{fd} = a_{\Lambda} \cdot c_{\Lambda} + a_{K_S^0} \cdot c_{K_S^0} + a_{sonst} \cdot \left(1 - c_{\Lambda} - c_{K_S^0} \right) \quad (5.15)$$

Dabei ist c_{Λ} der Anteil der Λ s an der Feeddown- Korrektur in dem entsprechenden Bin und a_{Λ} das Verhältnis zwischen dem gemessenen Λ/π^- zu dem von Venus simulierten. Für K_S^0 gilt Entsprechendes. Der Korrekturparameter a_{sonst} für die restlichen Beiträge zum Feeddown wird als 1 angenommen.

Bei dieser Korrektur wird angenommen, dass Venus zwar die absoluten Teilchenverhältnisse unkorrekt simuliert, aber dass dieser Fehler in erster Ordnung im gesamten Impulsraum gleich ist. Da diese Korrektur der Korrektur nur einen kleinen Einfluss auf die Endspektren hat, ist der Fehler bei dieser Annahme zu vernachlässigen.

Die Multiplizität der K_S^0 wird mit Hilfe der Isospin- Symmetrie abgeschätzt:

$$\langle K^0 \rangle \approx \langle K^+ \rangle, \quad \langle \bar{K}^0 \rangle \approx \langle K^- \rangle \quad (5.16)$$

$$\langle K_S^0 \rangle \approx \frac{\langle K^+ \rangle + \langle K^- \rangle}{2} \quad (5.17)$$

5 Analyse der experimentellen Daten

Die Abschätzung der Multiplizität der Λ s erfolgt über die Strangeness- Erhaltung:

$$\langle \Lambda \rangle - \langle \bar{\Lambda} \rangle \approx \frac{1}{1.6} [2 \cdot (\langle K^+ \rangle - \langle K^- \rangle) - 4 \cdot (\langle \Xi^- \rangle - \langle \bar{\Xi}^+ \rangle)] \quad (5.18)$$

Zusätzlich wird angenommen, dass das Verhältnis $\bar{\Lambda}/\Lambda$ bei $C+C$ und $Si+Si$ gleich dem bei $Pb+Pb$ ist. Die Ξ s werden aus dem Venus- Modell übernommen. So ist es möglich, auch für 40A GeV $C+C$ und $Si+Si$ die Multiplizität der Λ s zumindest grob abzuschätzen.

| | 40A GeV $C+C$ | 40A GeV $Si+Si$ | 158A GeV $C+C$ | 158A GeV $Si+Si$ | 40A GeV $Pb+Pb$ | 158A GeV $Pb+Pb$ |
|--|------------------|--------------------|-------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| $\left(\frac{\Lambda}{\pi^-}\right)_{\text{gemessen}}$ | 0.072 | 0.088 | 0.0579 | 0.063 | 0.135 | 0.077 |
| $\left(\frac{\Lambda}{\pi^-}\right)_{\text{Venus}}$ | 0.1 | 0.106 | 0.07 | 0.076 | 0.106 | 0.076 |
| a_{Λ} | 0.72 | 0.834 | 0.827 | 0.829 | 1.274 | 1.009 |
| $\left(\frac{K_S^0}{\pi^-}\right)_{\text{geschätzt}}$ | 0.079 | 0.099 | 0.0881 | 0.097 | 0.116 | 0.121 |
| $\left(\frac{K_S^0}{\pi^-}\right)_{\text{Venus}}$ | 0.091 | 0.1 | 0.098 | 0.108 | 0.109 | 0.125 |
| $a_{K_S^0}$ | 0.87 | 0.99 | 0.899 | 0.898 | 1.064 | 0.966 |
| $\left(\frac{K^-}{\pi^-}\right)_{\text{gemessen}}$ | 0.045 | 0.057 | 0.0671 | 0.0765 | 0.0604 | 0.0886 |
| $\left(\frac{K^-}{\pi^-}\right)_{\text{Venus}}$ | 0.049 | 0.053 | 0.071 | 0.078 | 0.066 | 0.099 |
| a_{K^-} | 0.918 | 1.069 | 0.945 | 0.981 | 0.915 | 0.895 |

a_j ist das gemessene Teilchenverhältnis $\langle j \rangle / \langle \pi^- \rangle$ geteilt durch das Simulierte. Bei 40A GeV $C+C$ und $Si+Si$ ist die Λ - Multiplizität wie oben beschrieben abgeschätzt. Quellen: [14, 29] sowie M. Kliemant, private Kommunikation.

Tabelle 5.5: Die gemessenen (bzw. abgeschätzten) Verhältnisse einiger für Korrekturen relevanter Teilchensorten und die mit Venus simulierten im Vergleich.

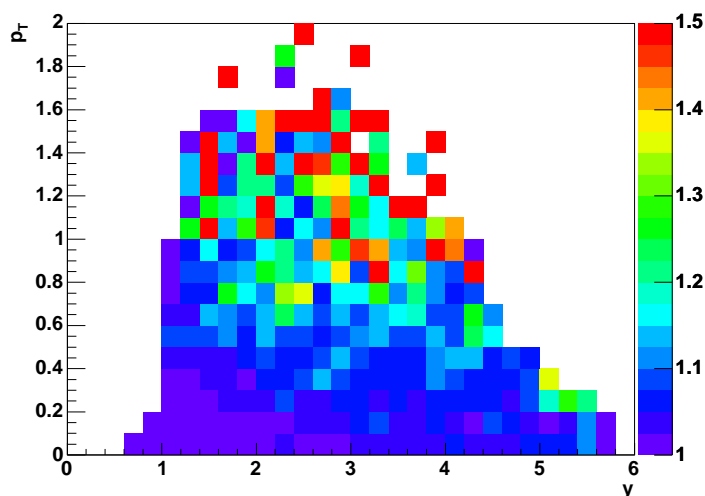
5.3.5 Die Pionen- Reinheit

Bei der h^- - Analyse nimmt man zunächst an, alle negativen Teilchen seien Pionen. Dies ist zwar keine schlechte Annahme, aber 5 – 10% der Teilchen sind in Wirklichkeit keine Pionen. Deshalb werden die gemessenen Multiplizitäten auf ihre Pionen- Reinheit hin korrigiert. Dazu wird wiederum das Venus- Modell verwendet. Es werden simulierte negative Teilchen betrachtet, die die Track- Cuts passieren. Für jeden Bin in y und p_T wird die Zahl der negativen Teilchen pro negativem Pion bestimmt.

Korrektur des K^-/π^- Verhältnisses in Venus

Wie in Tabelle 5.5 zu sehen ist, schätzt Venus bei allen untersuchten Energien und Kollisionssystemen das Verhältnis K^-/π^- bis zu 10% falsch ein. Da der weitaus größte Teil der negativen Nicht- Pionen K^- sind (ca. 80% bei 158A GeV $Si+Si$), wird die Pionen- Reinheits- Korrektur von Venus nicht ganz korrekt angesetzt. Unter den Annahmen, dass alle Nicht- Pionen K^- sind und dass der Fehler von Venus im gesamten Phasenraum gleich ist, kann man die Korrektur korrigieren:

$$c_{purity} = \left[1 - a_{K^-} \cdot \left(1 - (c_{purity}^{Venus})^{-1}\right)\right]^{-1} \quad (5.19)$$



Die Korrektur liegt in der Größenordnung von 6%. Quelle: Venus- Simulation.

Abbildung 5.12: Die inverse Pionen- Reinheitskorrektur c_{purity}^{Venus} für die h^- - Analyse bei $40A$ GeV $C + C$.

Nun wird die richtige Anzahl von Nicht- Pionen abgezogen und die resultierende Pionen- Multiplizität $d^2n/(dy dp_T)$ der h^- Analyse sollte mit der der dE/dx - Analyse innerhalb der Fehler übereinstimmen.

5.4 Extrapolation der gemessenen Spektren

Leider haben beide Analysemethoden nur eine begrenzte Akzeptanz im Impulsraum (siehe Abb. 5.3, 5.5). Um die Multiplizität im totalen Impulsraum (4π) zu erhalten, muss man die $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektren in die Bereiche der fehlenden Akzeptanz extrapolieren. Dies geschieht in zwei Schritten: zunächst wird in jedem Rapiditätsbin, in dem zumindest teilweise Akzeptanz vorhanden ist, in den fehlenden p_T - Bereich extrapoliert. So erhält man die dn/dy - Werte. Anschließend wird in den Bereich der Rapidität extrapoliert, wo keine Akzeptanz besteht, um die totale Multiplizität zu erhalten.

Das genaue Vorgehen und die Resultate werden in Kapitel 6 beschrieben.

5 *Analyse der experimentellen Daten*

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler

6.1 Transversalimpuls- Spektren

Die Abbildungen 6.1 bis 6.4 zeigen die Transversalimpulsspektren der verschiedenen Kollisionssysteme, Rapiditätsbereiche und Analysemethoden.

Die Transversalimpulsspektren $d^2n/(dy dp_T)$ werden für jedes Rapiditätsbin einzeln mit einer Boltzmann- Verteilungsfunktion gefittet.

$$\frac{d^2n}{dy dp_T} = A p_T \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right) \quad (6.1)$$

Dabei ist p_T der Transversalimpuls, $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$ die transversale Masse und T der *Inverse Slope Parameter*.

Mittels dieser Funktion wird ein Korrekturwert c_{p_T} bestimmt, der den Anteil von $\frac{dn}{dy}$ angibt, der innerhalb der p_T - Akzeptanz liegt.

$$c_{p_T} = \frac{\int_{\text{Akzeptanz}} p_T \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right) dp_T}{\int_0^\infty p_T \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right) dp_T} \quad (6.2)$$

Somit erhält man die Punkte im Rapiditätsspektrum folgendermaßen:

$$\frac{dn}{dy} = \left[\sum_{\text{Akzeptanz}} \frac{d^2n}{dy dp_T} \Delta p_T \right] / c_{p_T} \quad (6.3)$$

Leider folgt die gemessene Transversalverteilung der Pionen nicht genau der Boltzmann- Funktion (Glg. 6.1). Der Grund dafür ist das *Low p_T - Enhancement*. So wird die Erhöhung der Pionenproduktion bei Schwerionenkollisionen gegenüber von skalierten $p + p$ - Kollisionen bei niedrigen Transversalimpulsen bezeichnet. Für diesen Effekt können verschiedene Ursachen verantwortlich sein. [30]

Einerseits kann die große Energiedichte bei den Kollisionen zu einer höheren Produktion von Teilchen mit niedrigem p_T , z.B. durch den Zerfall von Quark- Gluon- Plasma - Tröpfchen oder Bose- Einstein- Korrelationen, führen. Eine andere Klasse von Modellen erklärt das Low- p_T - Enhancement durch die Anwesenheit der Targetmaterie. Das höhere baryochemische Potential führt zu einer erhöhten Produktion von Resonanzen, die stark zerfallen. Auch Endzustandswechselwirkungen der produzierten Teilchen mit der Targetmaterie könnten zu einer erhöhten Produktion von Teilchen mit kleinem Transversalimpuls führen.

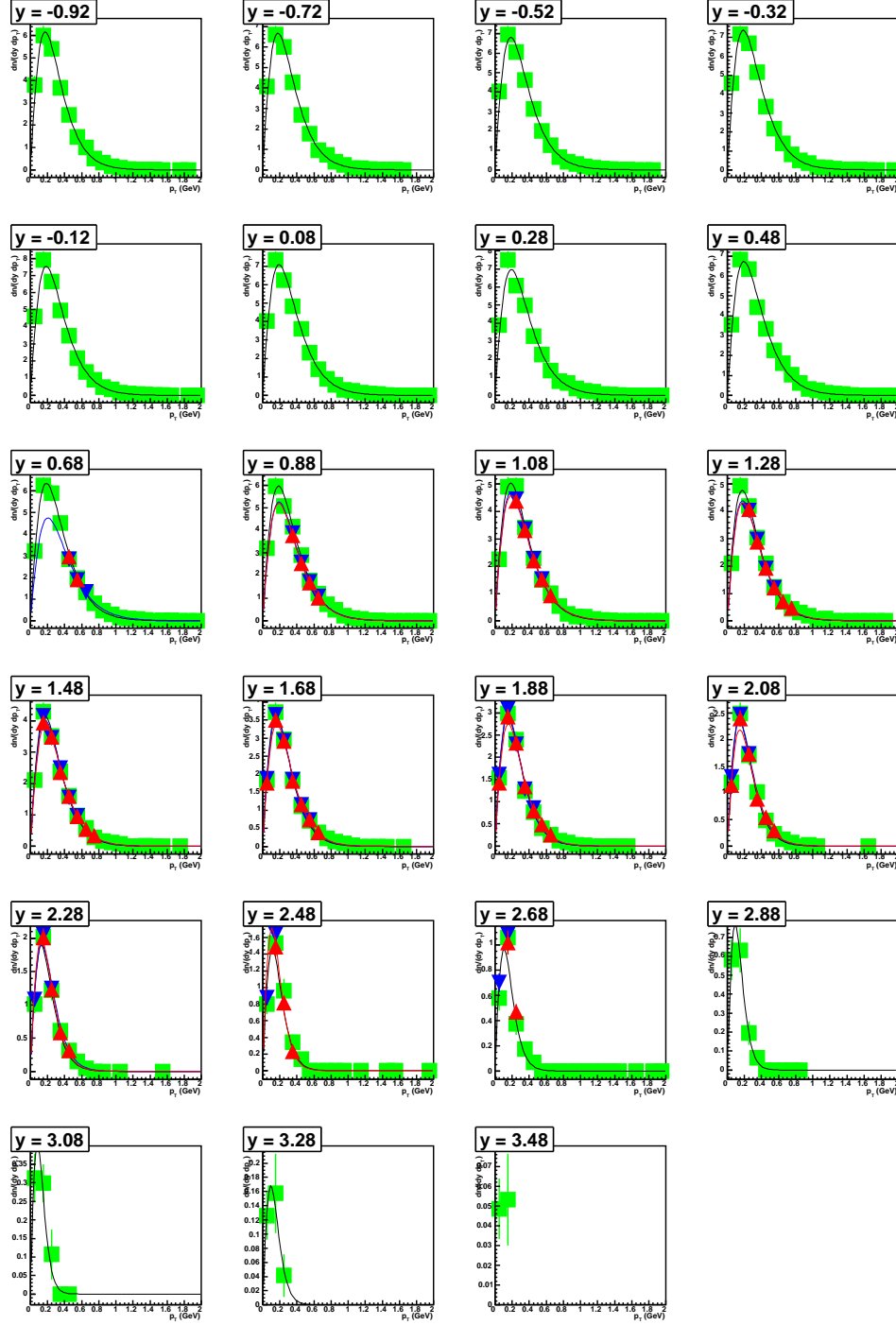
Dieser Effekt ist in den p_T - Spektren im Bereich von $p_T < 0.2 \text{ GeV}/c$ zu sehen, dort befinden sich die Messwerte über dem Fit. Dieser Effekt ist allerdings nur klein, so dass zur Extrapolation der dn/dy - Werte die oben beschriebene einfache Funktion verwendet werden kann.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler

Die Abbildungen zeigen die $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektren für die verschiedenen Teilchen und Analysemethoden zusammen mit Fits mit Gleichung 6.1. Es ist gut zu sehen, dass die $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte der verschiedenen Analysemethoden gut übereinstimmen, die Fits aber aufgrund der verschiedenen p_T - Akzeptanzen oft stark variieren.

In dieser Arbeit wird versucht, den Bereich der Extrapolation so klein wie möglich zu halten. Aus diesem Grund werden die Rapiditätsspektren aus den p_T - Spektren der h^- - Analyse berechnet, da deren Akzeptanz viel größer als die der dE/dx - Analyse ist.

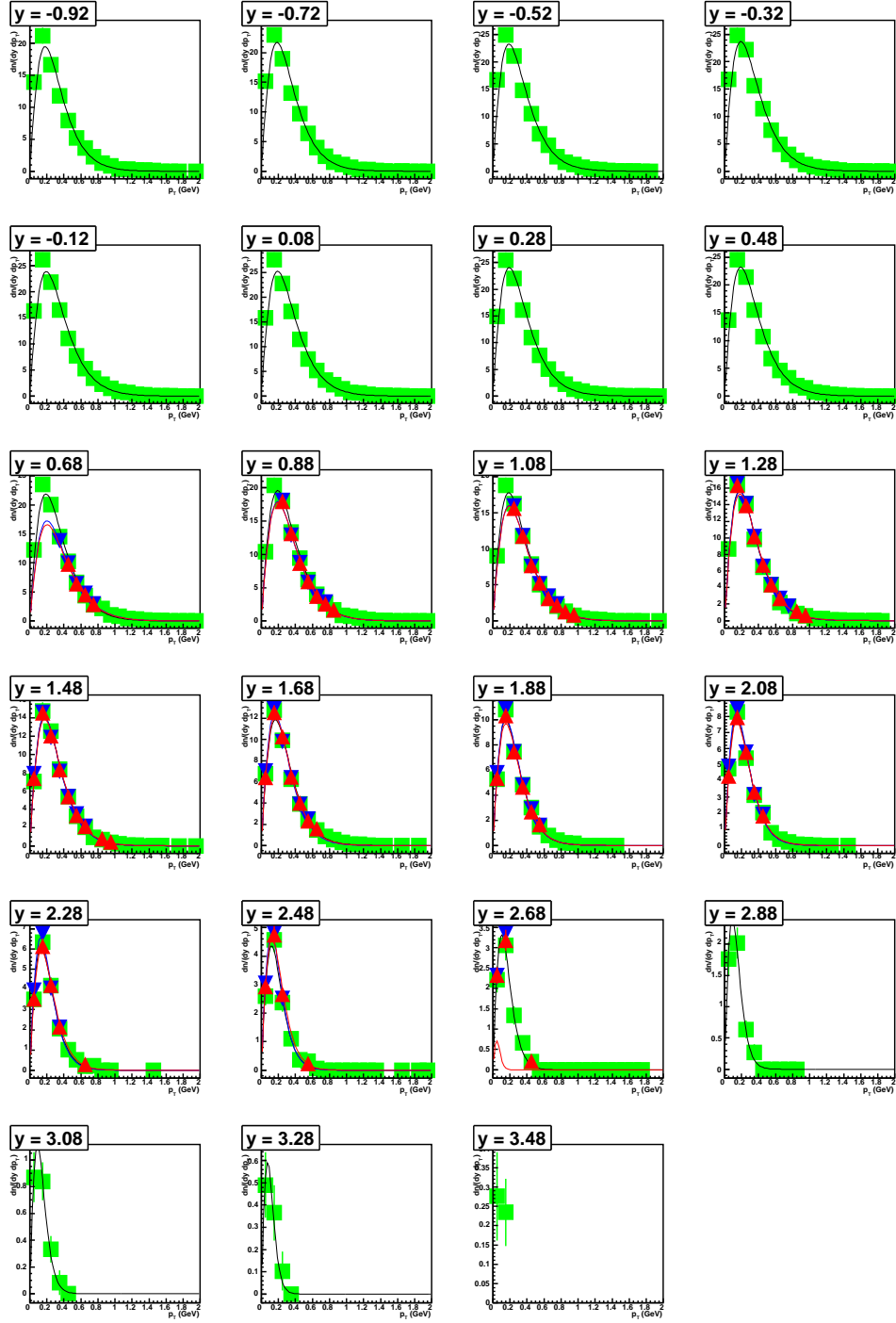
6.1 Transversalimpuls- Spektren



grüne Quadrate: π^- (h^-), blaue Dreiecke: π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.1: Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $C + C$.

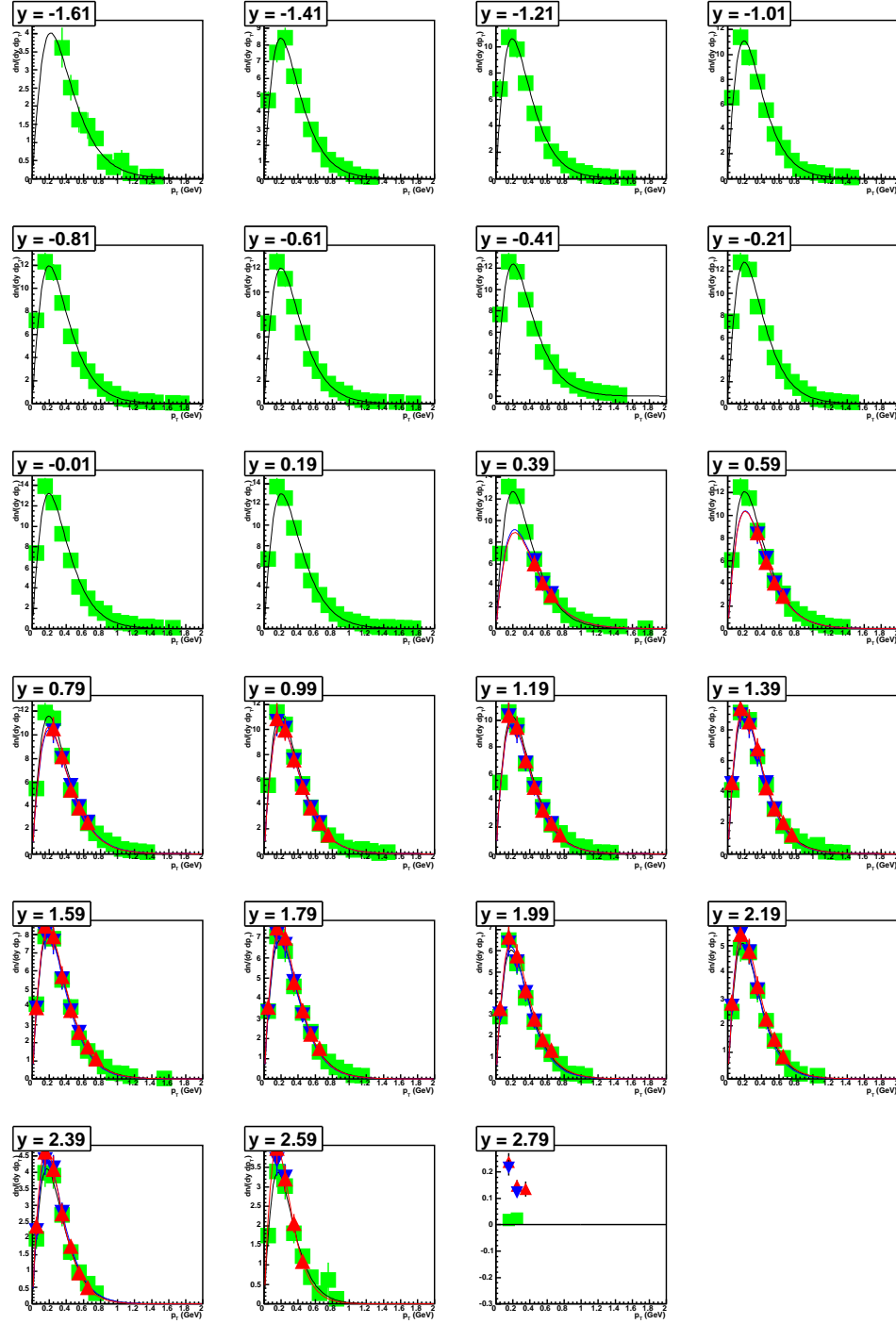
6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



grüne Quadrate: π^- (h^-), blaue Dreiecke: π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.2: Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $Si + Si$.

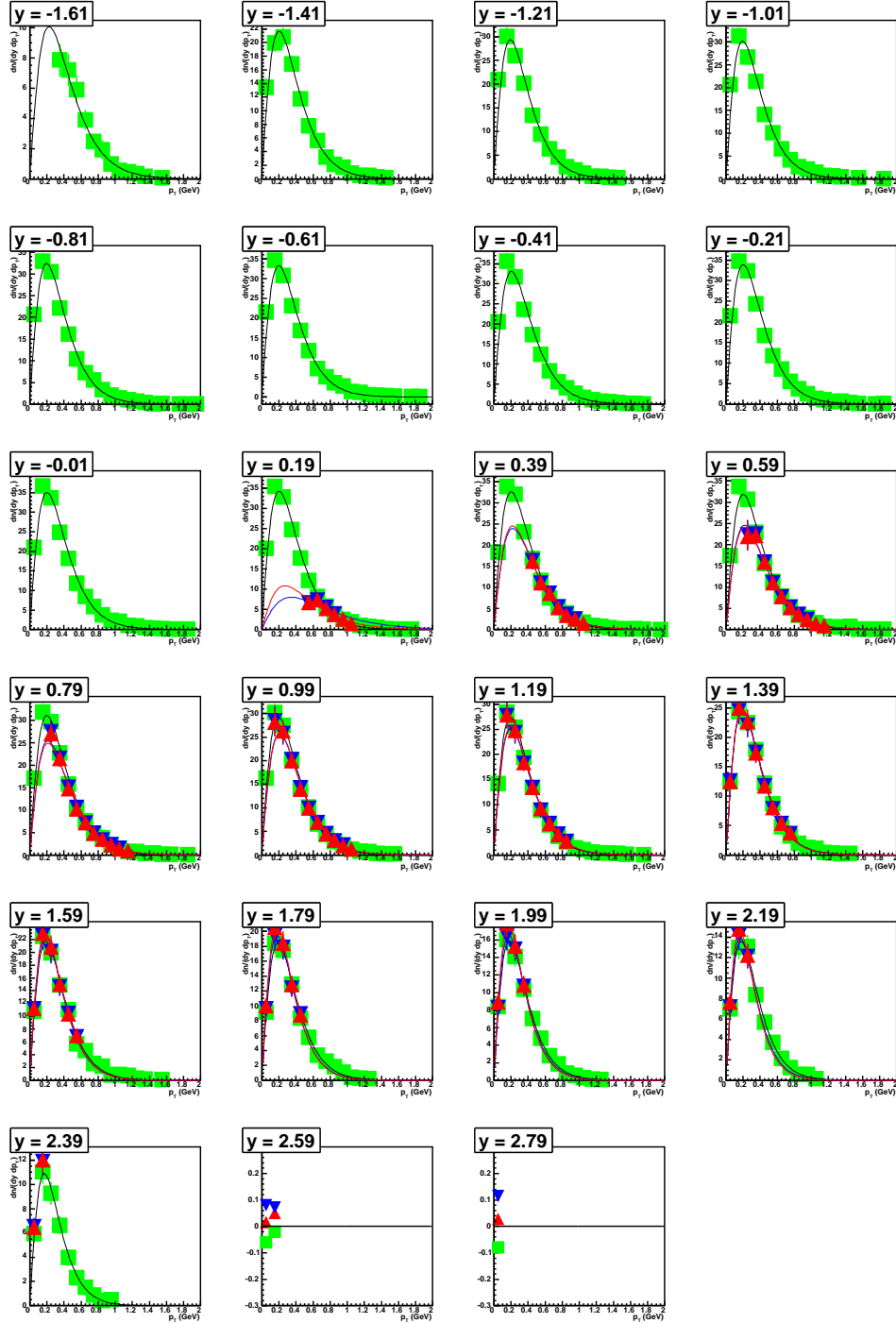
6.1 Transversalimpuls- Spektren



grüne Quadrate: π^- (h^-), blaue Dreiecke: π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.3: Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $C + C$.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



grüne Quadrate: π^- (h^-), blaue Dreiecke: π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.4: Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $Si + Si$.

6.2 Transversale Massenspektren

Die Transversalimpulsspektren werden häufig als transversale Massen- Spektren dargestellt. Der Vorteil dieser Darstellung ist, dass bei logarithmischer y - Achse die Boltzmann- Funktion eine Gerade ist:

$$\frac{1}{m_T} \frac{d^2 n}{dy dm_T} = A \exp\left(-\frac{m_T}{T}\right) \quad (6.4)$$

Abweichungen des Spektrums von der exponentiellen Form sind so gut zu sehen.

Die Umrechnung erfolgt folgendermaßen:

$$m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2} \quad (6.5)$$

$$\frac{1}{m_T} \frac{d^2 n}{dy dm_T} = \frac{1}{m_T} \frac{dp_T}{dm_T} \frac{d^2 n}{dy dp_T} = \frac{1}{p_T} \frac{d^2 n}{dy dp_T} \quad (6.6)$$

Die Abbildungen 6.5 bis 6.8 zeigen die Ergebnisse der h^- - Analyse in dieser Darstellung. Bei 158A GeV sind zusätzlich die Ergebnisse der Analyse von C. Höhne [14] als offene schwarze Kästchen eingezeichnet. Wie man sieht, sind die Ergebnisse der beiden Analysen konsistent.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler

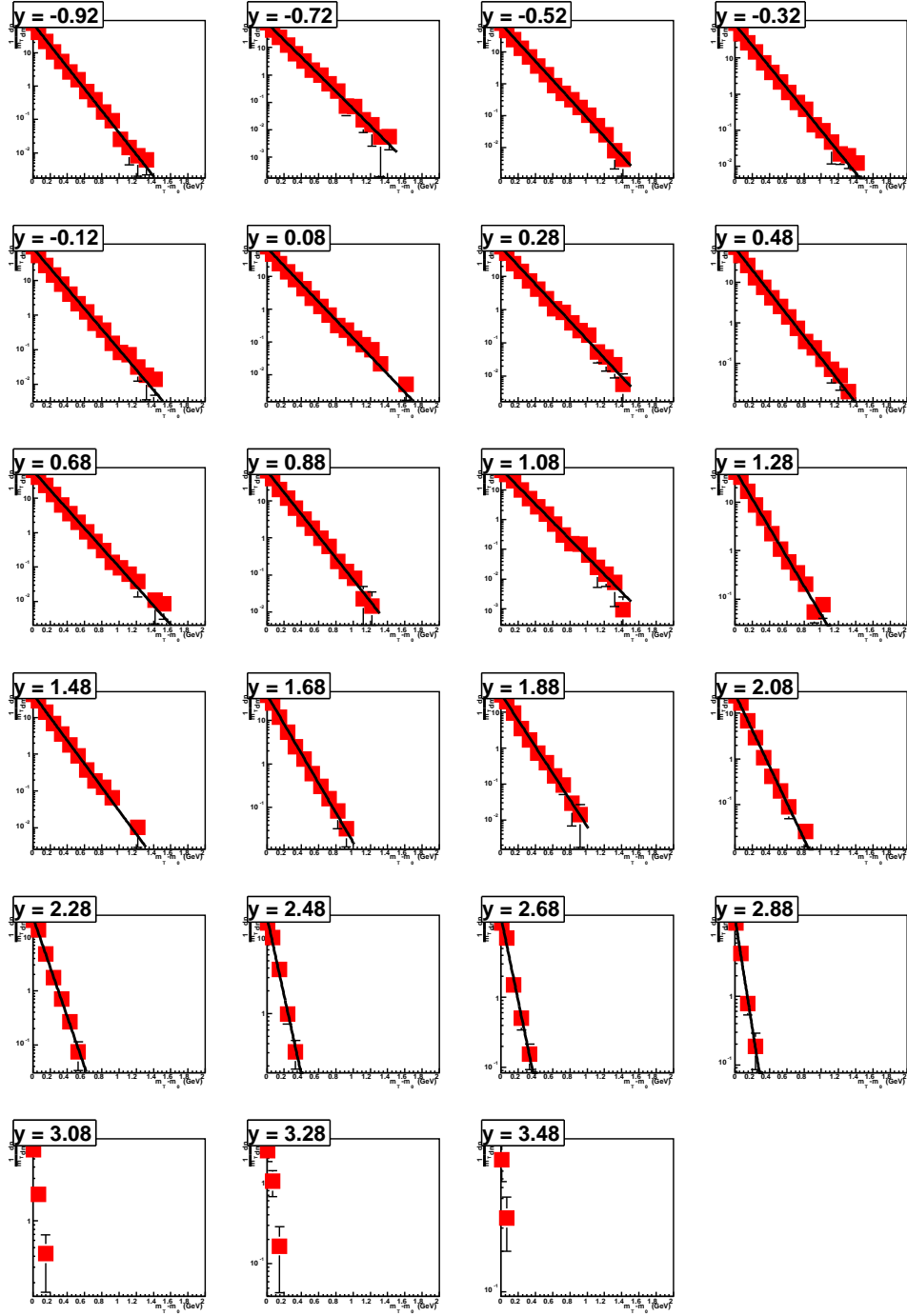


Abbildung 6.5: m_T - Spektrum von π^- für 40A GeV C + C .

6.2 Transversale Massenspektren

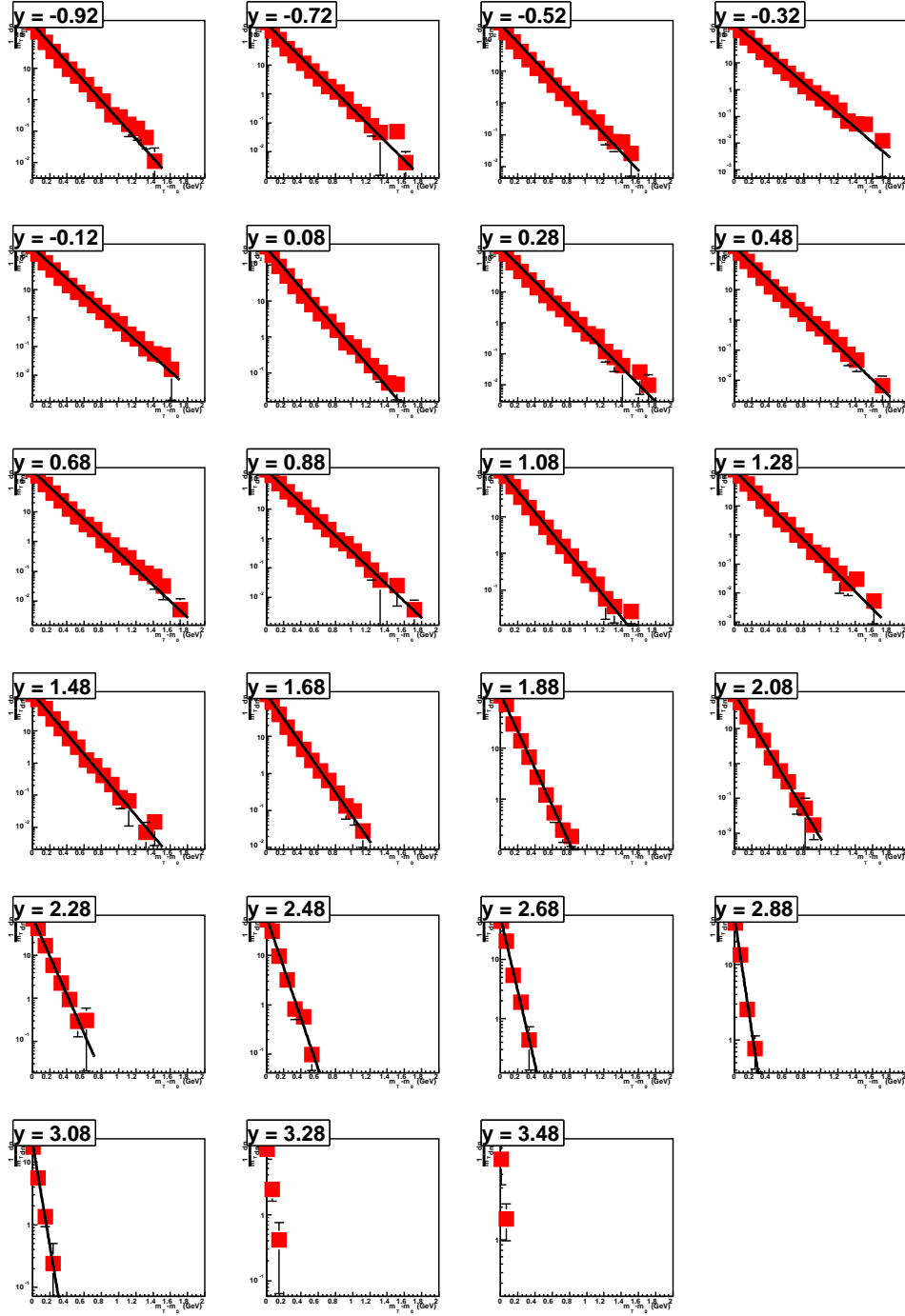
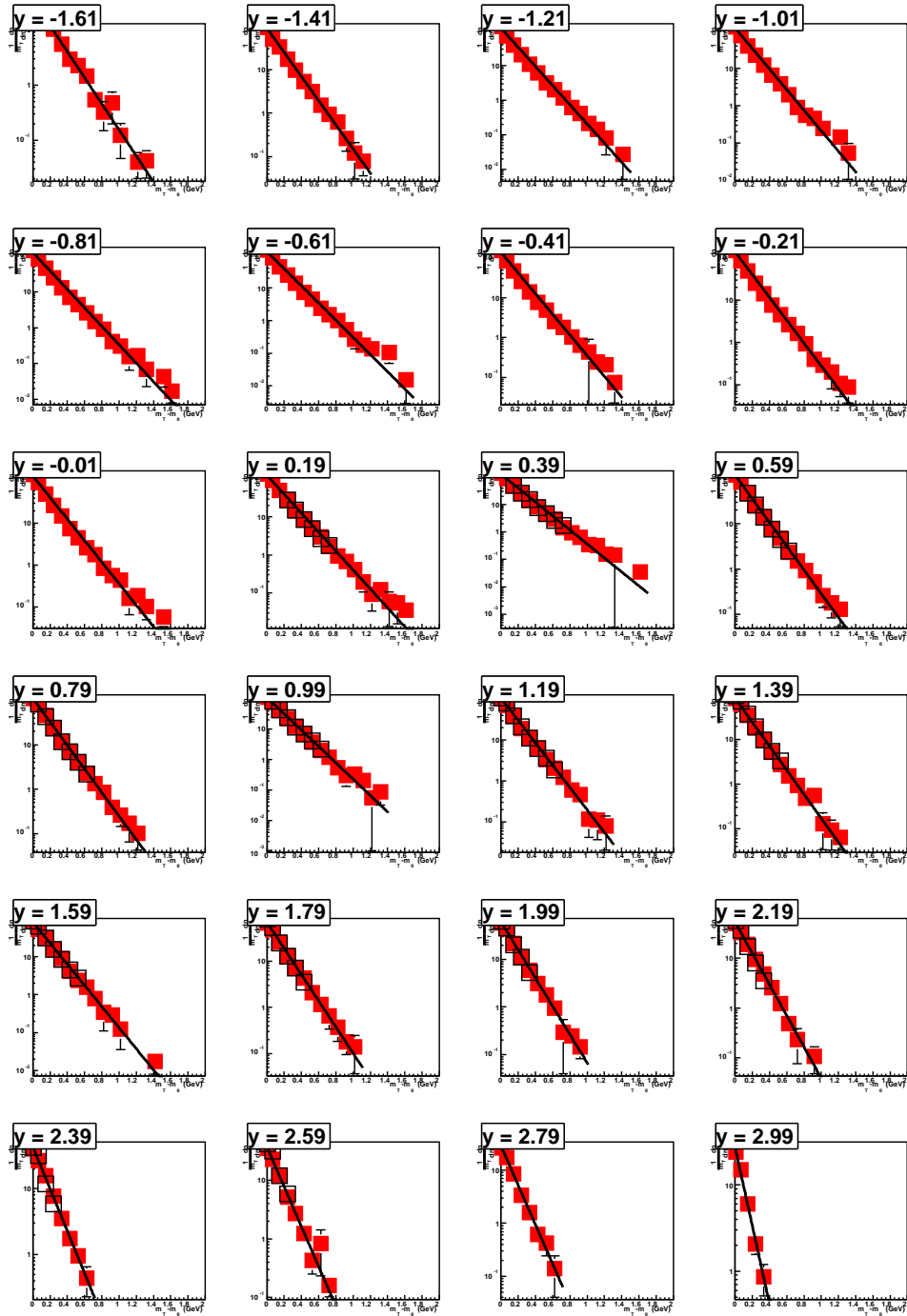


Abbildung 6.6: m_T -Spektrum von π^- für 40A GeV $Si + Si$.

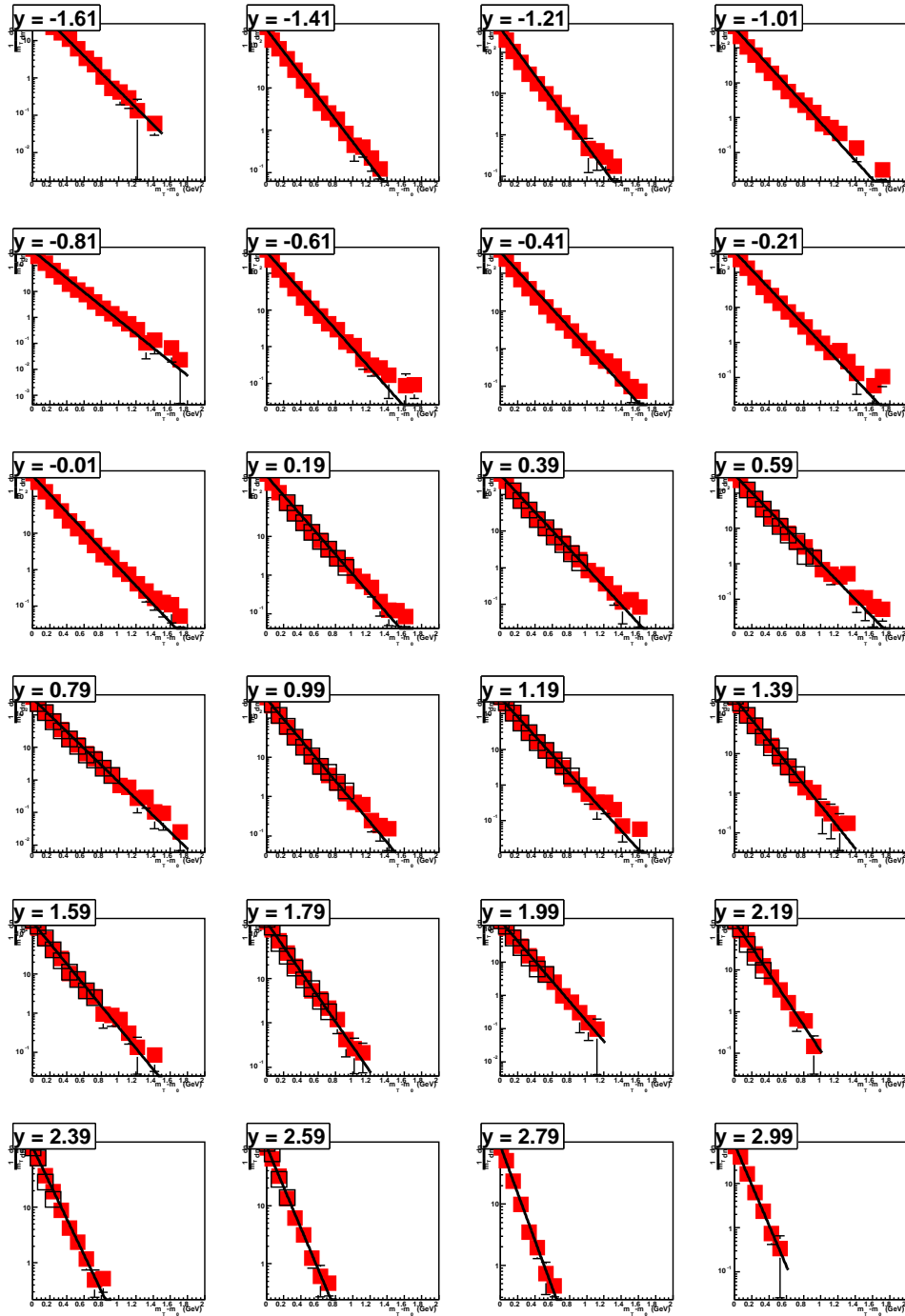
6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



Die offenen schwarzen Kästchen sind Werte von C. Höhne[14].

Abbildung 6.7: m_T - Spektrum von π^- für 158A GeV $C + C$.

6.2 Transversale Massenspektren



Die offenen schwarzen Kästchen sind Werte von C. Höhne[14].

Abbildung 6.8: m_T - Spektrum von π^- für 158A GeV $Si + Si$.

6.3 Differenzen der Analysemethoden

In diesem Kapitel werden die Unterschiede der verschiedenen Analysemethoden (dE/dx und h^-) sowie der untersuchten Teilchen (π^+ und π^-) untersucht.

Die Abbildungen 6.9-6.12 zeigen die relativen Unterschiede in den $d^2n/(dy dp_T)$ -Werten der verschiedenen Analysemethoden. Die gegebenen Fehlerbalken sind durch den $d^2n/(dy dp_T)$ - Wert mit dem größten Fehler festgelegt, da die Analysemethoden nicht notwendigerweise statistisch unabhängig sind. Wie man sieht, streuen die Abweichungen stark und liegen meist unter 10%.

Um den Fehler in den dn/dy - Spektren abschätzen zu können, werden die einzelnen p_T - Spektren der verschiedenen Analysemethoden in der gemeinsamen Akzeptanz integriert und dann die relative Abweichung bestimmt. Wie man in den Abbildungen 6.13-6.16 sehen kann, mitteln sich die meisten Abweichungen in den $d^2n/(dy dp_T)$ -Spektren bei der Integration heraus. Bei 40A GeV $C + C$ sind die Abweichungen meist unter 4%, bei den anderen untersuchten Systemen, wo die Statistik besser ist und damit auch die dE/dx - Analyse besser funktioniert, meist unter 2%. Größere Abweichungen treten nur bei hohen Rapiditäten auf, bei diesen ist jedoch die Statistik meist schlecht, und sie tragen wenig zur totalen Multiplizität bei.

Zur Bestimmung des systematischen Fehlers der totalen Multiplizität durch unterschiedliche Analysemethoden werden die $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz sowohl in p_T als auch in y integriert und dann die Abweichungen bestimmt. Dies geschieht für die Analysemethoden a und b über die folgende Gleichung:

$$D_{a,b} = \int_{\text{gemeinsame Akzeptanz}} \left| \left(\frac{d^2n}{dy dp_T} \right)_a - \left(\frac{d^2n}{dy dp_T} \right)_b \right| \cdot \left(\frac{d^2n}{dy dp_T} \right)_b^{-1} \cdot dy dp_T \quad (6.7)$$

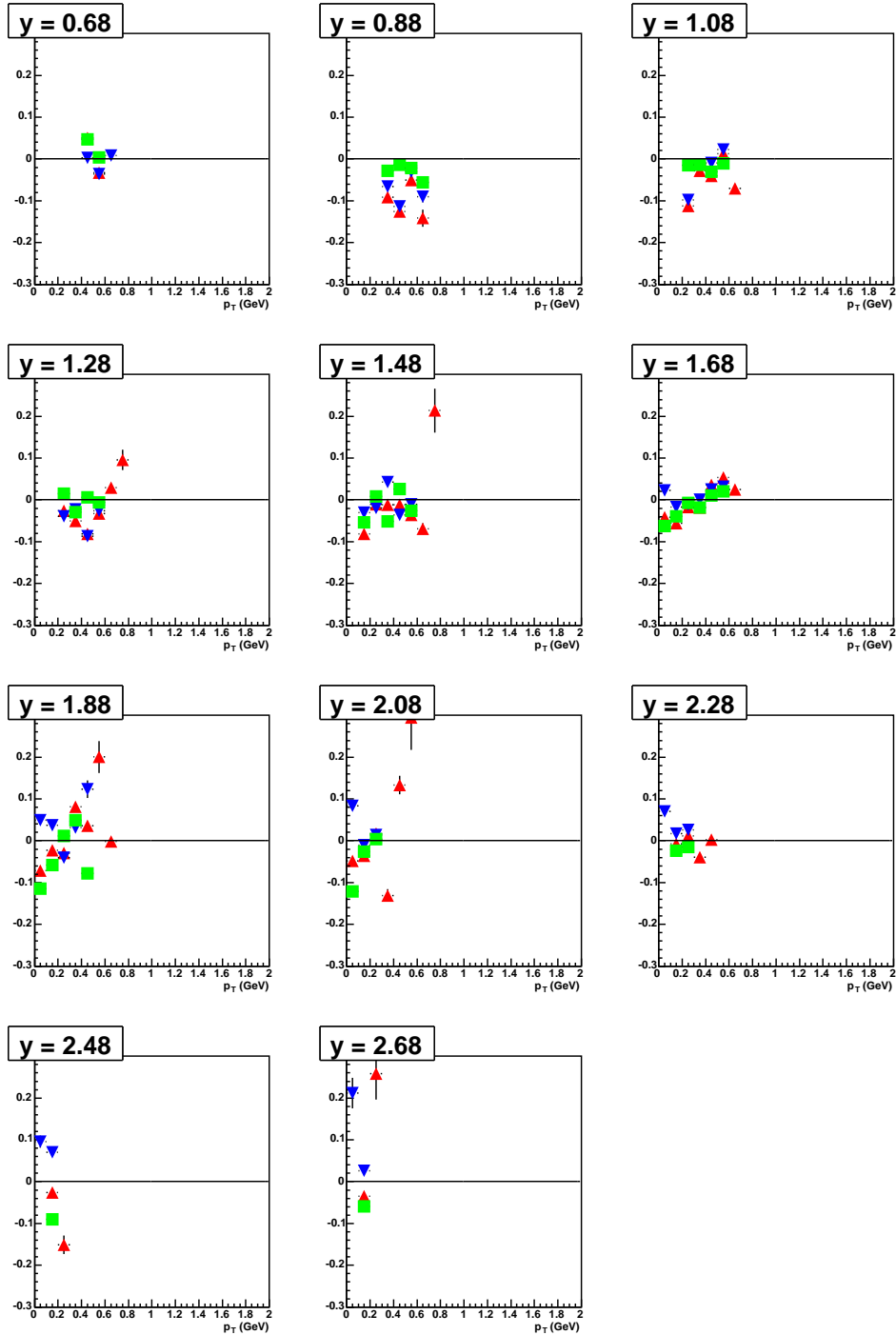
Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind in Tabelle 6.1 zu sehen. Sie sind für 40A GeV $C + C$ unter 2%, für die anderen untersuchten Systeme unter 1%.

Dies zeigt, dass einerseits die h^- - Methode Ergebnisse liefert, die einer Analysemethode mit Teilchenidentifikation entsprechen. Andererseits sind die Multiplizitäten von π^+ und π^- gleich, was man auch vermuten würde, da $C + C$ und $Si + Si$ isospinsymmetrische Systeme sind, also ursprünglich genau so viele Protonen wie Neutronen enthalten.

| System | $\pi^+(dE/dx)$ und $\pi^-(h^-)$ | $\pi^-(dE/dx)$ und $\pi^-(h^-)$ | $\pi^+(dE/dx)$ und $\pi^-(dE/dx)$ |
|--------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 40A GeV $C + C$ | 2.1% | 1.7% | 1.1% |
| 40A GeV $Si + Si$ | 0.6% | 0.3% | 0.3% |
| 158A GeV $C + C$ | 0.9% | 0.5% | 0.4% |
| 158A GeV $Si + Si$ | 0.6% | 0.5% | 0.1% |

Tabelle 6.1: Relative Unterschiede der Multiplizitäten in der gemeinsamer Akzeptanz der verschiedenen Analyseverfahren, wie in Glg. 6.7 definiert.

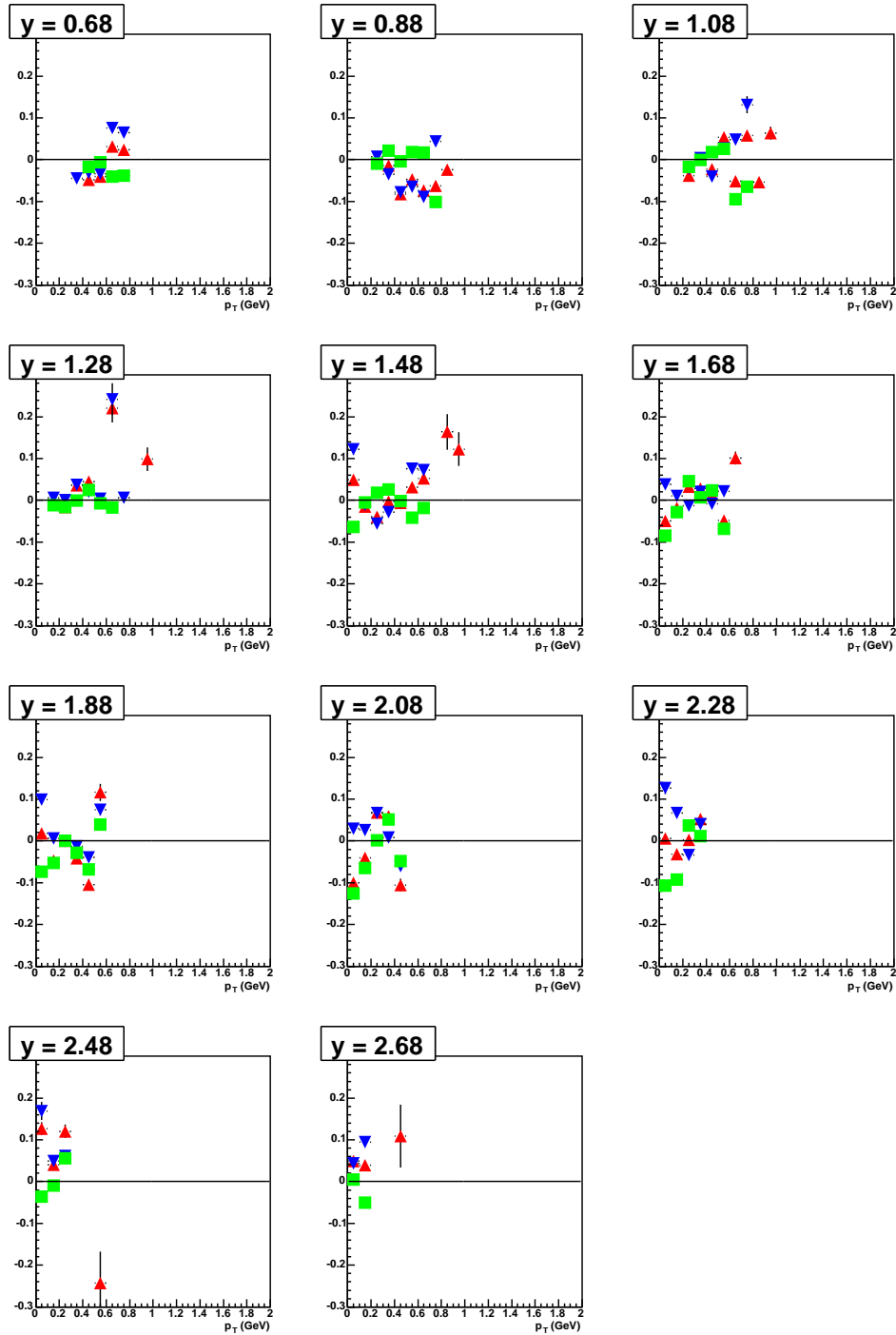
6.3 Differenzen der Analysemethoden



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.9: Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei $40A$ GeV $C+C$.

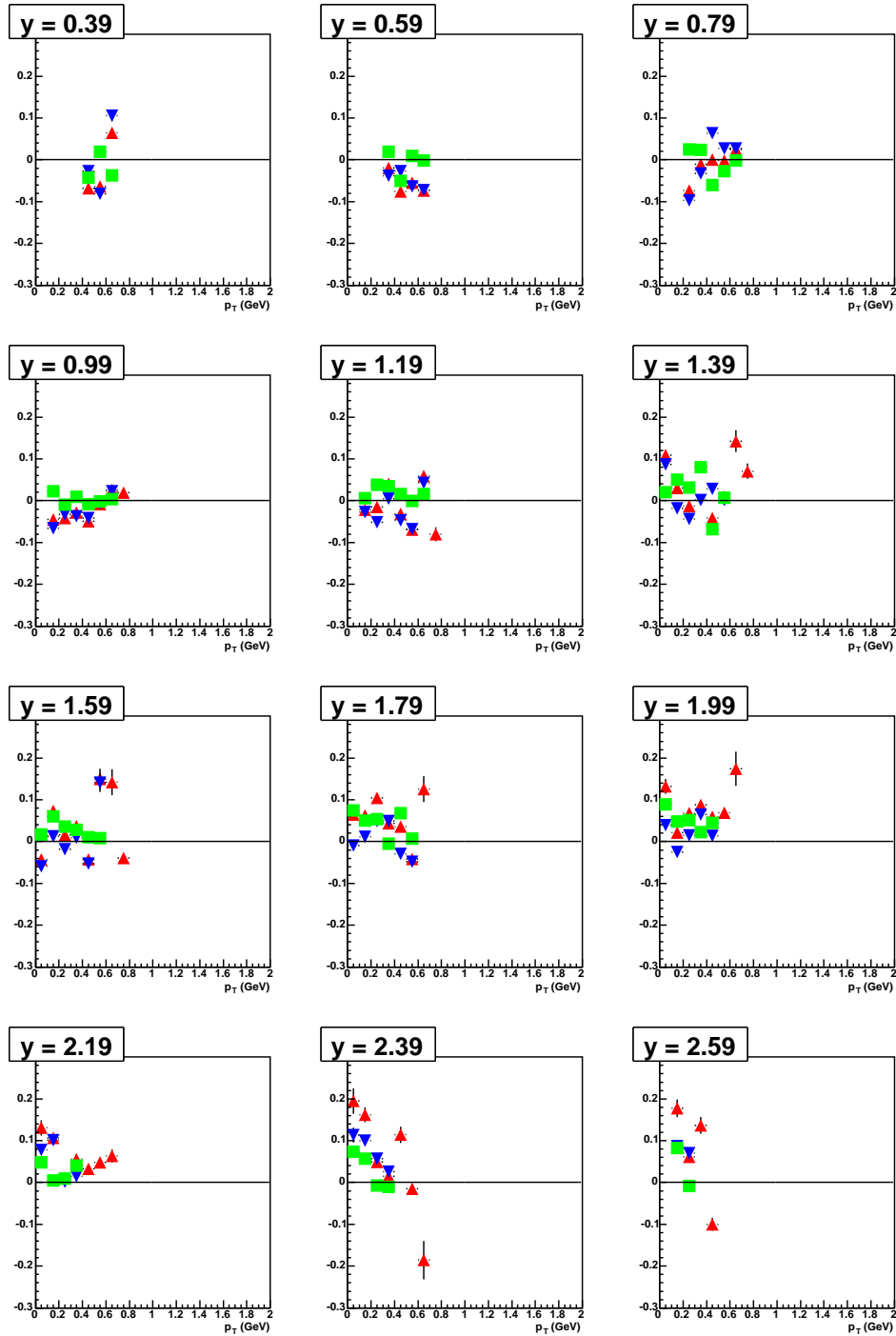
6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.10: Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $Si + Si$.

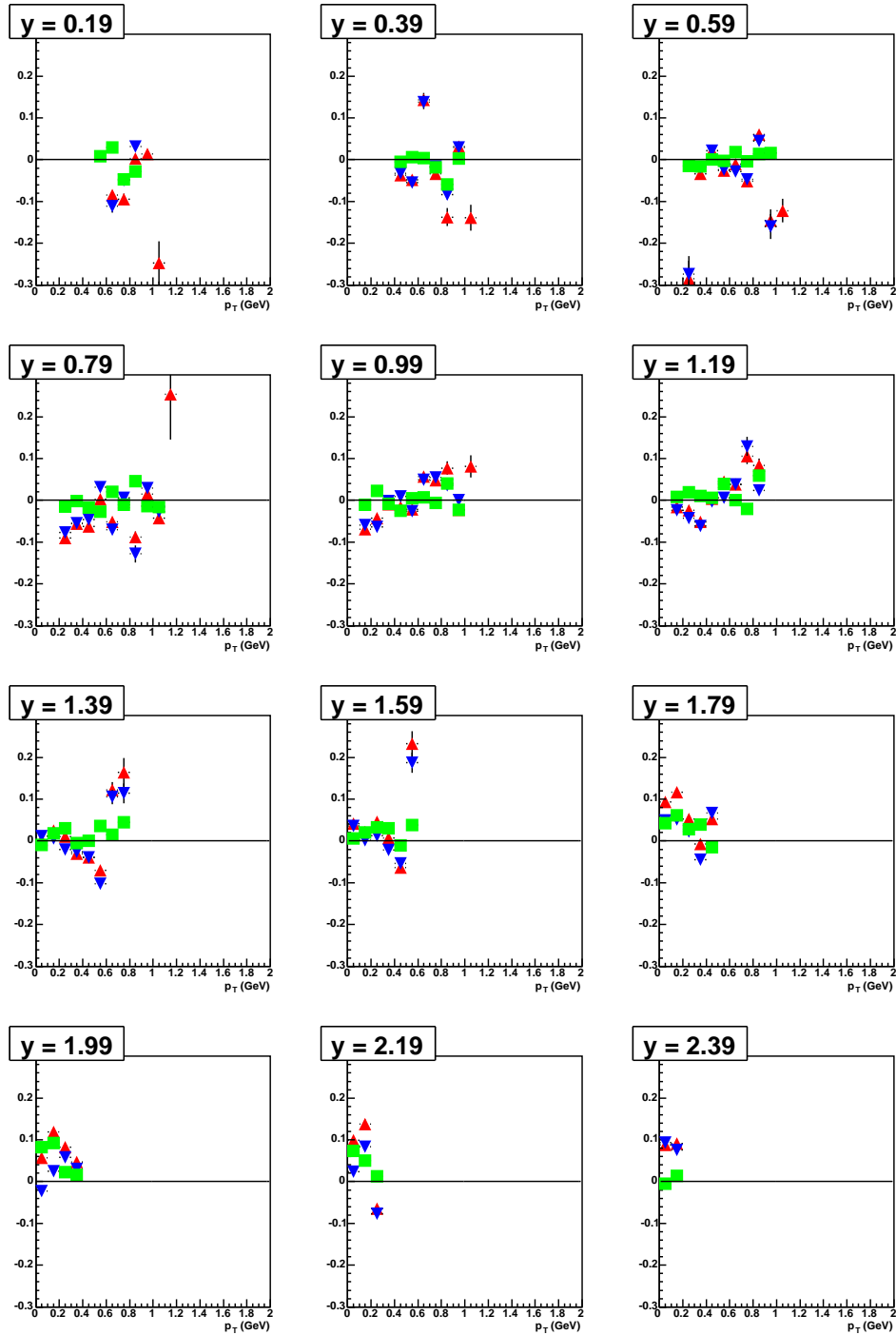
6.3 Differenzen der Analysemethoden



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

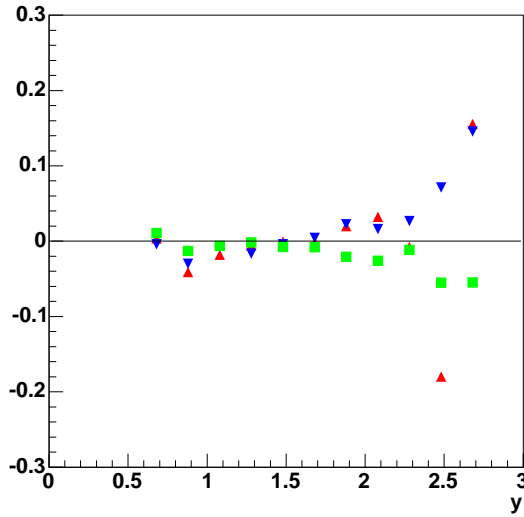
Abbildung 6.11: Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV C + C .

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



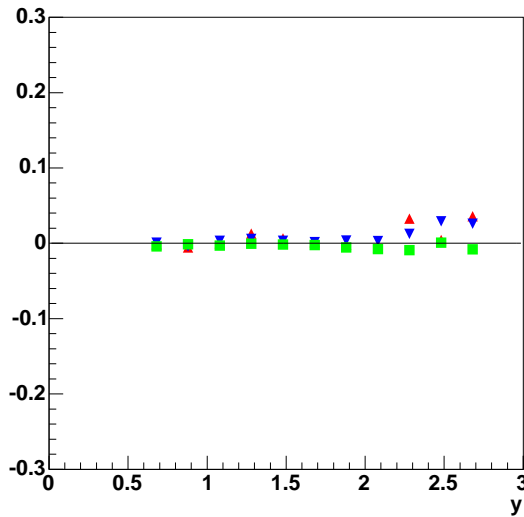
grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.12: Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $Si+Si$.



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

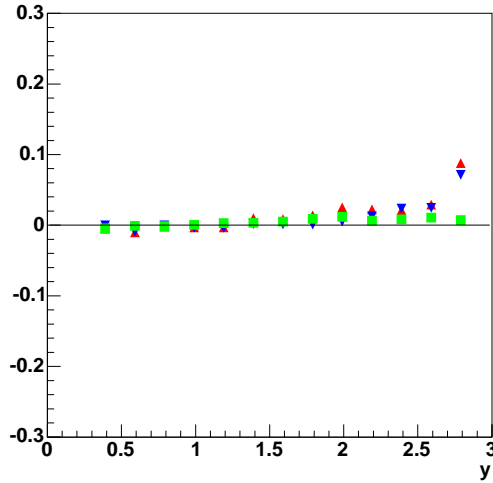
Abbildung 6.13: Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 40A GeV $C + C$ als Funktion der Rapidität im Schwerpunktsystem.



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

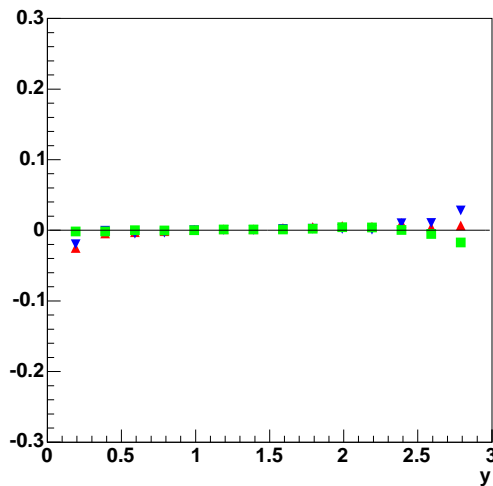
Abbildung 6.14: Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 40A GeV $Si + Si$ als Funktion der Rapidität im Schwerpunktsystem.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.15: Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 158A GeV $C + C$ als Funktion der Rapidität im Schwerpunktsystem.



grüne Quadrate: π^+ (dE/dx) und π^- (dE/dx), blaue Dreiecke: π^- (h^-) und π^- (dE/dx), rote Dreiecke: π^- (h^-) und π^+ (dE/dx).

Abbildung 6.16: Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 158A GeV $Si + Si$ als Funktion der Rapidität im Schwerpunktsystem.

6.4 Rapiditysspektren und totale Multiplizität

Aufgrund der Symmetrie des Kollisionssystems sollte das Rapiditysspektrum, wie alle anderen Observablen als Funktion der Rapidity, symmetrisch um $y = 0$ (Mid-rapidity) sein. Das dn/dy - Spektrum wird mit einer Gaußfunktion gefittet:

$$\frac{dn}{dy} = C \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.8)$$

Alternativ könnte man das Rapiditysspektrum auch mit einer Doppel- Gauß- Funktion fitten:

$$\frac{dn}{dy} = C \cdot \left[\exp\left(-\frac{(y + \delta)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y - \delta)^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (6.9)$$

Diese beschreibt, aufgrund des zusätzlichen freien Parameters δ , die Daten etwas besser, der Fit ist aber auch weniger stabil. Bei den hier untersuchten Pionenspektren beschreibt die einfache Gauß- Kurve die Daten bereits gut, daher wurde sie zur Extrapolation in den Bereich der fehlenden Akzeptanz verwendet.

Zur Bestimmung der totalen Multiplizität wird ein ähnliches Verfahren wie zuvor zur Integration der p_T - Spektren verwendet:

$$c_y = \frac{\int_{\text{Akzeptanz}} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma^2}\right) dy + \int_{\text{Akz. gespiegelt}} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma^2}\right) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma^2}\right) dy} \quad (6.10)$$

Dabei ist „Akz. gespiegelt“ der y - Bereich, wo die um Midrapidity gespiegelte Rapidityverteilung Werte hat, die ungespiegelte aber nicht.

Die totale Multiplizität berechnet sich nun folgendermaßen:

$$\langle n \rangle = \left[\sum_{\text{Akzeptanz}} \left(\frac{dn}{dy}\right) \Delta y + \sum_{\text{Akz. gespiegelt}} \left(\frac{dn}{dy}\right)_{\text{gespiegelt}} \Delta y \right] / c_{p_T} \quad (6.11)$$

Der systematische Fehler der totalen Yields setzt sich zum zusammen aus den Abweichungen der verschiedenen Analysemethoden und den systematischen Unsicherheiten der Korrekturen. Letztere wurden so klein wie möglich gehalten, indem man die simulierten Teilchenverhältnisse den tatsächlichen angepasst hat (siehe Tabelle 5.5).

Weiterhin kann man den Unterschied der extrapolierten totalen Multiplizitäten bei Verwendung eines Gaußfits und eines Doppelgaußfits des Rapiditysspektrums sowie die Abweichungen der Symmetrie um Midrapidity der gemessenen Rapidityverteilung in den systematischen Fehler einfließen lassen.

Der systematische Fehler der Korrektur kann nur grob abgeschätzt werden. Dazu nimmt man an, dass alle Korrekturen mit einem Fehler von 20% behaftet sind. Die Geometrische-, Effizienz- und Zerfallskorrektur ändert die totale Multiplizität um etwa 4%, die Pionen- Reinheitskorrektur um etwa 6% und die Feeddown- Korrektur um etwa 10%. Das ergibt einen durch die Korrekturen verursachten systematischen Fehler von etwa 4%.

Die Abweichung der totalen Multiplizität, die ein Doppelgaußfit im Vergleich zu einem Gaußfit liefern würde, kann man bestimmen, in dem man die prozentuale Differenz des Integrals der Doppelgaußfunktion und der Gaußfunktion bestimmt und diese mit dem Extrapolationsfaktor in den Bereich fehlender y - Akzeptanz

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler

multipliziert. Die auf diese Weise bestimmten Fehler sind in Tabelle 6.2 zu sehen. Bei einigen Systemen liefern beide Fit- Funktionen praktisch die selben Integrale, bei anderen Systemen gibt es minimale Abweichungen. Da deren Auswirkungen auf die totale Multiplizität weit unter 0.1% sind, kann dieser Effekt in der Fehlerbetrachtung vernachlässigt werden.

Um die Abweichung von der Symmetrie der Rapiditätsspektren um Midrapidity zu bestimmen, wurde das dn/dy - Spektrum jeweils im Bereich von $-1 \leq y \leq 0$ (Backward- Rapidity) und $0 \leq y \leq 1$ (Forward- Rapidity) mit einer Gaußfunktion (symmetrisch um 0) gefittet und die Differenz ihrer Integrale im Bereich von $0 \leq y \leq 1$ bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.2 gegeben. Man könnte nun die halbe Differenz als Beitrag zum systematischen Fehler der totalen Multiplizität nehmen. Allerdings unterscheiden sich die so bestimmten Fehler stark bei verschiedenen Kollisionssystemen. Der Fehler dieses Fehlers ist unbekannt, dürfte aber erheblich sein, da der Wert nur in einem kleinen Rapiditätsintervall bestimmt wurde. Unter der Annahme, dass der Symmetriefehler bei allen Systemen gleich ist und die beobachteten Unterschiede nur statistische Schwankungen sind, kann man den Durchschnitt der Werte bilden. Somit erhält man einen Symmetrie- Fehler von etwa 0.7%.

Aufgrund der geringen Größe dieses Fehlers und der Unsicherheiten in seiner Bestimmung wird er für die nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt.

| | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ |
|--------------------------------|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| Differenz Gauß- Doppelgauß | ≈ 0 | 0.02% | ≈ 0 | 0.01% |
| Differenz Forward- Backward | 1.4% | 0.2% | 0.8% | 3.3% |

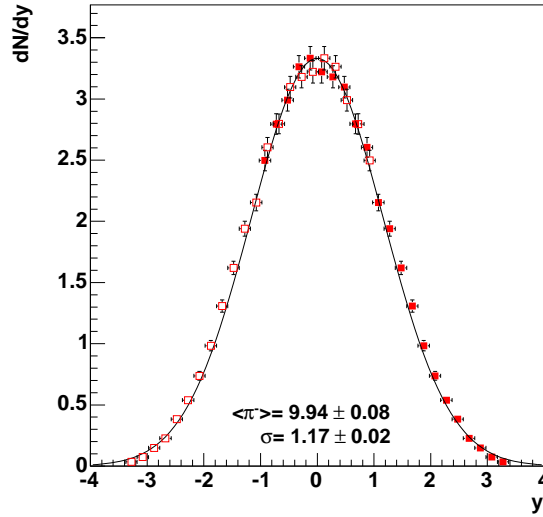
Der Beitrag zum systematischen Fehler wäre jeweils die halbe angegebene Differenz.

Tabelle 6.2: Weitere, hier vernachlässigte, Beiträge zum systematischen Fehler

Der Fehler durch die verschiedenen Analysemethoden wurde im vorherigen Abschnitt bestimmt und beträgt etwa 1% (40A GeV $C + C$: 2%). Somit ergibt sich so ein totaler systematischer Fehler von 5% (40A GeV $C + C$: 6%).

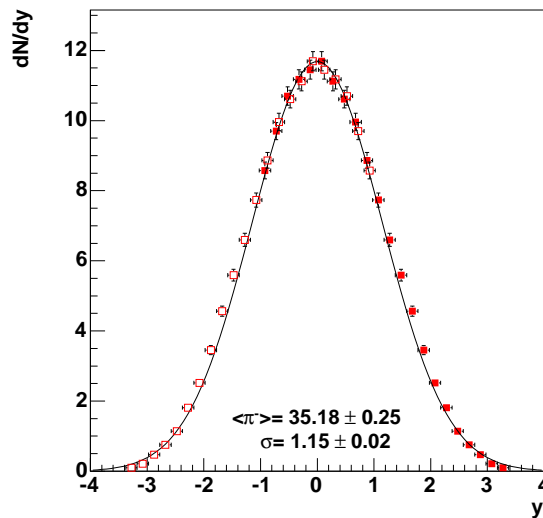
Die von C. Höhne [14] bestimmte totale Pionenmultiplizität bei 158A GeV $C + C$ ist $\langle \pi^- \rangle = 22.2 \pm 0.3 \pm 1.6$, die von mir bestimmte ist $\langle \pi^- \rangle = 23.32 \pm 0.19 \pm 1.17$. Die Werte stimmen innerhalb ihrer Fehler gut überein, der relative Unterschied ist ca. 5%. Bei 158A GeV $Si + Si$ ist die Multiplizität von C. Höhne $\langle \pi^- \rangle = 57.8 \pm 1 \pm 4$, das Ergebnis meiner Analyse ist $\langle \pi^- \rangle = 63.06 \pm 0.45 \pm 3.15$. Der relative Unterschied ist ca. 9% und stammt überwiegend von den dn/dy - Werten um Midrapidity, wo meine deutlich höher als die von C. Höhne sind (Abb. 6.20). Der Grund dafür könnte die unterschiedliche Akzeptanz sein (Abb. 6.8). Dennoch sind die beiden Ergebnisse trotz der größeren Abweichung als bei 158A GeV $C + C$ innerhalb der angegebenen Fehler konsistent.

6.4 Rapiditysspektren und totale Multiplizität



Die vollen Punkte sind gemessen, die offenen an Midrapidity gespiegelt. Der systematische Fehler der totalen Multiplizität ist ± 0.6 .

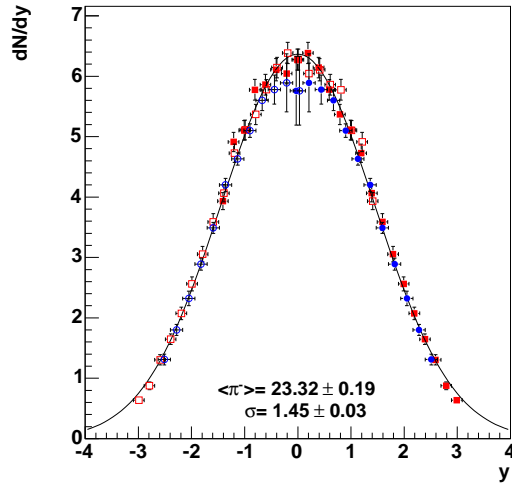
Abbildung 6.17: Rapiditysspektrum und totaler Yield für $40A$ GeV $C + C$.



Die vollen Punkte sind gemessen, die offenen an Midrapidity gespiegelt. Der systematische Fehler der totalen Multiplizität ist ± 1.76 .

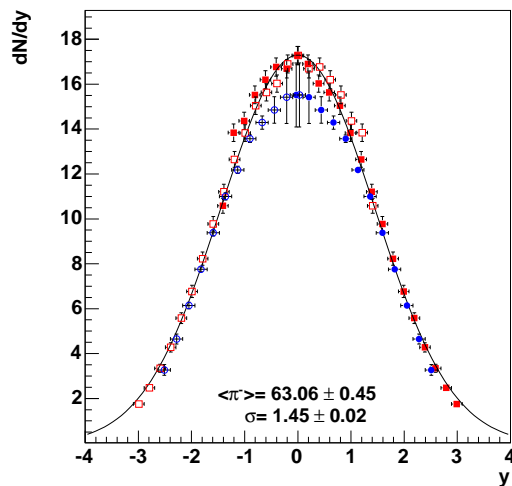
Abbildung 6.18: Rapiditysspektrum und totaler Yield für $40A$ GeV $Si + Si$.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



Die vollen Punkte sind gemessen, die offenen an Midrapidity gespiegelt. Die blauen Kreise sind Werte von C. Höhne [14]. Der systematische Fehler der totalen Multiplizität ist ± 1.17 .

Abbildung 6.19: Rapiditätsspektrum und totaler Yield für $158A$ GeV $C + C$.



Die vollen Punkte sind gemessen, die offenen an Midrapidity gespiegelt. Die blauen Kreise sind Werte von C. Höhne [14]. Der systematische Fehler der totalen Multiplizität ist ± 3.15 .

Abbildung 6.20: Rapiditätsspektrum und totaler Yield für $158A$ GeV $Si + Si$.

6.5 Der Inverse Slope Parameter

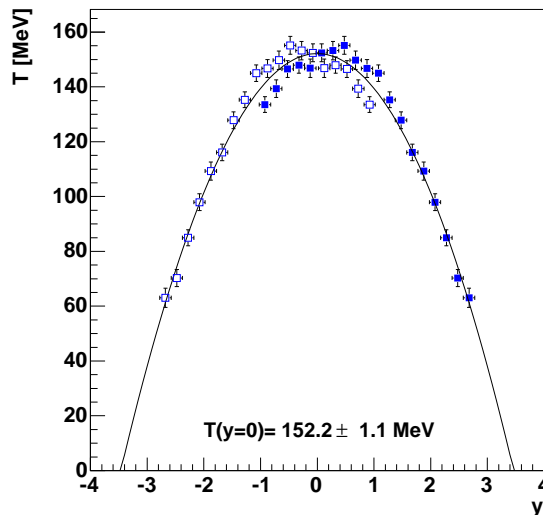
Der Fit- Parameter T in Gleichung 6.1 wird physikalisch als die Temperatur der Transversalbewegung zum Zeitpunkt des kinetischen Ausfrierens interpretiert und heißt *Inverse Slope Parameter*.

Im Rahmen von statistischen Modellen [9] interpretiert man die Konstanz des T -Parameters von Kaonen bei $Pb+Pb$ - Stößen im Bereich der SPS- Energie (Abb. 1.4) als Anzeichen eines Phasenübergangs von Hadronengas zu Quark- Gluon- Plasma.

Der Nachteil des Inverse Slope Parameters ist, dass sein Wert von dem p_T - Bereich abhängen kann, in dem die Exponentialfunktion gefittet wurde. Dieser Effekt wird in Tabelle 6.3 untersucht, es hat sich herausgestellt, dass er klein ist und als einen Teil des systematischen Fehlers angesehen werden kann. Die folgenden Werte sind die von einem Fit des vollen untersuchten p_T - Bereichs, um eine größere Stabilität des Fits bei kleiner p_T - Akzeptanz zu gewährleisten.

Der systematische Fehler wird jedoch von den Unterschieden der Inverse Slope Parameter von gemessenen und an Midrapidity gespiegelten Punkten dominiert. Dabei wird der Unterschied gemessen und der halbe Wert als systematischer Fehler genommen.

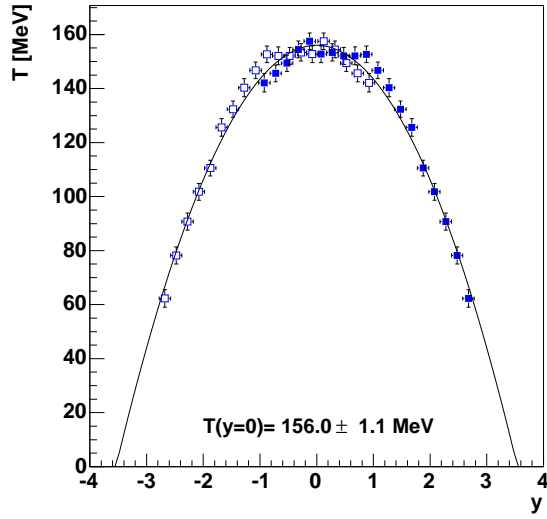
Von Interesse ist der Inverse Slope Parameter bei Midrapidity ($y=0$). Um ihn zu erhalten, werden die Spektren mit einer Parabel der Form $T(y) = -ay^2 + T(y=0)$ gefittet, damit erhält man sofort den gewünschten Wert.



Fit- Bereich: $0 \text{ GeV}/c < p_T < 2 \text{ GeV}/c$. Der systematische Fehler wird mit $\pm 6 \text{ MeV}$ abgeschätzt.

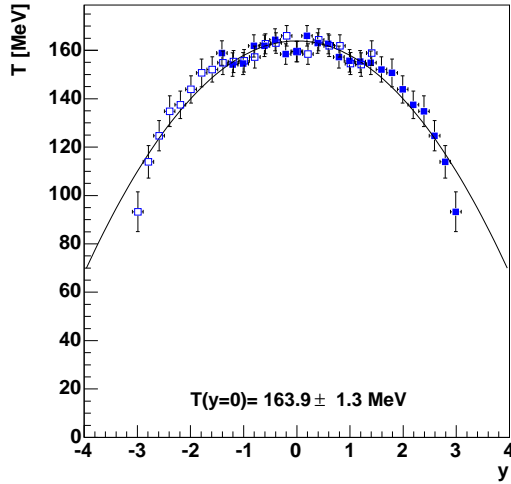
Abbildung 6.21: Inverse Slope- Spektrum für $40A \text{ GeV } C + C$.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



Fit- Bereich: $0 \text{ GeV}/c < p_T < 2 \text{ GeV}/c$. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}$ abgeschätzt.

Abbildung 6.22: Inverse Slope- Spektrum für $40A \text{ GeV } Si + Si$.



Fit- Bereich: $0 \text{ GeV}/c < p_T < 2 \text{ GeV}/c$. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}$ abgeschätzt.

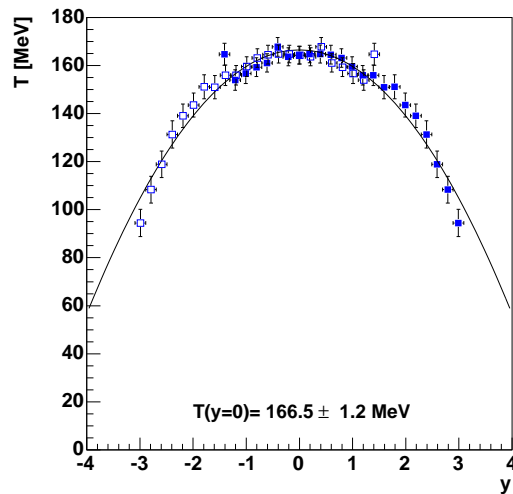
Abbildung 6.23: Inverse Slope- Spektrum für $158A \text{ GeV } C + C$.

| System | p_T Fit-Bereich 0-2 GeV/c | p_T Fit-Bereich 0.2-0.7 GeV/c |
|--------------------|--------------------------------------|--|
| 40A GeV $C + C$ | $152.2 \pm 1.1 \text{ MeV}$ | $155.7 \pm 2.2 \text{ MeV}$ |
| 40A GeV $Si + Si$ | $156.0 \pm 1.1 \text{ MeV}$ | $155.5 \pm 2 \text{ MeV}$ |
| 158A GeV $C + C$ | $163.9 \pm 1.3 \text{ MeV}$ | $160.7 \pm 2.4 \text{ MeV}$ |
| 158A GeV $Si + Si$ | $166.5 \pm 1.2 \text{ MeV}$ | $163 \pm 2 \text{ MeV}$ |

Die T- Parameter bei Midrapidity wurden durch einen Parabelfit an der Rapidityverteilung der T-Parameter bestimmt. Die minimale Anzahl von Punkten in p_T , damit der T- Wert genommen wird, ist 5.

Tabelle 6.3: Unterschiede des Inverse Slope Parameters T bei Midrapidity für unterschiedliche Fit- Bereiche in p_T .

6.5 Der Inverse Slope Parameter



Fit- Bereich: $0 \text{ GeV}/c < p_T < 2 \text{ GeV}/c$. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}$ abgeschätzt.

Abbildung 6.24: Inverse Slope- Spektrum für $158A \text{ GeV } Si + Si$.

6.6 Die mittlere transversale Masse

Die mittlere transversale Masse wird oft dem Inverse Slope Parameter vorgezogen, da ihre Ergebnisse stabiler sind und eine Berechnung auch möglich ist, wenn das System keine exponentielle p_T -Verteilung hat.

Sie ist definiert als

$$\langle m_T \rangle = \frac{\int m_T \frac{d^2 n}{dy dm_T} dm_T}{\int \frac{d^2 n}{dy dm_T} dm_T} \quad (6.12)$$

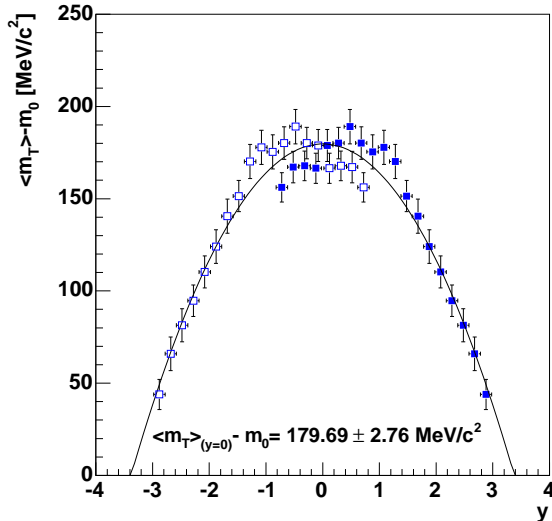
Hier wird zur Berechnung von $\langle m_T \rangle$ der Bereich $0 \text{ GeV}/c^2 \leq (m_T - m_0) \leq 1.5 \text{ GeV}/c^2$ verwendet.

Da im Bereich niedriger transversaler Massen die Akzeptanz der h^- -Analyse sehr gut ist und die hohen transversalen Massen wenig zu $\langle m_T \rangle$ beitragen, ist dieser Wert bei den Pionen gut definiert.

Wenn die transversalen Massenspektren der Boltzmann-Form entsprechen, kann man $\langle m_T \rangle$ aus T mit den Formeln 6.4 und 6.12 berechnen. Da Pionen bei genauere Betrachtung nicht perfekt Gleichung 6.4 folgen, wird diese Methode hier nicht angewandt.

Von besonderem Interesse ist die mittlere transversale Masse bei Midrapidity ($y=0$). Um sie zu erhalten, werden die Spektren mit einer Parabel der Form $\langle m_T \rangle(y) - m_0 = -ay^2 + (\langle m_T \rangle(y=0) - m_0)$ gefittet, damit erhält man sofort den gewünschten Wert.

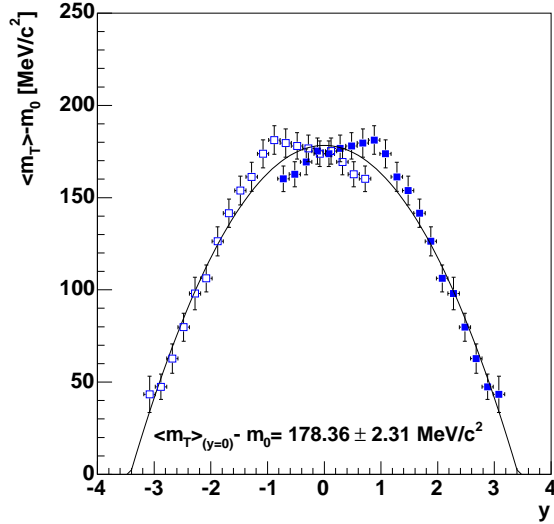
Wie man an den transversalen Massenspektren sehen kann, sind sie nicht symmetrisch um Midrapidity. Dieser Effekt ist besonders stark bei 40A GeV und tritt auch bei den unkorrigierten Spektren auf. Der Grund dafür ist nicht bekannt, dieser Effekt wird jedoch in den systematischen Fehlern berücksichtigt, in dem man die halbe Differenz als systematischen Fehler nimmt.



Der Wert gibt das Ergebnis des Fits bei Midrapidity wieder, der angegebene Fehler ist der des Fits. Der systematische Fehler wird mit $\pm 8 \text{ MeV}/c^2$ abgeschätzt.

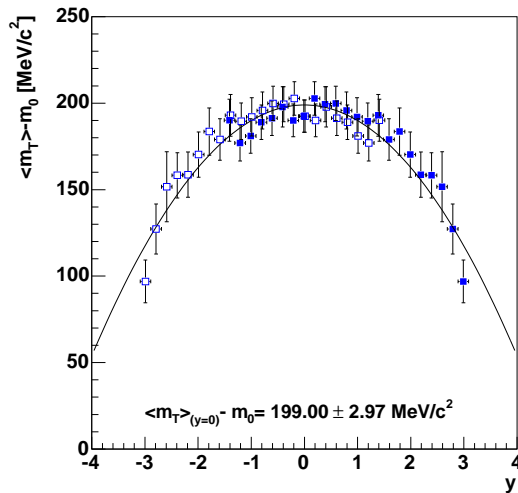
Abbildung 6.25: $\langle m_T \rangle$ -Spektrum für 40A GeV C + C .

6.6 Die mittlere transversale Masse



Der Wert gibt das Ergebnis des Fits bei Midrapidity wieder, der angegebene Fehler ist der des Fits. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}/c^2$ abgeschätzt.

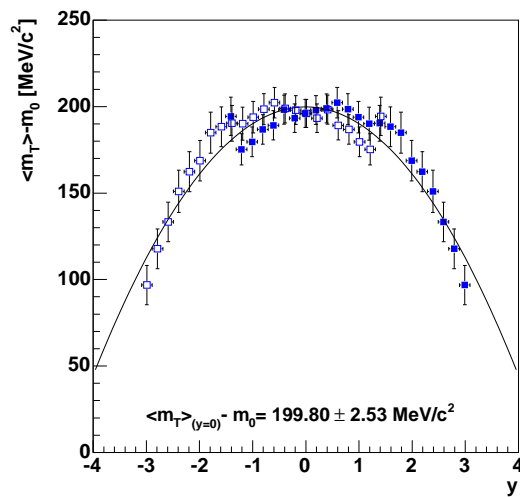
Abbildung 6.26: $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 40A GeV $Si + Si$.



Der Wert gibt das Ergebnis des Fits bei Midrapidity wieder, der angegebene Fehler ist der des Fits. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}/c^2$ abgeschätzt.

Abbildung 6.27: $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 158A GeV $C + C$.

6 Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler



Der Wert gibt das Ergebnis des Fits bei Midrapidity wieder, der angegebene Fehler ist der des Fits. Der systematische Fehler wird mit $\pm 5 \text{ MeV}/c^2$ abgeschätzt.

Abbildung 6.28: $\langle m_T \rangle$ -Spektrum für $158A \text{ GeV } Si + Si$.

6.7 Zusammenfassung der Ergebnisse

In dieser Tabelle werden die Hauptergebnisse der Analyse von 40A GeV und 158A GeV $C + C$ und $Si + Si$ zusammengefasst und mit den Ergebnissen von C. Höhne bei 158A GeV verglichen.

| | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ |
|---|-------------------------|---------------------------|---|---|
| $\langle N_W \rangle$ | 9.3 ± 1.1 | 32.2 ± 3.5 | 15.9 ± 2 | 39.9 ± 3 |
| $\langle \pi^- \rangle$ (C. Höhne) | $9.94 \pm 0.08 \pm 0.6$ | $35.18 \pm 0.25 \pm 1.76$ | $23.32 \pm 0.19 \pm 1.17$ $22.2 \pm 0.3 \pm 1.6$ | $63.06 \pm 0.45 \pm 3.15$ $57.8 \pm 1 \pm 4$ |
| $\langle \pi^- \rangle / \langle N_W \rangle$ | 1.07 ± 0.14 | 1.09 ± 0.13 | 1.47 ± 0.2 | 1.58 ± 0.14 |
| $\sigma(y)$ | 1.17 ± 0.02 | 1.15 ± 0.02 | 1.45 ± 0.03 | 1.45 ± 0.02 |
| χ^2/NDF (Gauß-Fit) | 9.25/20 | 10.09/20 | 8.7/21 | 12.1/21 |
| $T(y=0)$ (MeV) (C. Höhne) | $152.2 \pm 1.1 \pm 6$ | $156 \pm 1.1 \pm 5$ | $163.9 \pm 1.3 \pm 5$ $163 \pm 4 \pm 10$ | $166.5 \pm 1.2 \pm 5$ $172 \pm 3 \pm 10$ |
| $\langle m_T \rangle$ (y=0) $-m_0$ (MeV) | $179.7 \pm 2.8 \pm 8$ | $178.4 \pm 2.3 \pm 5$ | $199 \pm 3 \pm 5$ | $199.8 \pm 2.5 \pm 5$ |

Die $\langle N_W \rangle$ wurden mit FRITIOF bestimmt, ihre Fehler durch die Unterschiede von FRITIOF und Venus. Die $\langle \pi^- \rangle / \langle N_W \rangle$ beinhalten den statistischen und systematischen Fehler der $\langle \pi^- \rangle$ sowie den systematischen Fehler der $\langle N_W \rangle$. Die Breite des Rapiditätsspektrums $\sigma(y)$ wird durch den Fit mit Gleichung 6.8 bestimmt. Zum Vergleich sind für 158A GeV die totalen Multiplizitäten und Inverse Slope Parameter von C. Höhne [14] mit angegeben. Bei den $\langle N_W \rangle$ ist nur der systematische Fehler angegeben, bei $\sigma(y)$ nur der statistische, sonst ist der erste Fehler der statistische und der zweite der systematische.

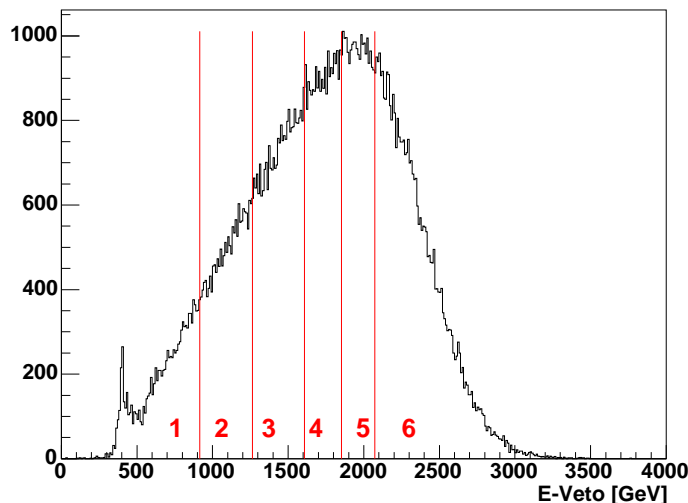
Tabelle 6.4: Zusammenfassung der Ergebnisse und ihrer Fehler.

6 *Ergebnisse der Analyse und systematische Fehler*

7 Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei $40A$ GeV $C + C$ - Kollisionen

Da die Anforderungen an die Zentralität einer Kollision bei der Aufnahme der $40A$ GeV $C + C$ - Daten klein gewählt wurde (die 65.7% zentralsten Kollisionen), sind in diesem Datensatz sowohl sehr zentrale als auch relativ periphere Stöße vorhanden. Daher bietet es sich an, die Pionenproduktion bei verschiedenen Zentralitäten zu untersuchen. Bei den anderen in dieser Arbeit untersuchten Kollisionssysteme wurden nur relativ zentrale Kollisionen aufgezeichnet ($< 30\%$ der zentralsten Kollisionen), daher wäre dort eine zentralitätsabhängige Betrachtung der Kollisionen weniger aufschlussreich.

7.1 Zentralitätsklassen



Alle Event- Cuts (Tabelle 4.1) wurden bereits angewandt, ein EVeto- Offset von 2000 GeV ist addiert.

Abbildung 7.1: Veto- Energieverteilung und Zentralitätsklassen für $40A$ GeV $C + C$

Analog zu den NA49 Minimum- Bias $Pb + Pb$ - Daten werden auch die $40A$ GeV $C + C$ - Daten in sechs Zentralitätsklassen unterteilt. Zu jeder Zentralitätsklasse wird die maximale im Veto- Kalorimeter registrierte Energie berechnet, bei der ein Ereignis noch in der Zentralitätsklasse liegt.

Die im Veto- Kalorimeter registrierte Energie ist proportional zu der Zahl der Projektil- Spektatoren. Wenn man alle aufgenommenen Kollisionen betrachtet, so

7 Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei 40A GeV C + C - Kollisionen

sind dies, wie in Kapitel 4.3 berechnet, die $C_{max} = 65.7\%$ zentralsten Kollisionen. Wenn man nun ein Veto- Energie- Intervall von 0 bis zu einem bestimmten Wert E_m betrachtet, so sind dies die

$$C = C_{max} \cdot \frac{\int_0^{E_m} \frac{dN}{dE_{Veto}} dE_{Veto}}{\int_0^{\infty} \frac{dN}{dE_{Veto}} dE_{Veto}} \quad (7.1)$$

zentralsten Kollisionen. Dabei sind die $\frac{dN}{dE_{Veto}}$ die Anzahl der Kollisionen im Target, die die entsprechende Veto- Energie haben. Um diese Werte zu bestimmen, subtrahiert man von der $\frac{dN}{dE_{Veto}}$ - Verteilung der Ereignisse, deren Z- Vertex in einem bestimmten Bereich um das Target liegen, die entsprechende Verteilung von Ereignissen, die in einem gleich großen Intervall außerhalb des Targets liegen.

Zur Bestimmung der maximalen Veto- Energie der Zentralitätsbins erhöht man nun E_m so lange, bis C die gewünschte Zentralität ist. Die Ergebnisse dieser Methode sind in Tabelle 7.1 zu finden.

Leider ist das E- Veto- Spektrum für 40A GeV C + C nicht kalibriert, und die minimale Veto- Energie des Spektrums ist kleiner als Null, was physikalisch unsinnig ist. Daher wurde zu der in den mini- DSTs gespeicherten Veto- Energie ein Offset von 2000 addiert.

| Bin | max. Zentr. | max. EVeto (E_m) | $\langle N_W \rangle$ | $\langle b \rangle$ [fm] | Anz. Events |
|--------|-------------|----------------------|-----------------------|--------------------------|-------------|
| 1 | 5% | 915.5 | 18.2 ± 1.82 | 1.155 | 11687 |
| 2 | 12.5% | 1264.5 | 15.15 ± 1.52 | 1.603 | 17319 |
| 3 | 23.5% | 1607.5 | 12.39 ± 1.24 | 2.137 | 25155 |
| 4 | 33.5% | 1853.5 | 9.55 ± 0.96 | 2.749 | 22256 |
| 5 | 43.5% | 2072.5 | 7.27 ± 0.73 | 3.233 | 21194 |
| 6 | 65.7% | | 4.81 ± 0.48 | 3.941 | 37656 |
| gesamt | 65.7% | | 9.34 ± 1.1 | 2.23 | 135267 |

Die Impakt- Parameter sowie die $\langle N_W \rangle$ wurden mit FRITIOF- berechnet, dabei wird ein (systematischer) Fehler von 10% angenommen. Der Systematische Fehler der $\langle N_W \rangle$ des gesamten Datensatzes wird aus Tabelle 4.4 übernommen.

Tabelle 7.1: Die verschiedenen Zentralitätsbins der 40A GeV C + C - Daten.

Um die Ergebnisse der verschiedenen Zentralitätsbins zu vergleichen, wurde für jedes Bin die mittlere Zahl der Wounded Nucleons berechnet. Dazu wurde, wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, zunächst in FRITIOF die maximale Veto- Energie eines Bins bestimmt, bei der der Anteil der Reaktionen, der bei „max. Zentr.“ angegeben ist, akzeptiert wird. Die minimale Veto- Energie eines Bins ist die maximale Veto- Energie des vorherigen Bins. Mit diesem Energieintervall erlaubt FRITIOF nun die Berechnung der $\langle N_W \rangle$.

Man beachte, dass die Veto- Energien in der FRITIOF- Simulation nicht identisch mit den gemessenen im Veto- Kalorimeter sein müssen, da letztere nicht kalibriert sind.

Wie man sieht, sind die ersten Zentralitätsbins zentraler als die durchschnittliche Zentralität der gesamten Analyse, die letzten Bins jedoch peripherer.

7.2 Ergebnisse

Da die Statistik jedes Bins bei der zentralitätsabhängigen Analyse deutlich kleiner ist als bei der Analyse aller aufgenommenen Ereignisse zusammen, wurde der Wedge-

Cut von 30° auf 45° gelockert. Ansonsten wurde die gleiche h^- - Analyseprozedur wie für die Gesamtdaten verwendet, auch bei den Korrekturen wurde die verschiedene Zentralität vernachlässigt. Dies ist möglich, da die Effizienz- Korrektur aufgrund der Spurdichte bei $40A$ GeV $C + C$ ohnehin sehr klein ist, die anderen Korrekturen hängen in erster Näherung nicht von der Zentralität des Ereignisses ab.

Die Korrekturen liegen in der Größenordnung von 20%, wie bei der nicht zentralitätsabhängigen Analyse. Die systematischen Fehler der Korrektur werden mit 30% etwas größer abgeschätzt als bei der Analyse des gesamten Datensatzes, da die Korrekturen nicht zentralitätsabhängig erfolgten. Dies ergibt einen systematischen Fehler der totalen Multiplizität, der durch die Korrektur verursacht wurde, von 6%. Zusammen mit dem Fehler der unterschiedlichen Analysemethoden ergibt sich ein totaler systematischer Fehler von 8%.

Die systematischen Fehler des Inverse Slope Parameters und der mittleren transversalen Masse werden, wie in Kapitel 6, wieder durch die Unterschiede der gemessenen und der bei Midrapidity gespiegelten Werte abgeschätzt.

| Bin | $\langle\pi^-\rangle$ | $\langle\pi^-\rangle / \langle N_W \rangle$ | $T(y=0)$ [MeV] | $\langle m_T \rangle (y=0) - m_0$ [MeV/c ²] |
|--------|---------------------------|---|-----------------------------|---|
| 1 | $17.58 \pm 0.16 \pm 1.41$ | 0.97 ± 0.12 | $151.5 \pm 1.3 \pm 10$ | $178 \pm 3.1 \pm 20$ |
| 2 | $14.59 \pm 0.13 \pm 1.17$ | 0.96 ± 0.12 | $151.2 \pm 1.2 \pm 8$ | $177.2 \pm 2.9 \pm 15$ |
| 3 | $11.9 \pm 0.1 \pm 0.95$ | 0.96 ± 0.12 | $151 \pm 1.2 \pm 20 \pm 10$ | $177.7 \pm 2.9 \pm 15$ |
| 4 | $9.52 \pm 0.09 \pm 0.76$ | 1 ± 0.13 | $150.7 \pm 1.2 \pm 5$ | $178.2 \pm 3.1 \pm 15$ |
| 5 | $7.7 \pm 0.07 \pm 0.62$ | 1.06 ± 0.14 | $150 \pm 1.3 \pm 8$ | $180.4 \pm 3.3 \pm 15$ |
| 6 | $5.72 \pm 0.05 \pm 0.46$ | 1.19 ± 0.15 | $150.8 \pm 1.2 \pm 8$ | $181 \pm 3.1 \pm 15$ |
| gesamt | $9.94 \pm 0.08 \pm 0.6$ | 1.07 ± 0.14 | $152.2 \pm 1.1 \pm 6$ | $179.7 \pm 2.8 \pm 8$ |

Tabelle 7.2: Ergebnisse der zentralitätsabhängigen Analyse der $40A$ GeV $C + C$ - Daten.

Wie man in Tabelle 7.2 sieht, sinkt wie zu erwarten die Zahl der produzierten Pionen mit sinkender Zentralität ab. Der Inverse Slope Parameter und die mittlere transversale Masse hingegen scheinen nicht von der Zentralität abzuhängen.

Wie in Abb. 7.5 zu sehen, zeigt das $\langle\pi^\pm\rangle / \langle N_W \rangle$ - Verhältnis keine signifikante Zentralitätsabhängigkeit. Auch die Werte der gemeinsamen Analyse aller $40A$ GeV $C + C$ - Daten ist in Einklang mit den Werten der zentralitätsabhängigen Analyse. Man beachte, dass die meisten Events im periphersten Bin liegen und dieser somit den größten Einfluss auf den Wert der gemeinsamen Analyse hat.

7 Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei 40A GeV C + C - Kollisionen

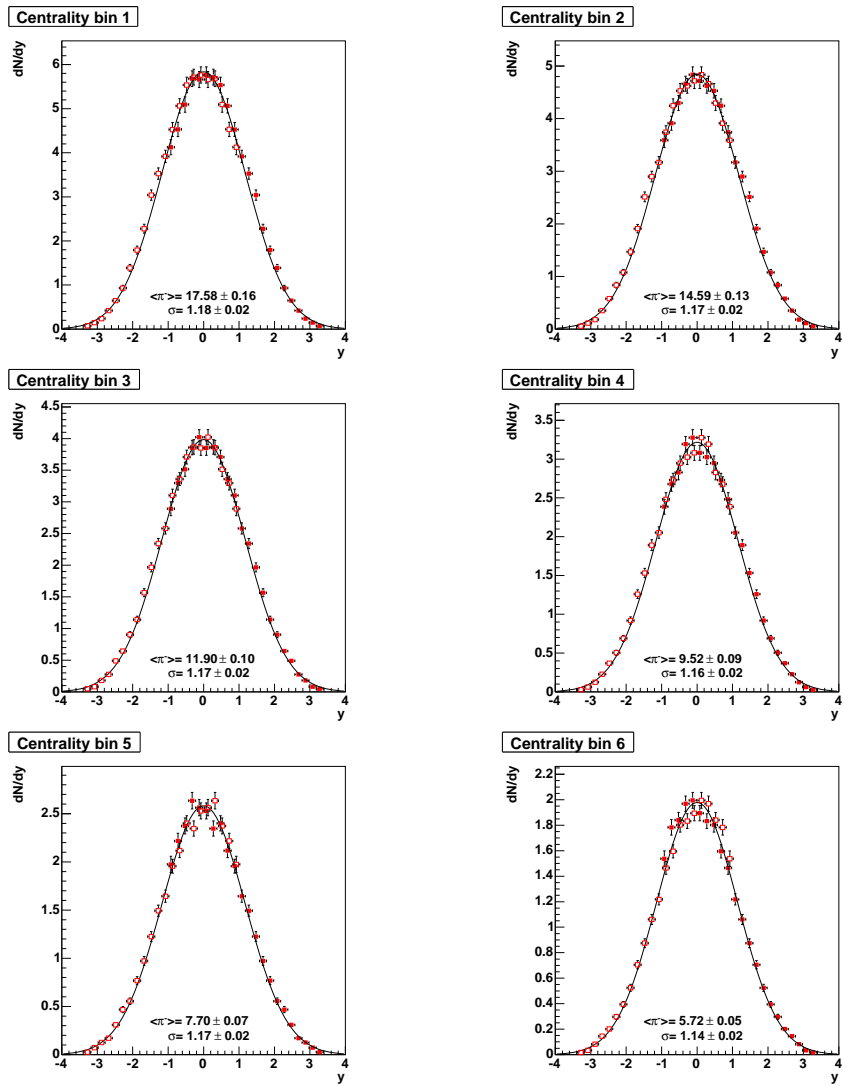


Abbildung 7.2: Die Rapiditätsspektren der zentralitätsabhängigen Analyse der Pionen bei 40A GeV C + C - Kollisionen.

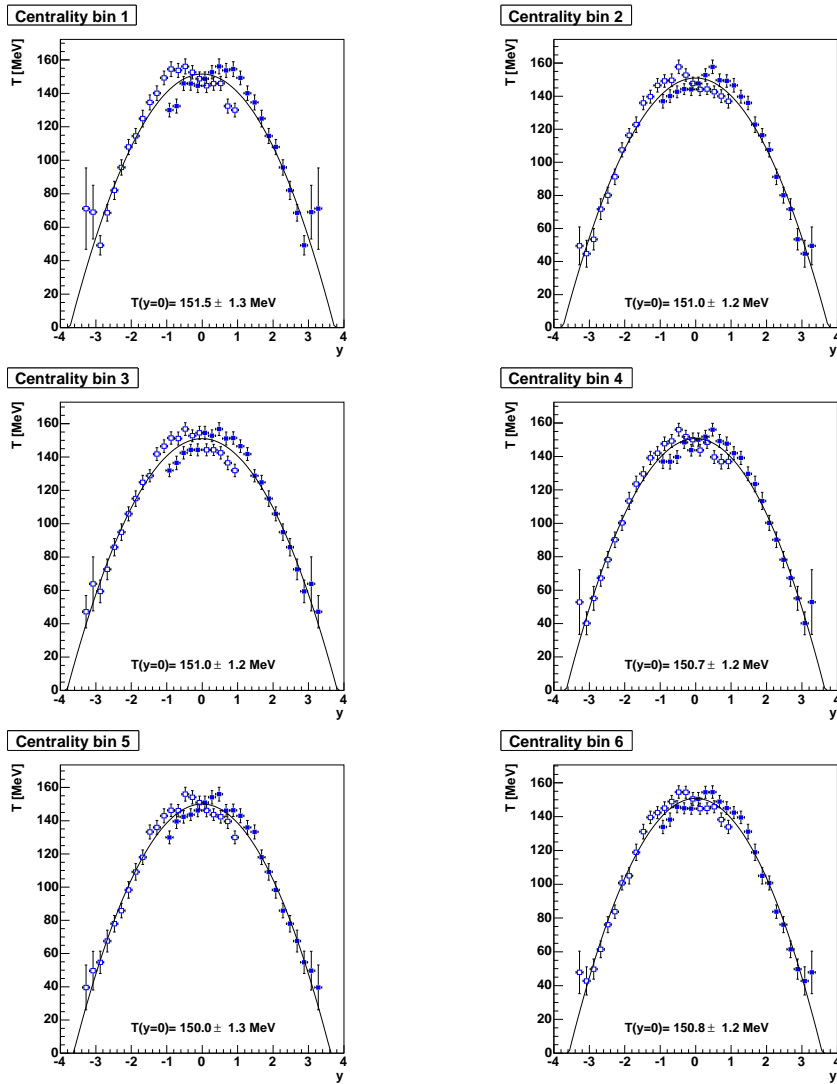


Abbildung 7.3: Die Inverse Slope Parameter- Spektren der zentralitätsabhängigen Analyse der Pionen bei 40A GeV $C + C$ - Kollisionen.

7 Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei 40A GeV C + C - Kollisionen

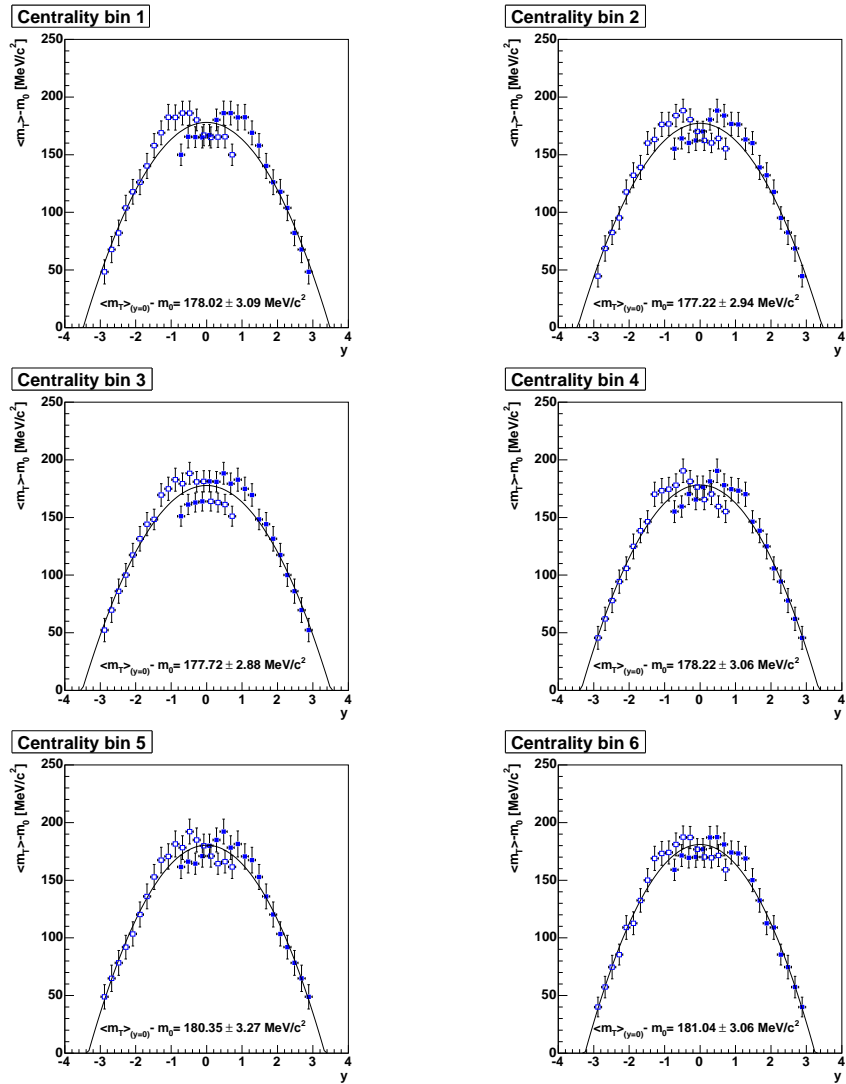
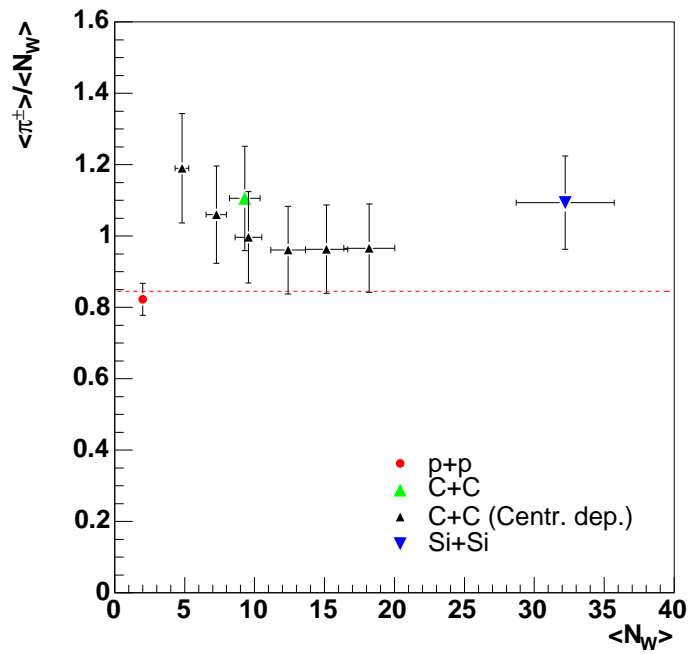


Abbildung 7.4: Die mittleren transversalen Massen- Spektren der zentralitätsabhangigen Analyse der Pionen bei 40A GeV C + C - Kollisionen.



Die gestrichelte Linie gibt den Wert des $p+p$ - Fits nach Glg. 9.1 an. Quelle $p+p$: Ferenc Sikler, private Kommunikation.

Abbildung 7.5: Die Zentralitätsabhängigkeit des Verhältnisses $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ der 40A GeV $C + C$ - Daten im Vergleich mit den gesamten $C + C$, den $Si + Si$ und den $p + p$ - Daten.

7 Zentralitätsabhängigkeit der Pionenproduktion bei 40A GeV C + C - Kollisionen

8 Modelle für Kern- Kern- Stöße

8.1 Das Wounded Nucleon- Modell

Das Wounded Nucleon- Modell [31] geht davon aus, dass sich ein Kern- Kern- Stoß aus mehreren, voneinander unabhängigen, Nukleon- Nukleon- Stößen zusammensetzt. Sekundäre Wechselwirkungen der bei den Nukleon- Nukleon- Stößen produzierten Teilchen werden vernachlässigt.

Dieses Modell sagt voraus, dass die Teilchenmultiplizitäten proportional zu den N_W sind, insbesondere sind die Teilchenverhältnisse nicht abhängig von der Größe des Kollisionssystems. Wie man in Abb. 1.3 sieht, ist dies im Experiment nicht der Fall.

Eine weitere Vorhersage des Modells ist, dass die Form der Spektren, zum Beispiel der inverse slope Parameter T , nicht von der Systemgröße abhängt, was, siehe Abb. 1.4, ebenfalls widerlegt ist.

Es gibt erweiterte Versionen des Wounded Nucleon- Modells, die z. B. sekundäre Wechselwirkungen beinhalten, aber auch diese können das Verhalten vieler Observabler bei Kern- Kern- Stößen nicht erklären.

8.2 UrQMD

Das Ultrarelativistische Quanten- Molekulardynamik- Modell [32, 33] ist ein mikroskopisches Transportmodell zur Simulation von $p + p$ und $A + A$ Stößen. Da in dieser Arbeit einige Ergebnisse der experimentellen Analyse mit der Vorhersage des UrQMD- Modells verglichen werden sollen, möchte ich hier kurz auf das Modell eingehen.

Das UrQMD- Modell simuliert kovariant die Bewegung von Konstituenten- Quarks und Diquarks sowie von Mesonischen und Baryonischen Freiheitsgraden. Interaktionen von vor der Kollision vorhandenen und neu produzierten Teilchen werden simuliert. Außerdem wird die Stringanregung sowie -fragmentation sowie die Erzeugung und den Zerfall von hadronischen Resonanzen simuliert.

Das UrQMD- Modell beinhaltet keinen expliziten Phasenübergang vom Hadronengas zum Quark- Gluon- Plasma, allerdings werden bei höheren Energien die Quark- Wechselwirkungen auch in dem Modell dominieren.

Der Vorteil dieses Modells ist, dass es mit ihm möglich ist, die elementaren Prozesse bei Schwerionenkollisionen zu verstehen und die Zeitentwicklung zu simulieren. Problematisch ist bei diesem Modell, dass es viele Input- Parameter benötigt, z.B. Hyperonen- Wirkungsquerschnitte, die experimentell noch nicht bestimmt wurden und daher nur abgeschätzt werden können. Weiterhin sind eine Reihe von experimentellen Daten in Schwerionenkollisionen bekannt, die von den UrQMD- Berechnungen erheblich abweichen, z.B. die Multiplizität von mehrfach seltenen Hyperonen (Ξ , Ω).

Zur Berechnung der Teilchenmultiplizitäten (Tabelle 8.3) wurde in dieser Arbeit das Modell UrQMD 1.3 von der UrQMD- Homepage¹ verwendet. Als Input- Parameter wurden die Protonen und Nukleonen des Projektil- und Targetkerns, die Kollisionsenergie sowie den maximalen Impakt- Parameter übergeben. Die Anzahl der für diese Arbeit interessanten Teilchen pro Event wurden in den Ausgabedateien des Modells gezählt und anschließend darüber gemittelt. Der statistische Fehler des Mittelwerts ergibt sich als

$$\sigma(\langle n \rangle) = \frac{RMS(n)}{\sqrt{N}} \quad (8.1)$$

Dabei ist *RMS* die Streuung der simulierten Werte um ihren Mittelwert und *N* die Zahl der simulierten Events.

8.3 Venus

Das Venus- Modell ist ein String- Hadronisches Modell zur Simulation von Nukleonen- und Kernstößen bei hohen Energien. Das Modell verwendet dazu die folgenden vier Blöcke [34]:

1. Kern- Geometrie

Innerhalb der Kerne werden die Nukleonen entsprechend der Kerndichte- Funktion verteilt. Zwei Kerne durchdringen sich mit einem zufällig bestimmten Impakt- Parameter *b*. Wenn sich zwei Nukleonen näher als $2r$ kommen, findet eine Nukleon- Nukleon- Kollision statt. Man erhält damit eine Serie von solchen Kollisionen.

2. String- Formation

Die Nukleon- Nukleon- Wechselwirkung wird durch den Austausch von Farbe realisiert. Der dominante Prozess ist dabei der Austausch einer Farbe:

$$(q_1, q_1, q_1) + (q_2, q_2, q_2) \xrightarrow{CE} (q_1, q_1, q_2) + (q_1, q_2, q_2) \quad (8.2)$$

Dabei sind die q_1 die Projektil- und die q_2 die Target- Quarks, die Klammern zeigen die Farb- Kopplungen zu farbneutralen Objekten (Farb- Singletts) an. Es wird angenommen, dass die Quarks ihre Impulse beibehalten, somit besteht jedes neue Farb- Singlett aus zwei Teilen, einem Diquark und einem einzelnen Quark, die sich mit hohem Impuls in entgegengesetzte Richtung bewegen.

Weiterhin werden kompliziertere Prozesse des Farbaustauschs in Venus simuliert.

3. String- Fragmentation

Da die Energie eines Strings der starken Wechselwirkung proportional mit der Entfernung der Partonen zunimmt, ist die Energie ab einer bestimmten Stringlänge so hoch, dass sich ein Quark- Antiquark- Paar bildet und der String reißt. In String- Hadronischen Modellen wird so die Teilchenproduktion simuliert.

4. Sekundäre Wechselwirkungen

Wenn sich zwei Strings oder Hadronen zu nahe kommen, wird in diesem Modell angenommen, dass sie fusionieren, das heißt, ihre Impulse und additiven Quantenzahlen addieren sich. Wenn das fusionierte Objekt einer bekannten Resonanz entspricht, enthält es die entsprechende Lebensdauer, wenn nicht, wird angenommen, dass die Lebensdauer $\tau = 1fm/c$ beträgt.

¹<http://www.th.physik.uni-frankfurt.de/~urqmd>

In dieser Arbeit wird das Venus- Modell zur Berechnung der Detektor- Effizienz, der Feeddown- Korrektur und des Pionenanteils der negativen Spuren eingesetzt (siehe Kap. 5.3). Wie man in Tabelle 5.5 sehen kann, stimmen die für die Korrekturen wichtigen Teilchenverhältnisse in Venus mit den Messwerten in ihrer Größenordnung überein, es verbleiben allerdings Abweichungen von bis zu 30%.

| | 40A GeV <i>Cu + Cu</i> | 158A GeV <i>Cu + Cu</i> |
|---|---------------------------|----------------------------|
| b_{max} [fm] | 2.6 | 2.6 |
| FRITIOF- Berechnung der $\langle N_W \rangle$ | | |
| $\langle b \rangle$ [fm] | 1.719 ± 0.019 | 1.727 ± 0.019 |
| $\langle N_W \rangle$ | 104 ± 10.4 | 104 ± 10.4 |
| UrQMD- Rechnungen | | |
| $\langle b \rangle$ [fm] | 1.708 ± 0.028 | 1.785 ± 0.019 |
| $\langle n \rangle$ | 525.1 ± 1.87 | 801.8 ± 2.5 |
| $\langle h^- \rangle$ | 122.8 ± 0.61 | 205.7 ± 0.77 |
| $\langle \pi^+ \rangle$ | 111 ± 0.58 | 185.2 ± 0.72 |
| $\langle \pi^- \rangle$ | 114.9 ± 0.59 | 188.6 ± 0.72 |
| $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ | 1.09 ± 0.11 | 1.8 ± 0.18 |
| $\langle K^+ \rangle$ | 11.54 ± 0.15 | 19.62 ± 0.15 |
| $\langle K^- \rangle$ | 5.07 ± 0.11 | 12.12 ± 0.12 |
| $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ | 0.104 ± 0.001 | 0.106 ± 0.001 |
| $\langle K^- \rangle / \langle \pi^- \rangle$ | 0.044 ± 0.001 | 0.064 ± 0.001 |

Ergebnisse der FRITIOF- Berechnung der $\langle N_W \rangle$ (10% systematischer Fehler angenommen) und der UrQMD- Simulation (statistische Fehler gegeben).

Tabelle 8.1: Zusätzliche UrQMD- Rechnungen für nicht von NA49 untersuchte Systeme.

| System | $\langle b \rangle$ [fm] | $\langle \pi^+ \rangle$ | $\langle \pi^- \rangle$ | $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|---|
| 2A GeV <i>p + p</i> | 0.666 ± 0.001 | 0.48 ± 0.002 | 0.034 ± 0.001 | 0.129 ± 0.001 |
| 2A GeV <i>C + C</i> | 1.728 ± 0.006 | 1.59 ± 0.01 | 1.59 ± 0.01 | 0.117 ± 0.012 |
| 2A GeV <i>Si + Si</i> | 1.734 ± 0.009 | 4.46 ± 0.03 | 4.44 ± 0.03 | 0.113 ± 0.011 |
| 2A GeV <i>Cu + Cu</i> | 1.735 ± 0.02 | 9.94 ± 0.09 | 12.07 ± 0.09 | 0.106 ± 0.011 |
| 2A GeV <i>Pb + Pb</i> | 2.621 ± 0.034 | 25.84 ± 0.18 | 40.58 ± 0.22 | 0.095 ± 0.01 |
| 4.5A GeV <i>p + p</i> | 0.666 ± 0.001 | 0.67 ± 0.002 | 0.22 ± 0.001 | 0.223 ± 0.001 |
| 4.5A GeV <i>C + C</i> | 1.736 ± 0.006 | 3.62 ± 0.02 | 3.6 ± 0.02 | 0.265 ± 0.027 |
| 4.5A GeV <i>Si + Si</i> | 1.727 ± 0.009 | 10.98 ± 0.04 | 10.98 ± 0.04 | 0.279 ± 0.028 |
| 4.5A GeV <i>Cu + Cu</i> | 1.707 ± 0.01 | 27.36 ± 0.08 | 30.2 ± 0.08 | 0.277 ± 0.028 |
| 4.5A GeV <i>Pb + Pb</i> | 2.67 ± 0.037 | 79.81 ± 0.4 | 102 ± 0.44 | 0.261 ± 0.026 |

Ergebnisse der UrQMD- Simulation (statistische Fehler gegeben), die $\langle N_W \rangle$ für die $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ wurden von 40A GeV übernommen.

Tabelle 8.2: UrQMD- Rechnungen für kleine Energien.

| | | | | | | | | |
|---|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| | 40A GeV $p + p$ | 40A GeV $C + C$ | 40A GeV $Si + Si$ | 40A GeV $Pb + Pb$ | 158A GeV $p + p$ | 158A GeV $C + C$ | 158A GeV $Si + Si$ | 158A GeV $Pb + Pb$ |
| b_{max} [fm] | 1 | 2.6 | 2.6 | 4 | 1 | 2.6 | 2.6 | 4 |
| FRITIOF- Berechnung der $\langle N_W \rangle$ | | | | | | | | |
| $\langle b \rangle$ [fm] | | 1.745 ± 0.006 | 1.738 ± 0.006 | 2.715 ± 0.094 | | 0.667 ± 0.001 | 1.734 ± 0.006 | 2.688 ± 0.091 |
| $\langle N_W \rangle$ | 2 | 13.6 ± 1.4 | 39.3 ± 3.9 | 347.9 ± 34.8 | 2 | 13.8 ± 1.4 | 39.6 ± 4 | 350.1 ± 35 |
| UrQMD- Rechnungen | | | | | | | | |
| $\langle b \rangle$ [fm] | 0.667 ± 0.001 | 1.736 ± 0.006 | 1.732 ± 0.009 | 2.67 ± 0.043 | 1.734 ± 0.006 | 1.731 ± 0.009 | 1.74 ± 0.011 | 2.689 ± 0.09 |
| $\langle n \rangle$ | 6.41 ± 0.01 | 65.33 ± 0.16 | 192.7 ± 0.39 | 1858 ± 6.06 | 10.17 ± 0.03 | 94.4 ± 0.39 | 287.7 ± 0.89 | 2981 ± 24.8 |
| $\langle h^- \rangle$ | 1.01 ± 0.01 | 12.55 ± 0.05 | 41.49 ± 0.13 | 454.9 ± 1.93 | 2.17 ± 0.01 | 21.25 ± 0.12 | 70.02 ± 0.28 | 791.4 ± 7.74 |
| $\langle \pi^+ \rangle$ | 1.51 ± 0.01 | 11.8 ± 0.05 | 39.03 ± 0.12 | 392.7 ± 1.77 | 2.5 ± 0.01 | 19.45 ± 0.11 | 64.17 ± 0.26 | 691.1 ± 6.95 |
| $\langle \pi^- \rangle$ | 1.03 ± 0.01 | 11.81 ± 0.05 | 38.97 ± 0.12 | 424.4 ± 1.81 | 1.98 ± 0.01 | 19.44 ± 0.11 | 64.18 ± 0.26 | 724.9 ± 7.2 |
| $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ | 0.64 ± 0.01 | 0.87 ± 0.09 | 0.99 ± 0.1 | 1.17 ± 0.12 | 1.12 ± 0.01 | 1.41 ± 0.14 | 1.62 ± 0.16 | 2.02 ± 0.2 |
| $\langle K^+ \rangle$ | 0.09 ± 0.01 | 0.98 ± 0.01 | 3.52 ± 0.03 | 48.45 ± 0.35 | 0.21 ± 0.01 | 1.88 ± 0.02 | 6.44 ± 0.05 | 84.92 ± 1.17 |
| $\langle K^- \rangle$ | 0.05 ± 0.01 | 0.51 ± 0.01 | 1.69 ± 0.02 | 18.98 ± 0.22 | 0.14 ± 0.01 | 1.24 ± 0.02 | 4.06 ± 0.04 | 48.04 ± 0.85 |
| $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ | 0.06 ± 0.006 | 0.083 ± 0.001 | 0.09 ± 0.001 | 0.123 ± 0.001 | 0.084 ± 0.004 | 0.097 ± 0.001 | 0.1 ± 0.001 | 0.123 ± 0.002 |
| $\langle K^- \rangle / \langle \pi^- \rangle$ | 0.049 ± 0.01 | 0.043 ± 0.001 | 0.043 ± 0.001 | 0.045 ± 0.001 | 0.071 ± 0.005 | 0.064 ± 0.001 | 0.063 ± 0.001 | 0.066 ± 0.001 |
| Venus- Rechnungen | | | | | | | | |
| $\langle \pi^+ \rangle$ | | 9.44 | 27.51 | 242.78 | | 17.81 | 54.13 | 514.96 |
| $\langle \pi^- \rangle$ | | 9.46 | 27.6 | 269.06 | | 17.83 | 54.24 | 543.62 |
| $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ | | 0.69 ± 0.07 | 0.7 ± 0.07 | 0.74 ± 0.07 | | 1.3 ± 0.13 | 1.37 ± 0.14 | 1.51 ± 0.15 |
| $\langle K^+ \rangle$ | | 1.27 | 4.16 | 41.95 | | 2.25 | 7.7 | 86.17 |
| $\langle K^- \rangle$ | | 0.46 | 1.48 | 17.67 | | 1.27 | 4.25 | 53.65 |
| $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ | | 0.134 | 0.151 | 0.173 | | 0.127 | 0.142 | 0.167 |
| $\langle K^- \rangle / \langle \pi^- \rangle$ | | 0.049 | 0.053 | 0.066 | | 0.071 | 0.078 | 0.099 |

Ergebnisse der FRITIOF- Berechnung der $\langle N_W \rangle$ (10% systematischer Fehler angenommen), der UrQMD- Simulation (für die Teilchenmultiplizitäten sind statistische Fehler gegeben) und Venus- Simulation. Dabei ist $\langle n \rangle$ die totale Multiplizität und $\langle h^- \rangle$ die Anzahl der negativen Teilchen.

Tabelle 8.3: Ergebnisse der Simulationsrechnungen für einige von NA49 untersuchte Systeme.

8.4 Das Statistical Model of the Early Stage

Das Statistical Model of the Early Stage [9], welches schon in der Einleitung zur Sprache kam, betrachtet die Kern- Kern- Kollision als einen statistischen Prozess. Alle von den Erhaltungsregeln erlaubten Mikrozustände werden mit gleicher Wahrscheinlichkeit realisiert. Die Entropie² S gibt an, wie viele Realisierungsmöglichkeiten ein Makrozustand hat. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Makrozustand realisiert wird, ist $P \propto e^S$.

Das Lorentz- kontrahierte Volumen, in der die Reaktion stattfindet, ist $V = \frac{V_0}{\gamma}$, mit $\gamma = \frac{\sqrt{s_{NN}}}{2m_N}$. Dabei ist V_0 das Volumen, welches ein Kern im Ruhesystem einnimmt ($V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 A_p$, $2A_p = N_P$).

Die Energie, die bei der Kollision in neue Freiheitsgrade umgewandelt wird, ist

$$E = \eta (\sqrt{s_{NN}} - m_N) A_p \quad (8.3)$$

Dabei wird die Erhaltung der Baryonenzahl berücksichtigt. η (≈ 0.67) gibt an, welcher Teil der zur Verfügung stehenden Energie tatsächlich für die Teilchenerzeugung verwendet wird.

Die zur Teilchenproduktion zu Verfügung stehende Energiedichte ist

$$\epsilon = \frac{\eta \rho_0 (\sqrt{s_{NN}} - m_N) \sqrt{s_{NN}}}{2m_N} \quad (8.4)$$

Die Teilchen in einem statistischen Modell folgen der Verteilungsfunktion

$$\frac{dn}{d\vec{p}d\vec{x}} = \frac{g}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp(E/T) \pm 1} \quad (8.5)$$

Dabei gilt -1 für Bosonen und $+1$ für Fermionen.

Wenn man ein ideales Gas annimmt, ist der Partialdruck einer Teilchensorte j

$$p_j(T) = \frac{g_j}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk \frac{k^2}{3(k^2 + m_j^2)^{1/2}} \frac{1}{\exp\left(\frac{\sqrt{k^2 + m_j^2}}{T}\right) \pm 1} \quad (8.6)$$

dabei ist g_j die Zahl der internen Freiheitsgrade der Teilchensorte. Der Gesamtdruck des Gases ist die Summe der Partialdrücke.

Unter der Annahme, dass alle Teilchen masselos sind, gilt:

$$p_j(T) = \frac{\sigma_j}{3} T^4 \quad (8.7)$$

dabei ist σ_j die Stephan- Boltzmann- Konstante, mit $\sigma_j = \pi^2 g_j/30$ für Bosonen und $\sigma_j = \frac{7}{8}\pi^2 g_j/30$ für Fermionen. Mit $g = g_b + \frac{7}{8}g_f$ gilt:

$$p(T) = \frac{\pi^2 g T^4}{90} \quad (8.8)$$

In dem hier beschriebenen Modell wird angenommen, dass es zwei Phasen gibt, eine, W- Phase genannt, besteht aus farbneutralen Zwei- Quark- Zuständen, die Q- Phase hingegen besteht aus Quarks und Gluonen.

² $S \propto \ln \Omega$, Ω ist die Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten des Makrozustandes.

8 Modelle für Kern- Kern- Stöße

Der g - Parameter der Q- Phase lässt sich folgendermaßen berechnen: Es wird angenommen, dass nur die beiden leichtesten Quarks, up und down und ihre Antiteilchen, produziert werden. Sie haben wegen ihres Spins von $1/2$ zwei Spinrichtungen, dazu 3 mögliche Farbladungen. Somit ergibt sich $g_f = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Die acht Gluonen können, obwohl sie Spin 1 haben, wie die Photonen nur zwei Spinzustände ± 1 einnehmen, da sie masselos sind. Somit ist $g_b = 8 \cdot 2 = 16$. Dies ergibt $g_{ns} = 16 + \frac{7}{8}24 = 37$.

Für die W- Phase wird der g_{ns} - Parameter an die AGS- Daten gefittet, man erhält einen Wert von 16. Dieser Wert kann folgendermaßen verstanden werden: Es gibt vier verschiedene Quark- Antiquark- Kombinationen aus den leichten Quarks. Jedes dieser Paare kann vier verschiedene Spin- Konfigurationen haben.

Für die W- Phase ergibt sich nun der Druck sowie die Energie- und Entropiedichte als

$$p_W(T) = \frac{\pi^2 g_W T^4}{90}, \epsilon_W(T) = \frac{\pi^2 g_W T^4}{30}, s_W(T) = \frac{2\pi^2 g_W T^3}{45} \quad (8.9)$$

für die Q- Phase entsprechend

$$p_Q(T) = \frac{\pi^2 g_Q T^4}{90} - B, \epsilon_Q(T) = \frac{\pi^2 g_Q T^4}{30} + B, s_Q(T) = \frac{2\pi^2 g_Q T^3}{45} \quad (8.10)$$

Dabei ist B die sog. *Bag- Konstante*, die die starke Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen sowie dem umgebenden Vakuum beschreibt.

Bei einem Phasenübergang erster Ordnung, der hier angenommen wird, gilt das *Gibbs- Kriterium* $p_W(T_C) = p_Q(T_C)$. Die Temperatur des Phasenübergangs kann so berechnet werden:

$$T_C = \left[\frac{90B}{\pi^2(g_Q - g_W)} \right]^{1/4} \quad (8.11)$$

Bei $T = T_C$ befindet sich das System in einer gemischten Phase. Die latente Wärme des Phasenübergangs ist $\Delta\epsilon = \epsilon_W^c - \epsilon_Q^c = 4B$.

Ein experimentelles Maß, welches der Temperatur ähnelt, ist der Inverse Slope Parameter. Er gibt die Energie an, die für die transversale Expansion des Systems zur Verfügung steht. In Abb. 1.4 ist zu sehen, dass auch der Inverse Slope Parameter eine latente Wärme aufweist.

Das Verhältnis der Entropie zu N_P ist unabhängig von N_P :

$$\frac{S}{N_P} = \frac{Vs}{N_P} = \frac{m_N s}{\rho_0 \sqrt{s_{NN}}} \quad (8.12)$$

Für die reine W- Phase ($T < T_C$) gilt nun

$$\left(\frac{S}{N_P} \right)_W = C g_W^{1/4} F \quad (8.13)$$

mit

$$F = \frac{(\sqrt{s_{NN}} - 2m_N)^{3/4}}{(\sqrt{s_{NN}})^{1/4}} \quad (8.14)$$

und $C = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi^2 m_n}{15\rho_0} \right)^{1/4} \eta^{3/4}$.

Für die reine Q- Phase ($T > T_C$) gilt

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N_P}\right)_Q &= C g_Q^{1/4} F \left[1 - \frac{2m_N B}{\eta \rho_0 (\sqrt{s_{NN}} - 2m_N) \sqrt{s_{NN}}} \right]^{3/4} \\ &\approx C g_Q^{1/4} F \left[1 - \frac{3m_N B}{2\eta \rho_0 F^4} \right] \\ &\underset{F \rightarrow \infty}{\approx} C g_Q^{1/4} F \end{aligned} \quad (8.15)$$

Wie man sieht, steigt die Entropie in der Q- Phase um den Faktor $(g_Q/g_W)^{1/4} \approx 1.2$ schneller mit der Energie an.

Da die Pionen den größten Teil der Entropie tragen, kann man aus der Pionenmultiplizität Rückschlüsse auf die Entropie ziehen. Dabei muss allerdings noch der Transfer von Entropie zu den Baryonen bei der Expansion des Feuerballs berücksichtigt werden.

$$\frac{\langle \pi \rangle}{N_P} \propto \frac{S}{N_P} - \alpha \langle N_P \rangle \quad (8.16)$$

Die Energieabhängigkeit der Pionenmultiplizitäten in $p+p$ - sowie $Pb+Pb$ ($Au+Au$)- Stößen ist in Abb. 1.5 zu sehen. Dabei ist bei kleinen Energien zu beobachten, dass $\langle \pi \rangle/N_P$ in $Pb+Pb$ - Stößen aufgrund des Entropietransfers zu den Baryonen kleiner ist als in $p+p$ - Stößen. Bei hoher Energie befindet sich bei $Pb+Pb$ - Stößen das System in der Q- Phase, bei $p+p$ - Kollisionen hingegen in der W- Phase. Somit steigt $\langle \pi \rangle/N_P$ bei $Pb+Pb$ - Stößen schneller mit der Energie an.

Zusätzlich zu den beiden leichten Quarks spielt auch das strange- Quark eine Rolle. Die seltsamen Freiheitsgrade in der W- Phase werden in diesem Modell durch einen Fit an die AGS- Daten bestimmt. Das Ergebnis von $g_W^S = 14$ liegt nahe des Wertes, den man erhält, wenn man die Freiheitsgrade zählt: Es gibt vier Quark- Antiquark-Paare, die ein s oder \bar{s} - Quark enthalten. Quarkpaare mit $s\bar{s}$ sind aufgrund der größeren Masse des s - Quarks von $\approx 150 \text{ MeV}/c^2$ unterdrückt. Jedes Quarkpaar kann wiederum 4 Spinkonfigurationen haben. Das würde ein g_W^S von 16 ergeben.

In der Q- Phase gibt es ein Strange- und ein Antistrange- Quark mit jeweils zwei Spin- und drei Farbzuständen, daraus folgt $g_Q^S = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

Der Anteil der Entropie, der von seltsamen Teilchen getragen wird, ist, unabhängig vom Aggregatzustand,

$$S_s = \frac{g_s}{g} S \quad (8.17)$$

für masselose Teilchen.

Da die Entropie einer (masselosen) Teilchensorte proportional zur Teilchenzahl ist ($S_j = 4N_j$), ist das Verhältnis der Seltsamkeit zur Entropie

$$\frac{N_s + N_{\bar{s}}}{S} = \frac{1}{4} \frac{g_s}{g} \quad (8.18)$$

In der W- Phase ist $\frac{g_s}{g} \approx 0.5$, in der Q- Phase hingegen ≈ 0.22 . Es wird also eine Unterdrückung der Seltsamkeitsproduktion als Signatur des QGP vorgeschlagen. Dies ist im Widerspruch zu dem früher vorgeschlagenen Indiz der Seltsamkeitserhöhung als Signatur des QGP, welches sich als falsch erwies. Statt dessen ist die Seltsamkeit in $Pb+Pb$ - Stößen gegenüber $p+p$ - Stößen erhöht, da die Quantenzahl Seltsamkeit in großen Systemen nur global erhalten werden muss (großkanonisches Ensemble),

in kleinen Systemen jedoch auch lokal (kanonisches Ensemble). Es ist wahrscheinlicher, irgendwo im Kollisionssystem ein s - Quark zu erzeugen und irgendwo anders ein \bar{s} - Quark als beide räumlich dicht zusammen.

Wenn man nun die höhere Masse der seltsamen Freiheitsgrade betrachtet, kommt man auf folgende Temperaturabhängigkeit von $\frac{N_s+N_{\bar{s}}}{S}$: In der W- Phase ($T < T_C$) ist die Masse der seltsamen Freiheitsgrade $m_W^s \approx m_K \approx 500 \text{ MeV}$. Mit steigender Temperatur steigt das Verhältnis stark an und würde, bei nicht existierender Q- Phase, bei ≈ 0.5 saturieren. In der W- Phase bei $T > T_C$ sind die seltsamen Freiheitsgrade jedoch viel leichter ($m_Q^s \approx 150 \text{ MeV}$), das Verhältnis hat seinen maximalen Wert von ≈ 0.22 in der Q- Phase praktisch schon nach dem Phasenübergang erreicht.

Betrachtet man nun die Energieabhängigkeit von $\frac{N_s+N_{\bar{s}}}{S}$, so steigt das Verhältnis in der W- Phase zunächst steil an und erreicht zu Beginn der gemischten Phase ein Maximum. In der gemischten Phase fällt das Verhältnis ab und saturiert in der reinen Q- Phase. Dieses Phänomen wird *Strange Horn* genannt, siehe Abb. 1.3.

Der Vergleich der theoretisch erwarteten Seltsamkeit kann über den E_S - Wert erfolgen, der wie folgt definiert ist:

$$E_S = \frac{\langle \Lambda \rangle + \langle K + \bar{K} \rangle}{\langle \pi \rangle} = \frac{(N_S + N_{\bar{s}})/\zeta}{(S - S_s)/4 - \alpha \langle N_P \rangle} \quad (8.19)$$

Dabei ist $\zeta \approx 1.36$ das Verhältnis der totalen Seltsamkeit zu der Seltsamkeit, die von Λ s und Kaonen getragen wird.

Die E_S - Observable ist von Vorteil, wenn man die seltsamen Teilchen K_S^0 und Λ über ihren Zerfall identifiziert. Bei dem NA49- Experiment haben wir zusätzlich die Möglichkeit, geladene Kaonen über ihren Energieverlust zu identifizieren. Hier bietet es sich an, die zu E_S praktisch äquivalente Observable $\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle}$ zu betrachten.

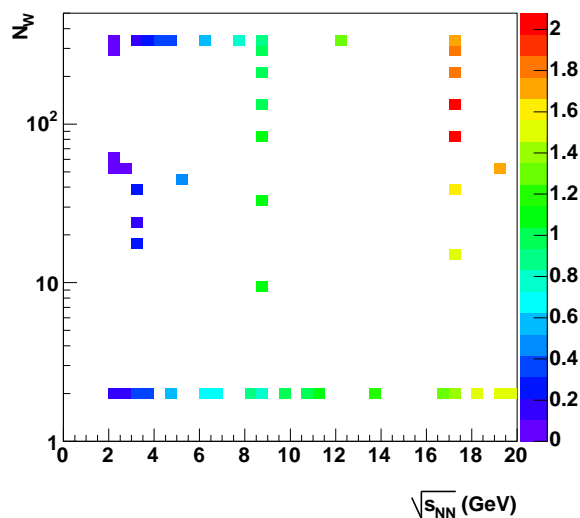
Aufgrund der Isospin- Symmetrie gilt, dass $\langle K^+ \rangle \approx \langle K^0 \rangle$ und $\langle K^- \rangle \approx \langle \bar{K}^0 \rangle$ ist. Da aufgrund der hohen Baryonendichte bei nicht zu großen Energien sehr wenige seltsame Antibaryonen wie $\bar{\Lambda}$ s erzeugt werden, tragen die $\langle K^+ \rangle$ und die $\langle K^0 \rangle$ den größten Teil der \bar{s} - Quarks. Somit ist in guter Näherung $\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle} \propto E_S$.

9 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen

Aufgrund zahlreicher Messreihen von NA49 und anderen Experimenten ist die Energieabhängigkeit verschiedener Observabler in $p + p$ und $Pb + Pb$ - Kollisionen bekannt. Einige Modelle, siehe z. B. Kap. 8.4, interpretieren diese Daten so, dass bei $Pb + Pb$ - Stößen bei einer Energie von $p_{lab} \approx 30A GeV/c$ ein Phasenübergang vom Hadronengas zum Quark- Gluon- Plasma stattfindet. Bei $p + p$ - Kollisionen hingegen gibt es keine Hinweise darauf. Die Frage ist nun, ab welcher Systemgröße der Phasenübergang stattfindet.

Um der Antwort etwas näher zu kommen, wird in diesem Kapitel einerseits die Systemgrößenabhängigkeit einiger Observablen bei den untersuchten Energien von $p_{lab} = 40$ und $158A GeV/c$ sowie, zum Vergleich, bei zwei niedrigeren Energien, wo kein Phasenübergang erwartet wird, dargestellt, andererseits die Energieabhängigkeit der Observablen bei Kollisionen leichter Kerne.

In den folgenden Figuren werden, wenn möglich, statistische und systematische Fehler gezeigt.



Quellen: siehe Abbildungen in Kap. 9.1 und 9.2.

Abbildung 9.1: Energie- und Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon im Energiebereich bis hin zur maximalen SPS- Energie ($200A GeV$). Diese Abbildung zeigt primär, in welchem Bereich Pionen- Daten vorhanden sind und in welchen nicht.

9.1 Energieabhängigkeit

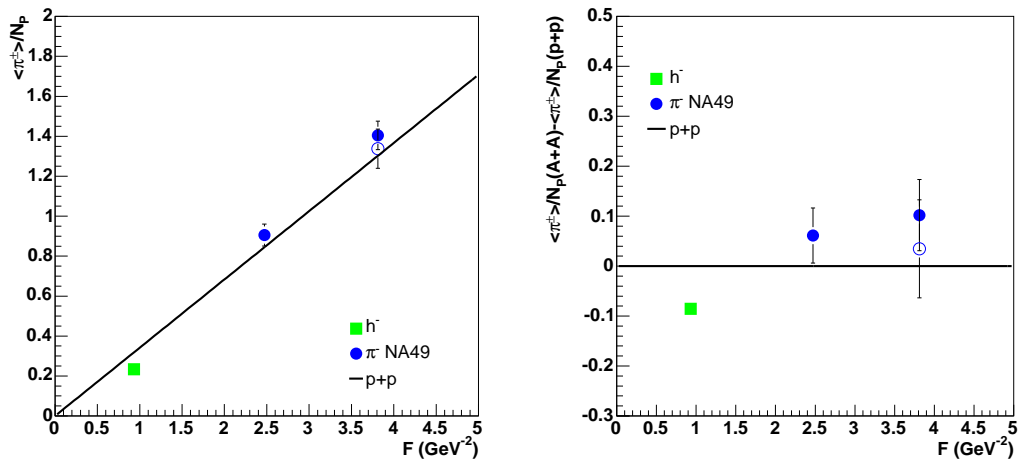
Zunächst wird die Produktion von Pionen in Abhängigkeit der Kollisionsenergie untersucht. Dazu werden in den Abbildungen 9.2 und 9.3 die in dieser Arbeit analysierten Kollisionsenergien mit Messungen anderer Experimente verglichen. Leider liegen Feeddown- korrigierte $\langle\pi^{-}\rangle$ - Multiplizitäten nur von NA49 vor. Für kleine Energien [35] wurden die unkorrigierten h^{-} - Spektren verwendet. Die Feeddown- und Pionen- Reinheits- Korrektur haben bei diesen Energien allerdings nur einen sehr kleinen Effekt, der hier vernachlässigt wird. Bei 200A GeV $S + S$ [36] wurden von den publizierten Feeddown- korrigierten h^{-} - Multiplizitäten die K^{-} abgezogen. Das ergibt in guter Näherung die gesuchten $\langle\pi^{-}\rangle$ - Multiplizitäten. Somit ist ein guter Vergleich mit den NA49- Daten möglich.

Die Energieabhängigkeit der Pionenproduktion in $p + p$ - Kollisionen kann wie folgt parametrisiert werden [11]:

$$\frac{\langle\pi\rangle}{\langle N_W\rangle} = 1.025 \cdot F \quad (9.1)$$

In den folgenden Plots wird die isospinsymmetrische Größe $\langle\pi^{\pm}\rangle = (\langle\pi^{+}\rangle + \langle\pi^{-}\rangle) / 2 = \langle\pi\rangle / 3$ betrachtet. Da $C + C$ und $Si + Si$ - Kollisionen isospinsymmetrisch sind, gilt $\langle\pi^{-}\rangle = \langle\pi^{\pm}\rangle$. Diese Annahme wurde im Folgenden auch für $Si + Si$ - ähnliche Kollisionssysteme getroffen, der dabei entstehende Fehler ist zu vernachlässigen.

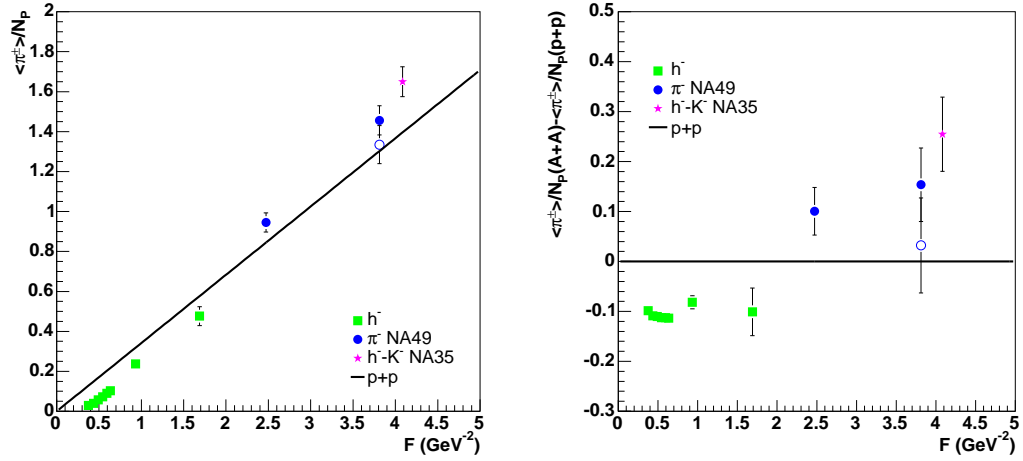
Die Differenz zwischen den Pionen pro Participant ($\langle N_P \rangle$) in $A + A$ - und $p + p$ Kollisionen ist für kleine Energien negativ, es werden also in Schwerionenkollisionen weniger Pionen pro Participant erzeugt. Bei höheren Energien ($p_{lab} \geq 40A$ GeV) hingegen ist die Differenz jedoch positiv, das heißt, es werden pro Participant in $A + A$ - Kollisionen mehr Pionen erzeugt als in $p + p$. Dieser Effekt tritt nicht nur in $Pb + Pb$ -, sondern auch in $Si + Si$ und sogar $C + C$ - Kollisionen auf. Im Rahmen des Statistical Model of the Early Stage (Kapitel 8.4) ist dieses Verhalten eine Signatur des Phasenübergangs zum Quark- Gluon- Plasma .



Der offene Punkt ist das Ergebnis von C. Höhne für 158A GeV $C + C$. Die schwarze Linie ist eine Parametrisierung der $p + p$ - Daten.

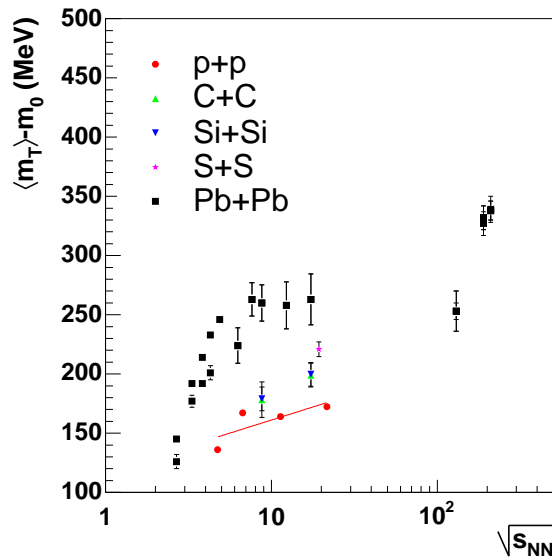
Abbildung 9.2: Links: Energieabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro $\langle N_P \rangle$ in $C + C$ - Kollisionen. Rechts ist die Differenz zu einer Parametrisierung von $p + p$ - Kollisionen geplottet.

9.1 Energieabhängigkeit



Der offene Punkt ist das Ergebnis von C. Höhne für 158A GeV $Si + Si$. Die schwarze Linie ist eine Parametrisierung der $p + p$ - Daten.

Abbildung 9.3: Links: Energieabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro $\langle N_P \rangle$ in $Si+Si$ - und ähnlichen ($Ar+KCl$, $Mg+Mg$, $Si+Al$, $S+S$) Kollisionen. Rechts ist die Differenz zu einer Parametrisierung von $p + p$ - Kollisionen geplottet.



$p + p$ - Werte aus [37, 38] extrapoliert, große systematische Fehler sind zu erwarten. Quelle $Pb + Pb$ - Werte: C. Blume, private Kommunikation.

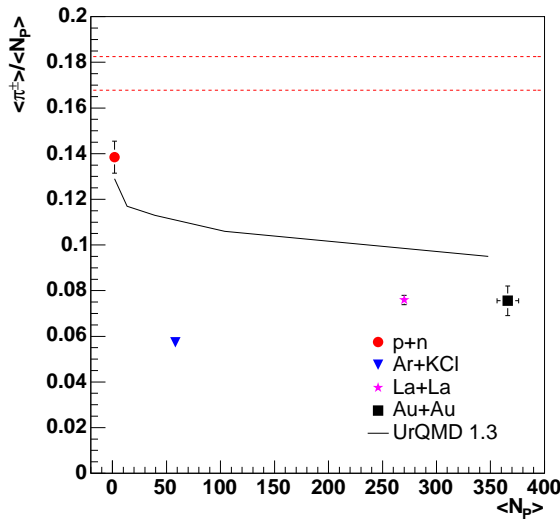
Abbildung 9.4: Energieabhängigkeit der mittleren transversalen Masse der Pionen bei $p + p$, $C + C$, $Si + Si$, $S + S$ und zentralen $Pb + Pb$ - Stößen.

9 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen

Die Energieabhängigkeit der mittleren transversalen Masse bei $Pb+Pb$ -Kollisionen hat bei den SPS- Energien ein Plateau, steigt aber bei AGS- und RHIC- Energien mit der Kollisionsenergie an. Da die mittlere transversale Masse mit dem Inverse Slope Parameter T zusammenhängt, kann man dieses Plateau genauso erklären wie das Plateau der T - Parameter von Kaonen im gleichen Energiebereich (siehe Abb. 1.4 und Kapitel 8.4). Bei $C + C$ und $Si + Si$ - Kollisionen ist jedoch ein Anstieg von $40A$ GeV zu $158A$ GeV zu beobachten.

9.2 Systemgrößenabhängigkeit

Zunächst wird die Pionenproduktion pro $\langle N_W \rangle$ (oder bei anderen Experimenten, wenn $\langle N_W \rangle$ nicht gegeben wurde, $\langle N_P \rangle$) als Funktion der Systemgröße bei vier verschiedenen Energien betrachtet. Bei 2 und $4A$ GeV wird kein Phasenübergang zum Quark- Gluon- Plasma erwartet. $40A$ GeV sollte, nach dem Statistical Model of the Early Stage, gerade oberhalb der Energie liegen, bei der der Phasenübergang erfolgt. Bei $158A$ GeV sollte sich Quark- Gluon- Plasma gebildet haben.



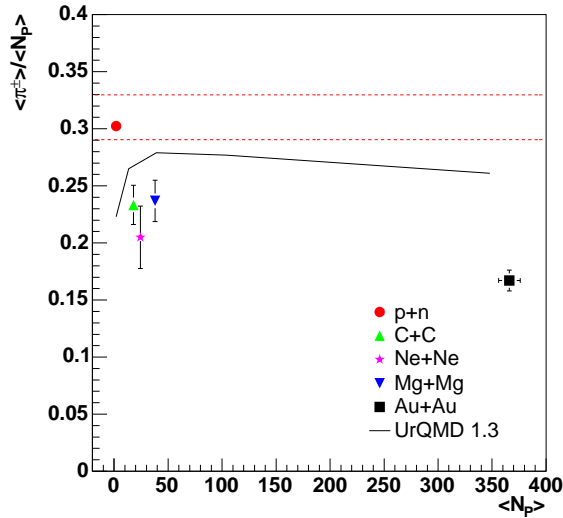
Die $p + n$ und $Ar + KCl$ - Werte [35] sind bei $p_{lab} = 1.9A$ GeV genommen, der $La + La$ - Wert bei $p_{lab} = 2.09A$ GeV und der $Au + Au$ - Wert [39] bei $E_{beam} = 2A$ GeV. Die gestrichelten Linien geben die Werte der $p + p$ - Fits nach Glg. 9.1 bei $p_{lab} = 1.9$ und $2.09A$ GeV an. Statistische Fehler sind gegeben, systematische nur für $Au + Au$.

Die schwarze Linie folgt Werten der UrQMD- Simulation für $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ vs. $\langle N_W \rangle$ bei $p_{lab} = 2A$ GeV (Tabelle 8.2).

Abbildung 9.5: Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Participant Nucleon bei $p_{lab} \approx 2A$ GeV.

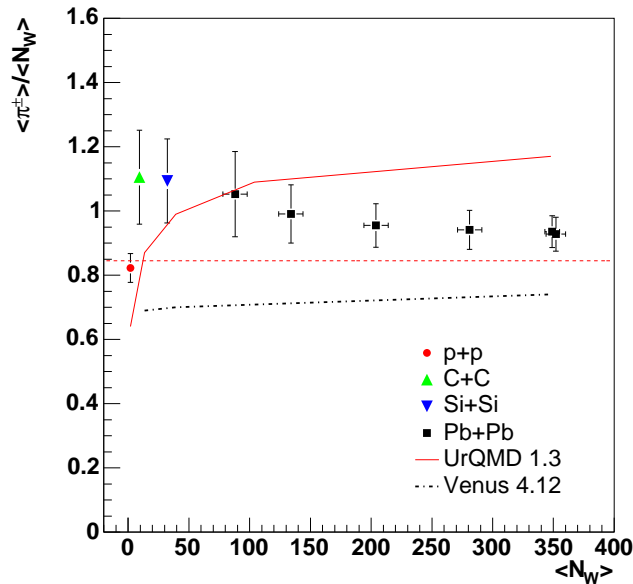
Bei kleinen Energien, wo man keine Bildung von Quark- Gluon- Plasma erwartet, sinkt die Anzahl der produzierten Pionen pro $\langle N_W \rangle$ (oder $\langle N_P \rangle$) mit steigender Größe des Kollisionssystems (siehe Abb. 9.5 und 9.6). Eine mögliche Erklärung für diesen Effekt ist der Entropietransfer von den Mesonen zu den Baryonen, der mit steigender Systemgröße zunimmt und so die Pionenproduktion reduziert [40].

Bei einer Energie von $40A$ GeV (Abb. 9.7) steigt die Zahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon von $p + p$ zu $C + C$ zunächst an, bleibt dann bis zu den peripheren $Pb + Pb$ - Stößen gleich und sinkt dann, mit zunehmender Systemgröße



Die gestrichelten Linien geben die Werte der $p + p$ - Fits nach Glg. 9.1 bei $p_{lab} = 3.89$ (entspricht $E_{beam} = 4A$ GeV) und $4.5A$ GeV an. Bei $Au + Au$ sind statistische und systematische Fehler gegeben, bei den anderen Systemen nur statistische. Die schwarze Linie folgt Werten der UrQMD- Simulation für $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ vs. $\langle N_W \rangle$ bei $p_{lab} = 4.5A$ GeV (Tabelle 8.2). Quellen: [35, 39].

Abbildung 9.6: Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Participant Nucleon bei $p_{lab} = 4.5A$ GeV bzw. $E_{beam} = 4A$ GeV ($Au + Au$).



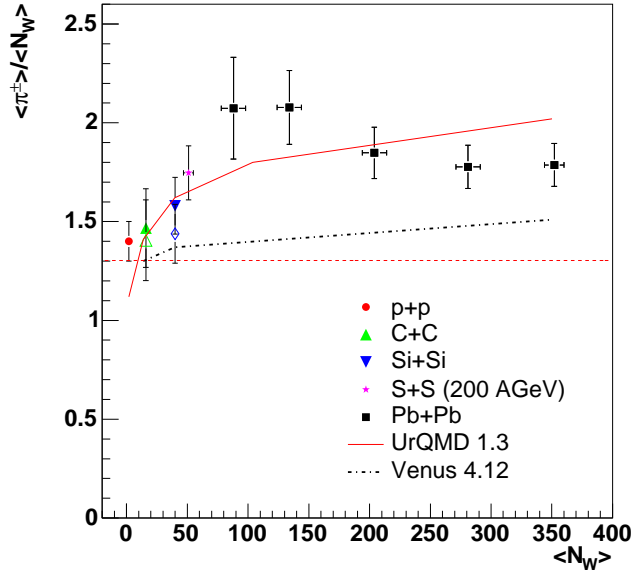
Die gestrichelte Linie gibt den Wert des $p + p$ - Fits nach Glg. 9.1 an. Die $\langle N_W \rangle$ wurden mit FRITIOF berechnet, ihre Fehler beinhalten bei $C + C$ und $Si + Si$ die Unterschiede verschiedener Modelle. Die rote durchgezogene Linie beschreibt Ergebnisse von UrQMD- Simulationen ($p + p$, $C + C$, $Si + Si$, $Cu + Cu$, $Pb + Pb$), die schwarze unterbrochene Linie von Venus- Simulationen ($C + C$, $Si + Si$, $Pb + Pb$), siehe auch Kap. 8 und Tabelle 8.3. Quelle $p + p$: Ferenc Sikler, private Kommunikation, $Pb + Pb$: Peter Dinkelaker, private Kommunikation.

Abbildung 9.7: Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon bei $40A$ GeV.

9 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen

und zunehmender Zentralität der $Pb + Pb$ - Stöße, wieder ab auf das Niveau von $p + p$. Im Rahmen des Modells, welches in Kapitel 8.4 vorgestellt wurde, kann man dies folgendermaßen interpretieren: Bei größeren Kollisionssystemen wird Quark-Gluon-Plasma im frühen Stadium erzeugt und daher mehr Entropie produziert. Dies erhöht die Pionenproduktion. Mit zunehmender Systemgröße ist gleichzeitig der Entropietransfer zu den Baryonen größer. Bei dieser Energie heben sich für zentrale $Pb + Pb$ - Kollisionen beide Effekte gerade auf. Bei $C + C$, $Si + Si$ und peripheren $Pb + Pb$ - Stößen hingegen dominiert der erste Effekt, die Pionenproduktion ist also erhöht.

Weder das UrQMD- noch das Venus- Modell kann die experimentell beobachtete Systemgrößenabhängigkeit reproduzieren. Beide Modelle sagen einen monotonen Anstieg der Pionenproduktion mit der Systemgröße voraus. Dieser Anstieg erfolgt bei UrQMD schnell, daher wird der $p + p$ - Wert unter- und der $Pb + Pb$ - Wert überschätzt. Die Venus- Vorhersagen steigen nur sehr langsam mit der Systemgröße an und liegen immer unter den Messwerten.



Die gestrichelte Linie gibt den Wert des $p + p$ - Fits nach Glg. 9.1 an. Der $S + S$ - Wert zeigt $h^- - K^-$ bei 200A GeV. Die offenen Punkte sind die Ergebnisse von C. Höhne bei 158A GeV $C + C$ und $Si + Si$. Die rote durchgezogene Linie beschreibt Ergebnisse von UrQMD- Simulationen ($p + p$, $C + C$, $Si + Si$, $Cu + Cu$, $Pb + Pb$), die schwarze unterbrochene Linie von Venus- Simulationen ($C + C$, $Si + Si$, $Pb + Pb$), siehe auch Kap. 8 und Tabelle 8.3. Quelle $p + p$ und $Pb + Pb$: [41].

Abbildung 9.8: Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon bei 158A GeV.

Bei 158A GeV (Abb. 9.8) ist ein Anstieg der Pionenproduktion pro Wounded Nucleon mit der Größe des Kollisionssystems von $p + p$ bis hin zu peripheren $Pb + Pb$ - Stößen zu beobachten. Dann sinkt, wie auch bei 40A GeV, die Pionenproduktion mit zunehmender Systemgröße wieder ab. Der Wert bei zentralen $Pb + Pb$ - Stößen ist bei dieser Energie jedoch deutlich größer als bei $p + p$ - Kollisionen, die Erhöhung der Entropie durch die Produktion von Quark-Gluon-Plasma im frühen Stadium der Kollision dominiert über den Entropietransfer zu den Baryonen. Das Maximum der Pionenproduktion ist wiederum bei mittleren Systemgrößen zu finden. Daher kann man schließen, dass die Pionenerhöhung mit der Systemgröße schneller ansteigt als die Pionenabsorption, die erst bei großen Kollisionssystemen

zu Tage tritt.

Auch bei dieser Energie wird die nichtmonotone Systemgrößenabhängigkeit der Pionenproduktion von keinem der beiden Modelle vorhergesagt. UrQMD beschreibt gut die Pionenmultiplizität bei $C + C$ und $Si + Si$, unterschätzt jedoch den Wert bei $p + p$ und überschätzt den bei $Pb + Pb$. Die Venus- Vorhersagen liegen wieder unter den gemessenen Werten.

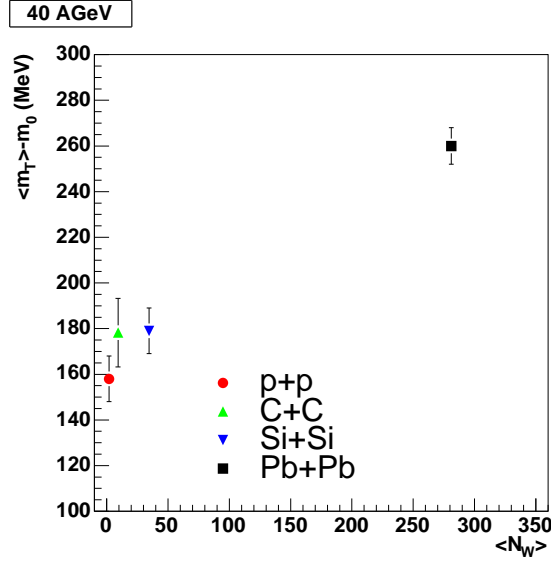


Abbildung 9.9: Systemgrößenabhängigkeit der mittleren transversalen Masse bei Midrapidity für 40A GeV .

Die mittlere transversale Masse steigt für beide hier untersuchte Energien (Abb. 9.9, 9.10) mit steigender Systemgröße an. Der Grund dafür ist der größere transversale Fluss bei größeren Kollisionssystemen. Der Unterschied von $\langle m_T \rangle$ zwischen $C + C$ und $Si + Si$ ist jedoch bei beiden untersuchten Energien nicht signifikant. Die großen Fehler widersprechen allerdings nicht einem Anstieg mit der Größe des Kollisionssystems.

Obwohl die Kaonenproduktion nicht Teil meiner Arbeit ist, werde ich dennoch einen kurzen Blick auf die Systemgrößenabhängigkeit der K/π - Verhältnisse bei den beiden untersuchten Energien werfen. Für eine genauere Diskussion der Kaonen- Ergebnisse und die Energieabhängigkeit sei auf die Diplomarbeit von M. Kliemant verwiesen.

Das K^+/π^+ - Verhältnis steigt bei 40A GeV mit steigender Systemgröße an (Abb. 9.11) und scheint bei mittelgroßen Systemen zu saturieren. Dieser Trend wird von beiden betrachteten Modellen wiedergegeben, UrQMD unterschätzt jedoch das K^+/π^+ - Verhältnis erheblich, bei Venus ist der Anstieg mit der Systemgröße zu schwach.

Bei 158A GeV (Abb. 9.12) zeigt sich qualitativ eine ähnliche Systemgrößenabhängigkeit wie bei 40A GeV, jedoch ist die Steigerung von $p + p$ zu $Pb + Pb$ nicht so stark wie bei 40A GeV. Von den Modellen wird eine noch schwächere Systemgrößenabhängigkeit vorhergesagt.

Das K^-/π^- - Verhältnis zeigt eine ähnliche Systemgrößenabhängigkeit wie das K^+/π^+ - Verhältnis (Abb. 9.13, 9.14). Dies steht im Widerspruch zum UrQMD- Modell, welches eine Konstanz des K^-/π^- - Verhältnisses als Funktion der Systemgröße

9 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen

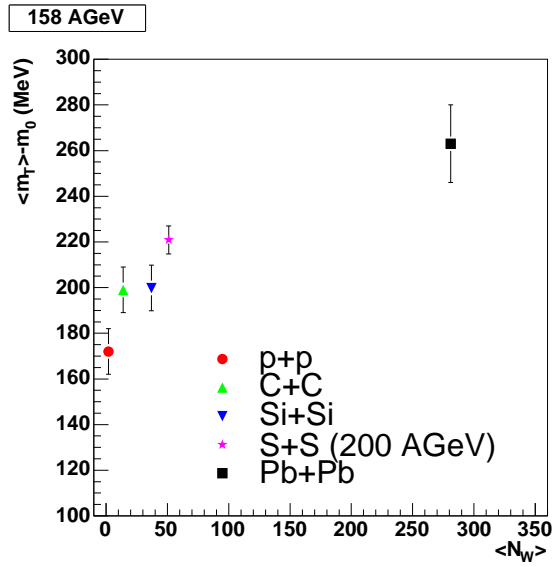
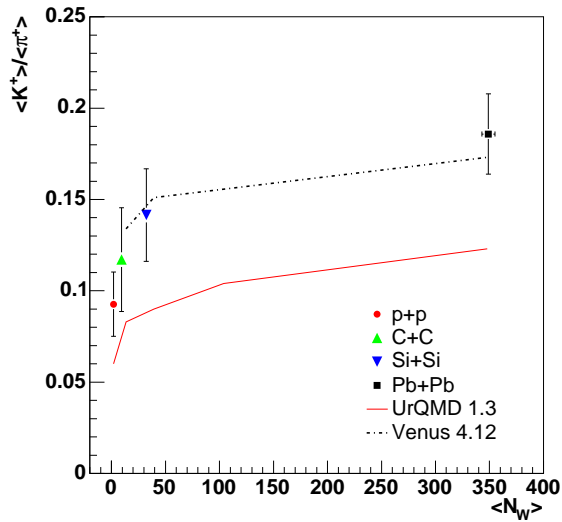
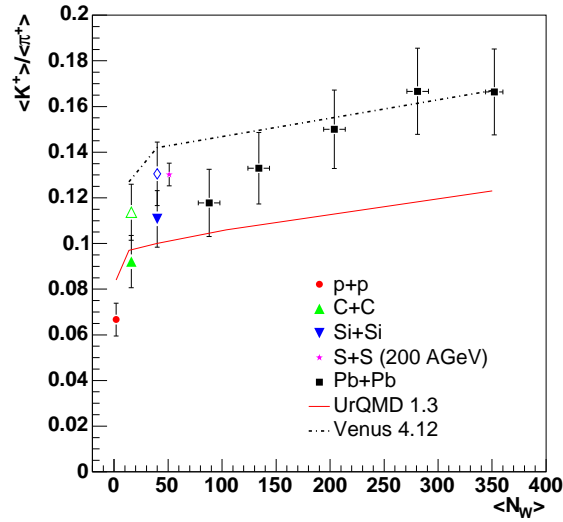


Abbildung 9.10: Systemgrößenabhängigkeit der mittleren transversalen Masse bei Midrapidity für 158A GeV .



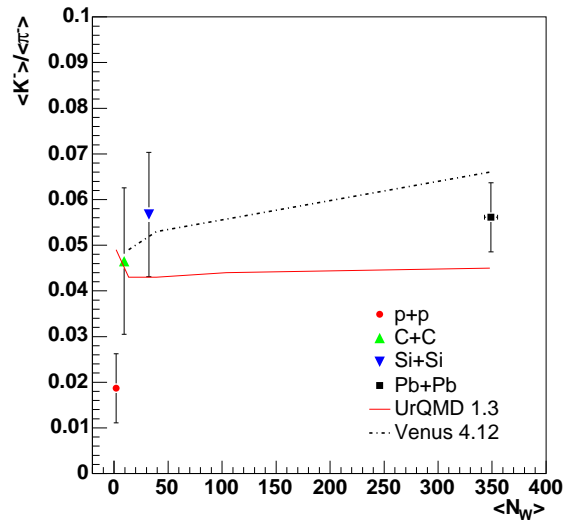
Bei $p + p$ sind nur systematische Fehler der Pionen berücksichtigt. Die $C + C$ und $Si + Si$ Kaonenwerte stammen von M. Kliemant und sind als „vorläufig“ anzusehen. Quelle $p + p$: Ferenc Sikler, private Kommunikation, $Pb + Pb$: [11].

Abbildung 9.11: Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^+/π^+ bei 40A GeV und Modellvergleich.



Die offenen Symbole sind die Ergebnisse von C. Höhne bei $C + C$ und $Si + Si$ [14]. Bei $p + p$ sind nur statistische Fehler gegeben, bei $S + S$ sind nur systematische Fehler der Pionen berücksichtigt. Die $C + C$ und $Si + Si$ Kaonenwerte (gefüllte Symbole) stammen von M. Kliemant und sind als „vorläufig“ anzusehen. Quelle $p + p$ und $Pb + Pb$: [41].

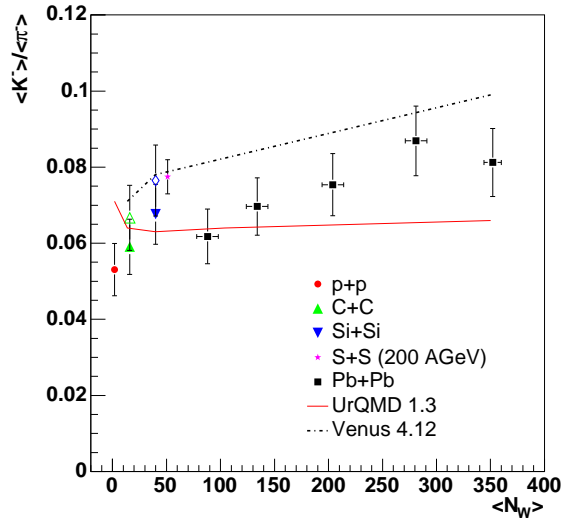
Abbildung 9.12: Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^+/π^+ bei 158A GeV und Modellvergleich.



Bei $p + p$ sind nur systematische Fehler der Pionen berücksichtigt. Die $C + C$ und $Si + Si$ Kaonenwerte stammen von M. Kliemant und sind als „vorläufig“ anzusehen. Quelle $p + p$: Ferenc Sikler, private Kommunikation, $Pb + Pb$: [11].

Abbildung 9.13: Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^-/π^- bei 40A GeV und Modellvergleich.

9 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Messungen



Die offenen Symbole sind die Ergebnisse von C. Höhne bei $C + C$ und $Si + Si$ [14]. Bei $p + p$ sind nur statistische Fehler gegeben, bei $S + S$ sind nur systematische Fehler der Pionen berücksichtigt. Die $C + C$ und $Si + Si$ Kaonenwerte (gefüllte Symbole) stammen von M. Kliemant und sind als „vorläufig“ anzusehen. Quelle $p + p$ und $Pb + Pb$: [41].

Abbildung 9.14: Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^-/π^- bei 158A GeV und Modellvergleich.

vorhersagt. Das Venus-Modell beschreibt den Trend zwar richtig, die Systemgrößenabhängigkeit der Modellvorhersage ist jedoch zu schwach.

Im Gegensatz zu dem K^+/π^+ -Verhältnis ist das K^-/π^- -Verhältnis bei allen Kollisionssystemen bei 158A GeV größer als bei 40A GeV .

10 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

In dieser Arbeit wurde die Pionenproduktion in $C + C$ und $Si + Si$ - Kollisionen bei 40A GeV und 158A GeV untersucht. Dazu wurden zwei vollkommen unterschiedliche Methoden, die dE/dx - Teilchenidentifizierung und die h^- - Methode, bei der der Anteil von Nicht- Pionen simuliert wird, verwendet. Die Ergebnisse beider Methoden stimmen gut überein, die Differenz fließt in den systematischen Fehler ein. Für die Bestimmung der totalen Multiplizitäten und mittleren transversalen Massen wurde die h^- - Methode aufgrund ihrer größeren Akzeptanz gewählt.

Zusätzlich wurde für 40A GeV $C + C$ eine zentralitätsabhängige Analyse der Pionenmultiplizitäten vorgenommen. Die Ergebnisse dieser Analyse sollten jedoch als „vorläufig“ angesehen werden.

Die Ergebnisse meiner Analyse wurden mit der von C. Höhne [14] bei 158A GeV verglichen, sie stimmen innerhalb der Fehler überein.

Es wurden Modelle zur Simulation von Kollisionen (UrQMD, Venus) vorgestellt und angewandt, um die experimentellen Ergebnisse mit den Vorhersagen der Simulationen zu vergleichen. Ein weiteres Modell (Statistical Model of the Early Stage) wurde vorgestellt, welches die qualitative und anschauliche Interpretation der Daten erlaubt.

Die Ergebnisse wurden als Energie- und Systemgrößenabhängigkeitsplots zusammen mit anderen NA49- Ergebnissen, Ergebnissen anderer Experimente und Simulationsvorhersagen gezeigt und diskutiert.

Der Übergang von der Unterdrückung der Pionenproduktion in $Pb+Pb$ - Kollisionen relativ zu $p+p$ zu einer Erhöhung der Pionenproduktion bei niedrigen SPS- Energien wurde auch bei kleinen Systemen, $C + C$ und $Si + Si$, beobachtet.

Eine Interpretation der Pionenmultiplizitäten mit den Statistical Model of the Early Stage legt die Vermutung nahe, dass bereits bei 40A GeV $C + C$ - Kollisionen Quark- Gluon- Plasma gebildet wird. Diese Vermutung muss allerdings durch die Betrachtung weiterer Observabler noch bestätigt werden.

10 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

A Kinematische Variablen

A.1 Transversale Variablen

Der Transversalimpuls

Als *Transversalimpuls* bezeichnet man den Anteil des Impulses eines Teilchens senkrecht zur Strahlachse Z . Er ist definiert als

$$p_T = \sqrt{p_X^2 + p_Y^2} = \sqrt{p^2 - p_Z^2} \quad (\text{A.1})$$

Da p_T orthogonal zur Z - Achse ist, ist diese Größe lorentzinvariant gegenüber Transformationen entlang der Z - Achse (z.B. Labor- in Schwerpunktsystem der Kollision).

Die Transversale Masse

Die transversale Masse ist definiert als (mit $c = 1$):

$$m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2} \quad (\text{A.2})$$

wobei m die Ruhemasse des Teilchens ist. Man kann m_T als die Gesamtenergie des Teilchens minus der Energie, die in der Longitudinalbewegung steckt, interpretieren.

A.2 Longitudinale Variablen

| $p_{lab} (AGeV)$ | $\sqrt{S_{NN}} (GeV)$ | $F (GeV^{1/2})$ | y_{beam} | y_{cms} |
|------------------|-----------------------|-----------------|------------|-----------|
| 20 | 6.274 | 1.918 | 3.752 | 1.876 |
| 30 | 7.624 | 2.234 | 4.158 | 2.079 |
| 40 | 8.769 | 2.472 | 4.445 | 2.223 |
| 80 | 12.329 | 3.102 | 5.138 | 2.569 |
| 158 | 17.276 | 3.813 | 5.819 | 2.909 |
| 200 | 19.425 | 4.084 | 6.056 | 3.028 |

Tabelle A.1: Die verschiedenen Energievariablen, für den Mittelwert zwischen Proton- und Neutron- Masse gerechnet.

Die Schwerpunktsenergie

Die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ist folgendermaßen definiert:

$$s = (P_1^\mu + P_2^\mu)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \quad (\text{A.3})$$

A Kinematische Variablen

Dabei sind die $P^\mu = (E, \vec{p})$ die Impuls- Vierervektoren und E die Gesamtenergie nach Einstein.

Wenn das Target in Ruhe ist, gilt $\vec{p}_2 = 0$ und $E_2 = m$. Es wird weiterhin angenommen, die Masse des Projektils und die Masse des Targets seien gleich. Wenn wir die z - Achse in Strahlrichtung legen, erhält man mit $E^2 = p^2 + m^2$ ($c = 1$ für alle folgenden Betrachtungen):

$$s = (E_1 + m)^2 - p_1^2 = 2m^2 + 2mE_1 \underset{p \gg m}{\approx} 2m^2 + 2mp \approx 2mp \quad (\text{A.4})$$

Die Kollisionsenergie steigt also bei großen Energien mit der Wurzel des Laborimpulses an.

Die Variable F

Die im Statistical Model of the Early Stage verwendete Energievariable F ist folgendermaßen definiert:

$$F = \frac{(\sqrt{s_{NN}} - 2m_N)^{3/4}}{(\sqrt{s_{NN}})^{1/4}} \underset{\sqrt{s_{NN}} \gg m_N}{\approx} \sqrt{\sqrt{s_{NN}}} \quad (\text{A.5})$$

Dabei ist $\sqrt{s_{NN}}$ die oben definierte Schwerpunktenenergie pro kollidierendem Nukleon-Paar und m_N die Masse eines Nukleons.

Diese Variable wird verwendet, weil sie, im Falle eines idealen Gases masseloser Teilchen proportional zur Entropie ist. Es hat sich außerdem herausgestellt, dass die experimentell gemessene Pionenproduktion in $p + p$ - Kollisionen annähernd proportional zu F ist.

Die Rapidität

Die Rapidität ist folgendermaßen definiert:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_Z}{E - p_Z} \right) = \text{artanh} \left(\frac{p_Z}{E} \right) \quad (\text{A.6})$$

Der Vorteil der Rapidität ist, dass sich diese Größe additiv von einem Inertialsystem zu einem anderen transformiert, wie die Geschwindigkeit im nicht relativistischen Grenzfall.

$$y' = y - \text{artanh}(\beta) \quad (\text{A.7})$$

Damit ist die Form einer Rapiditätsverteilung unabhängig vom Bezugssystem. Der Nachteil dieser Größe ist, dass die Masse der Teilchen bekannt sein muss, um die Rapidität zu bestimmen.

Die Strahl- Rapidität im Laborsystem lässt sich mit Gleichung A.6 berechnen. Aufgrund des Transformationsverhaltens der Rapidität liegt Midrapidity bei dem halben Wert. Es gilt weiterhin:

$$E = m_T \cosh y \quad (\text{A.8})$$

$$p_Z = m_T \sinh y \quad (\text{A.9})$$

Die Pseudorapidität

Die Pseudorapidität ist ähnlich der Rapidität definiert:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|p| + p_Z}{|p| - p_Z} \right) \quad (\text{A.10})$$

Der Vorteil der Pseudorapidität ist, dass eine Teilchenidentifikation für ihre Bestimmung nicht notwendig ist, da in die Gleichung nur Impulse, welche über die Krümmung der Teilchenbahnen leicht bestimmt werden können, eingehen. Die Form einer Pseudorapiditätsverteilung ist schwach vom verwendeten Bezugssystem abhängig. Es gilt:

$$|p| = p_T \cosh \eta \quad (\text{A.11})$$

$$p_Z = p_T \sinh \eta \quad (\text{A.12})$$

Die Umrechnung der Spektren von y und η erfolgt mit

$$\frac{d^2 N}{d\eta dp_T} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_T^2 \cosh^2 y}} \frac{d^2 N}{dy dp_T} \quad (\text{A.13})$$

Das Feynman- x

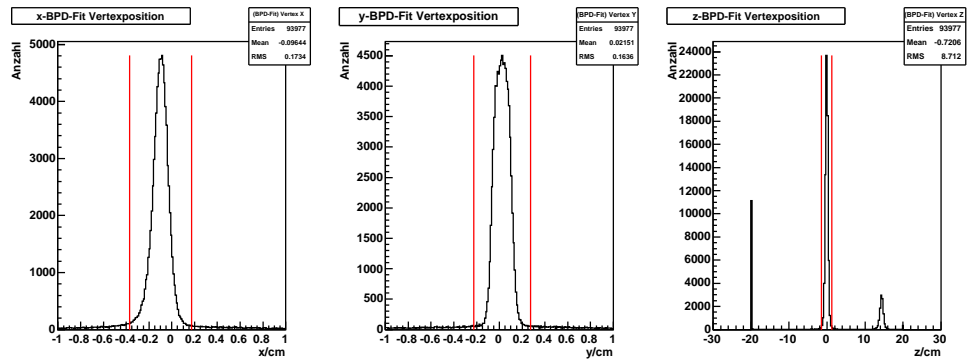
Das Feynman- x ist wie folgt definiert:

$$x_F = \frac{p_Z^*}{p_Z^{*.max}} \underset{m \ll s}{\approx} \frac{2p_Z^*}{\sqrt{s}} = \frac{2m_T \sinh y^*}{\sqrt{s}} \quad (\text{A.14})$$

Dabei sind die p_Z^* die longitudinalen Impulse im Schwerpunktsystem. Das x_F ist orthogonal zu p_T , die Form einer x_F - Verteilung ist aber nicht unabhängig vom Bezugssystem.

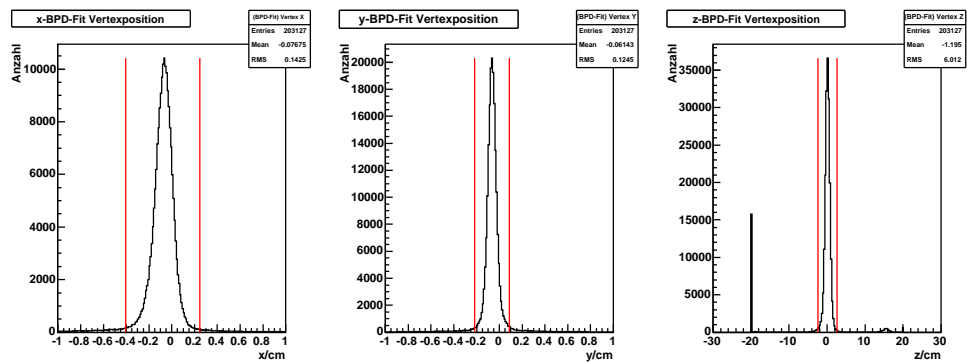
A Kinematische Variablen

B Spektren und Wertetabellen



Iflag und Vertices $\neq 0$ Cuts wurden schon angewandt. Die vertikalen Linien zeigen die Positionen der Cuts auf die entsprechenden Observablen an.

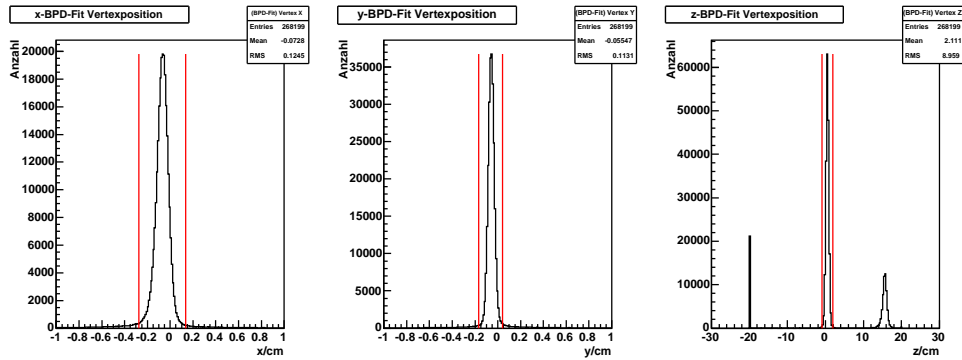
Abbildung B.1: BPD-Fit Vertexpositionen für 40A GeV $Si + Si$.



Iflag und Vertices $\neq 0$ Cuts wurden schon angewandt. Die vertikalen Linien zeigen die Positionen der Cuts auf die entsprechenden Observablen an.

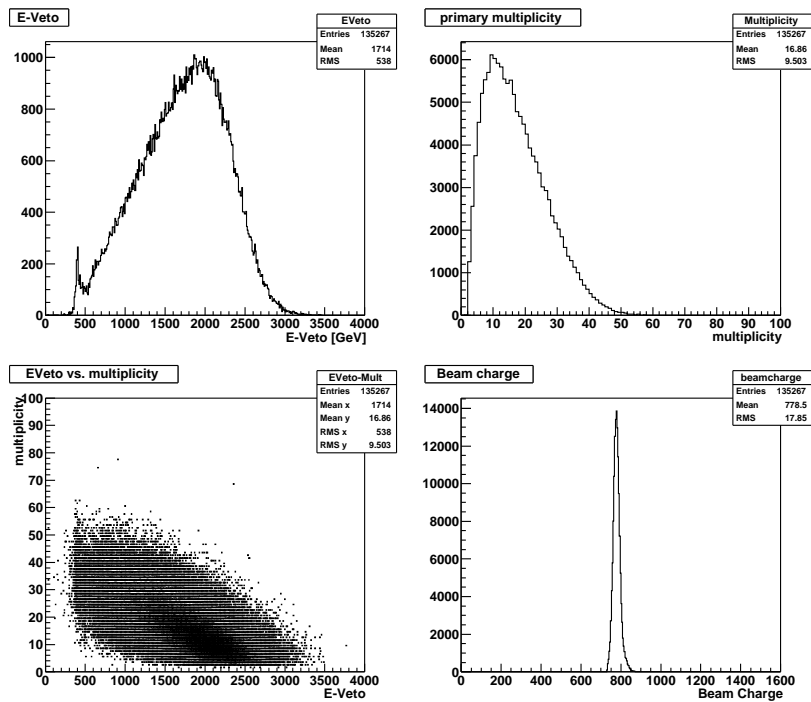
Abbildung B.2: BPD-Fit Vertexpositionen für 158A GeV $C + C$.

B Spektren und Wertetabellen



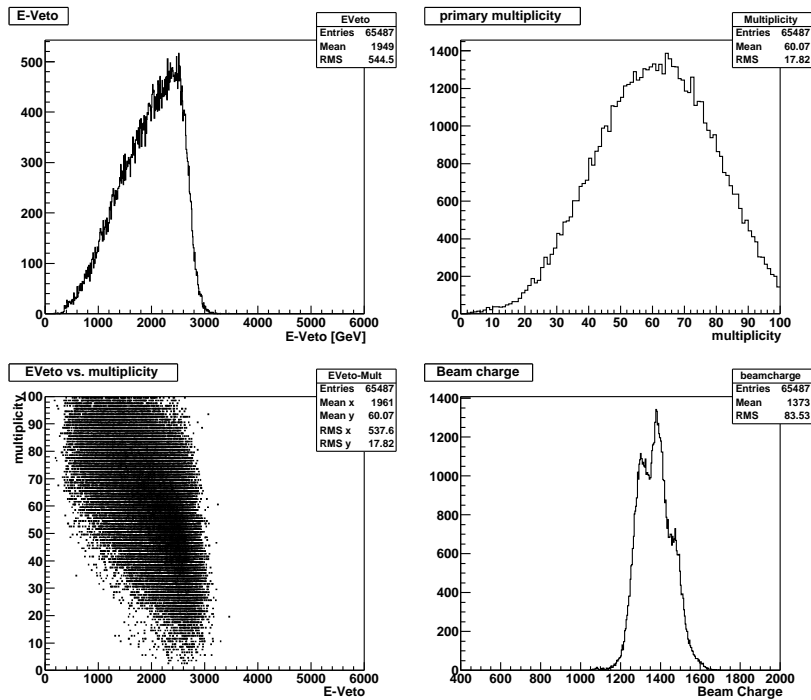
Iflag und Vertices $\neq 0$ Cuts wurden schon angewandt. Die vertikalen Linien zeigen die Positionen der Cuts auf die entsprechenden Observablen an.

Abbildung B.3: BPD-Fit Vertexpositionen für 158A GeV $Si + Si$.



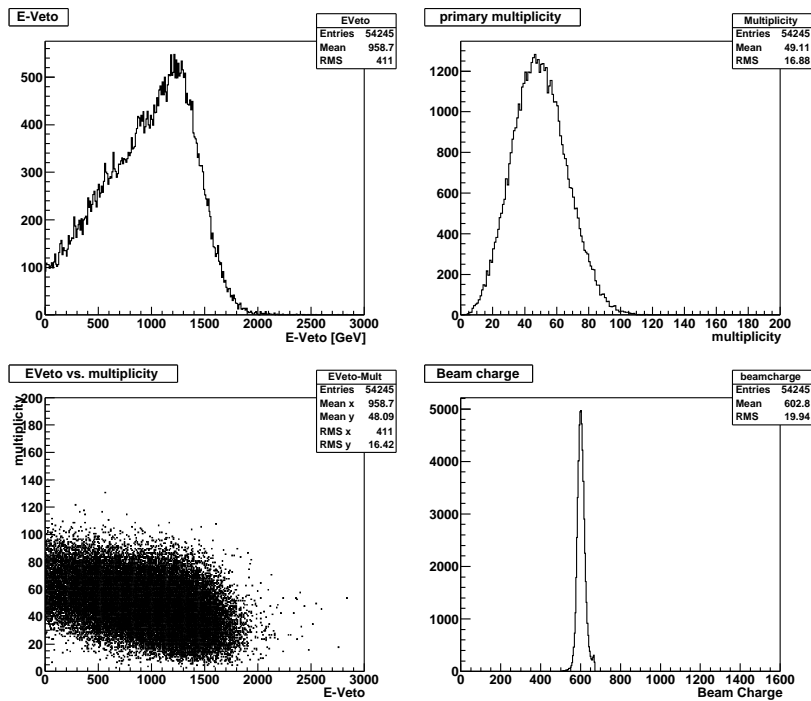
Ein EVeto- Offset von 2000 GeV ist addiert.

Abbildung B.4: Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 40A GeV $C + C$ Kollisionen nach den Event- Cuts.



Ein EVeto- Offset von 2000 GeV ist addiert.

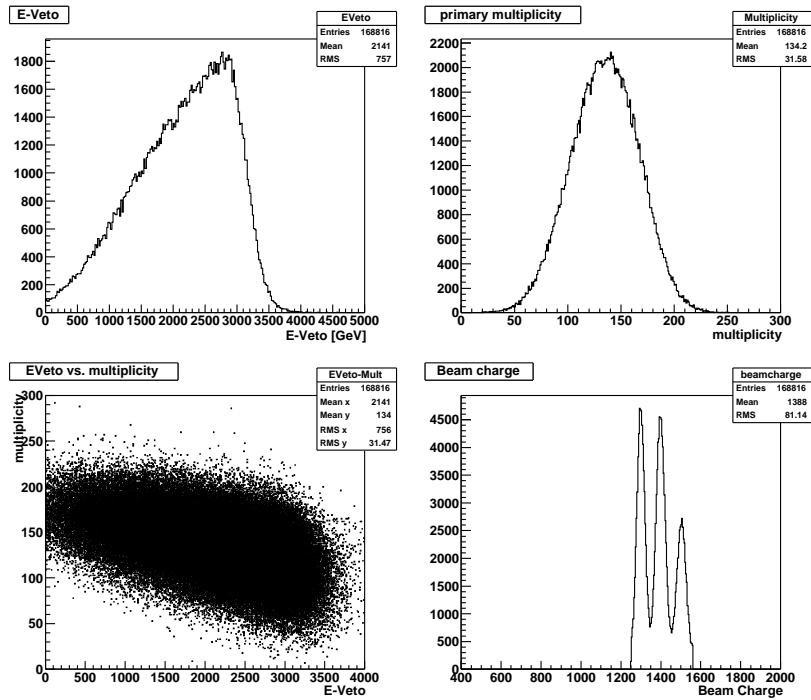
Abbildung B.5: Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 40A GeV $Si + Si$ Kollisionen nach den Event- Cuts.



Ein EVeto- Offset von 2000 GeV ist addiert.

Abbildung B.6: Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 158A GeV $C + C$ Kollisionen nach den Event- Cuts.

B Spektren und Wertetabellen



Ein EVeto- Offset von 2000 GeV ist addiert.

Abbildung B.7: Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektilladung von 158A GeV $Si + Si$ Kollisionen nach den Event-Cuts.

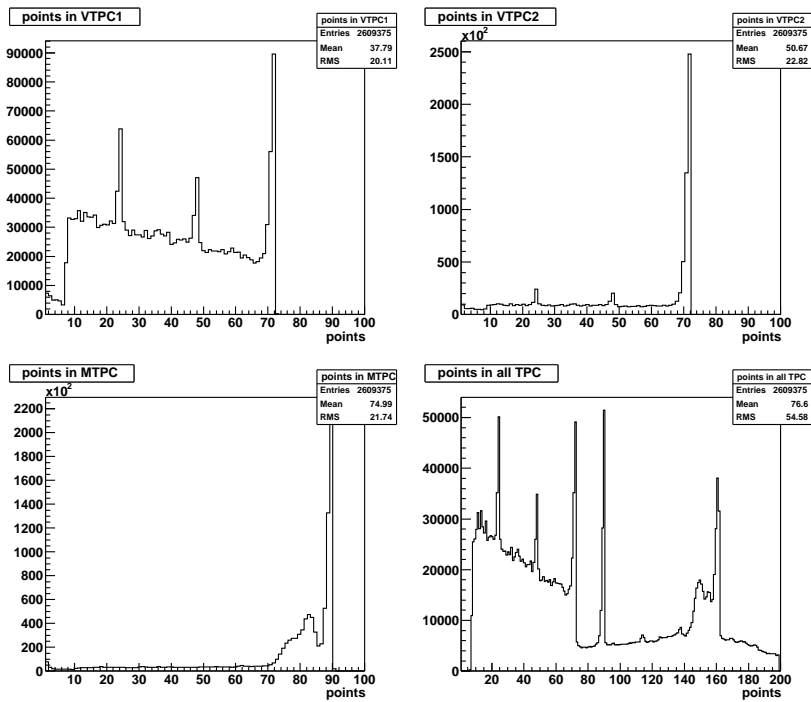


Abbildung B.8: Punkte in den TPCs bei 40A GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track-Cuts

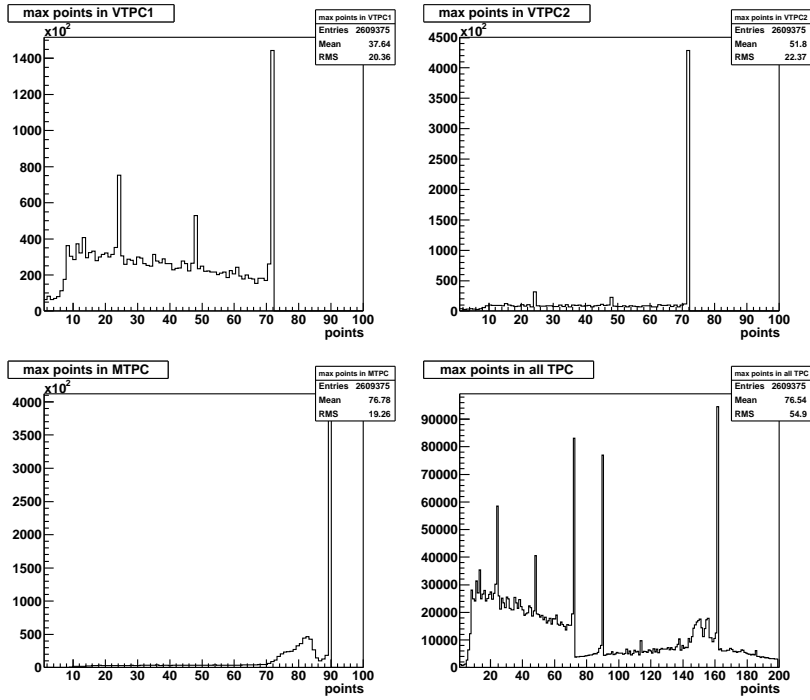


Abbildung B.9: Potentielle Punkte in den TPCs bei 40A GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts

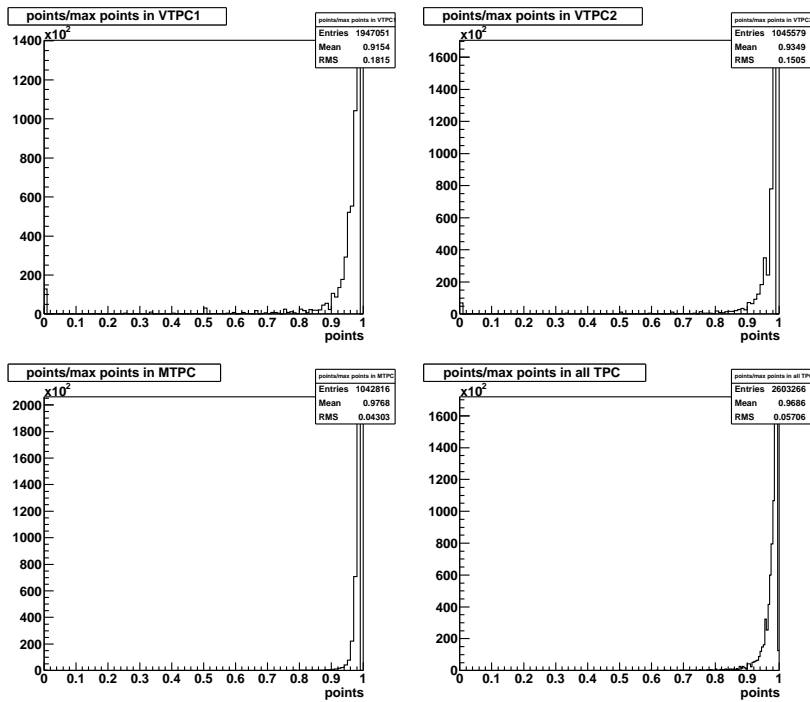


Abbildung B.10: Verhältnis von Punkten zu potentiellen Punkten in den TPCs bei 40A GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts

B Spektren und Wertetabellen

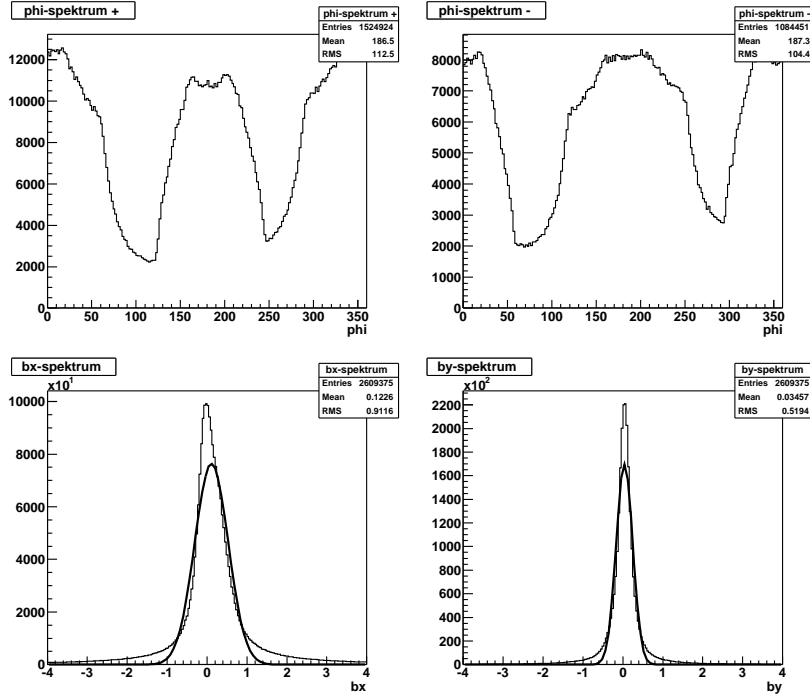


Abbildung B.11: Winkelverteilung der Spuren und Abstand ihres Startpunktes vom Hauptvertex bei 40A GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts

| y | $\frac{dn}{dy}$ | T [MeV] | $\langle m_T \rangle - m_0$ [MeV] |
|-------|-----------------|-------------------|-----------------------------------|
| -0.92 | 2.50 ± 0.08 | 133.56 ± 2.87 | |
| -0.72 | 2.80 ± 0.08 | 139.36 ± 3.20 | 156.16 ± 7.99 |
| -0.52 | 2.99 ± 0.09 | 146.55 ± 3.06 | 167.18 ± 8.51 |
| -0.32 | 3.26 ± 0.09 | 147.93 ± 2.96 | 167.80 ± 8.00 |
| -0.12 | 3.33 ± 0.10 | 146.81 ± 3.35 | 166.51 ± 8.13 |
| 0.08 | 3.22 ± 0.09 | 152.45 ± 3.29 | 178.89 ± 8.67 |
| 0.28 | 3.18 ± 0.09 | 153.26 ± 3.38 | 180.14 ± 8.56 |
| 0.48 | 3.10 ± 0.09 | 155.15 ± 3.24 | 189.05 ± 9.30 |
| 0.68 | 2.80 ± 0.08 | 149.74 ± 3.35 | 180.18 ± 8.81 |
| 0.88 | 2.60 ± 0.08 | 146.73 ± 3.24 | 175.41 ± 9.27 |
| 1.08 | 2.15 ± 0.07 | 145.04 ± 3.02 | 177.87 ± 9.22 |
| 1.28 | 1.94 ± 0.06 | 135.29 ± 2.89 | 170.17 ± 9.20 |
| 1.48 | 1.62 ± 0.05 | 127.83 ± 3.02 | 151.43 ± 8.48 |
| 1.68 | 1.31 ± 0.05 | 116.10 ± 3.01 | 140.51 ± 9.22 |
| 1.88 | 0.98 ± 0.04 | 109.31 ± 3.31 | 124.05 ± 9.14 |
| 2.08 | 0.74 ± 0.04 | 97.94 ± 3.04 | 110.26 ± 8.69 |
| 2.28 | 0.54 ± 0.03 | 84.95 ± 2.91 | 94.71 ± 8.50 |
| 2.48 | 0.38 ± 0.03 | 70.27 ± 3.12 | 81.38 ± 9.01 |
| 2.68 | 0.23 ± 0.02 | 63.05 ± 3.47 | 65.97 ± 9.11 |
| 2.88 | 0.15 ± 0.02 | | 43.90 ± 8.17 |
| 3.08 | 0.07 ± 0.01 | | |
| 3.28 | 0.03 ± 0.01 | | |

Tabelle B.1: Rapiditätsverteilungen für 40A GeV $C + C$.

| y | $\frac{dn}{dy}$ | T [MeV] | $\langle m_T \rangle - m_0$ [MeV] |
|-------|------------------|-------------------|-----------------------------------|
| -0.92 | 8.58 ± 0.24 | 142.14 ± 3.37 | |
| -0.72 | 9.70 ± 0.25 | 145.61 ± 3.10 | 160.24 ± 6.94 |
| -0.52 | 10.70 ± 0.26 | 149.40 ± 3.01 | 162.64 ± 6.80 |
| -0.32 | 11.18 ± 0.27 | 154.50 ± 3.08 | 169.33 ± 7.00 |
| -0.12 | 11.45 ± 0.27 | 157.52 ± 3.08 | 175.19 ± 7.10 |
| 0.08 | 11.69 ± 0.27 | 152.74 ± 3.10 | 173.79 ± 6.90 |
| 0.28 | 11.12 ± 0.27 | 153.41 ± 3.20 | 176.63 ± 7.23 |
| 0.48 | 10.61 ± 0.25 | 152.08 ± 3.12 | 178.03 ± 7.16 |
| 0.68 | 9.96 ± 0.25 | 152.12 ± 3.29 | 179.62 ± 7.66 |
| 0.88 | 8.87 ± 0.22 | 152.68 ± 3.04 | 181.22 ± 7.78 |
| 1.08 | 7.73 ± 0.20 | 146.74 ± 3.05 | 173.72 ± 7.58 |
| 1.28 | 6.60 ± 0.19 | 140.30 ± 3.35 | 161.25 ± 7.89 |
| 1.48 | 5.59 ± 0.17 | 132.35 ± 3.03 | 153.85 ± 7.82 |
| 1.68 | 4.57 ± 0.15 | 125.63 ± 3.28 | 141.54 ± 7.60 |
| 1.88 | 3.45 ± 0.13 | 110.58 ± 2.93 | 126.34 ± 7.88 |
| 2.08 | 2.52 ± 0.10 | 101.77 ± 3.10 | 106.20 ± 7.29 |
| 2.28 | 1.81 ± 0.09 | 90.75 ± 3.12 | 98.03 ± 8.87 |
| 2.48 | 1.14 ± 0.07 | 78.20 ± 3.12 | 79.74 ± 7.63 |
| 2.68 | 0.75 ± 0.06 | 62.29 ± 3.27 | 62.76 ± 8.00 |
| 2.88 | 0.47 ± 0.04 | | 47.47 ± 6.91 |
| 3.08 | 0.21 ± 0.03 | | 43.40 ± 9.80 |
| 3.28 | 0.10 ± 0.02 | | |

Tabelle B.2: Rapidityverteilungen für 40A GeV $Si + Si$.

| y | $\frac{dn}{dy}$ | T [MeV] | $\langle m_T \rangle - m_0$ [MeV] |
|-------|-----------------|-------------------|-----------------------------------|
| -1.41 | 3.93 ± 0.14 | 158.86 ± 5.03 | 190.12 ± 12.16 |
| -1.21 | 4.91 ± 0.16 | 154.07 ± 4.86 | 176.98 ± 10.45 |
| -1.01 | 5.10 ± 0.16 | 154.52 ± 4.57 | 181.01 ± 10.02 |
| -0.81 | 5.78 ± 0.17 | 161.85 ± 4.58 | 188.93 ± 9.95 |
| -0.61 | 5.86 ± 0.17 | 161.84 ± 4.44 | 191.33 ± 10.00 |
| -0.41 | 6.11 ± 0.18 | 164.32 ± 4.53 | 197.84 ± 11.63 |
| -0.21 | 6.04 ± 0.17 | 158.45 ± 4.22 | 190.04 ± 9.49 |
| -0.01 | 6.27 ± 0.17 | 159.49 ± 4.22 | 192.51 ± 9.34 |
| 0.19 | 6.38 ± 0.17 | 165.99 ± 4.22 | 202.74 ± 9.69 |
| 0.39 | 6.14 ± 0.17 | 163.03 ± 4.22 | 199.34 ± 10.10 |
| 0.59 | 5.78 ± 0.17 | 162.65 ± 4.13 | 199.88 ± 9.95 |
| 0.79 | 5.37 ± 0.17 | 157.22 ± 4.50 | 195.72 ± 10.71 |
| 0.99 | 5.11 ± 0.16 | 155.67 ± 4.62 | 192.08 ± 11.03 |
| 1.19 | 4.73 ± 0.15 | 155.34 ± 4.54 | 189.53 ± 10.60 |
| 1.39 | 4.06 ± 0.14 | 154.86 ± 4.87 | 192.97 ± 12.12 |
| 1.59 | 3.59 ± 0.14 | 152.08 ± 5.24 | 179.01 ± 11.99 |
| 1.79 | 3.05 ± 0.13 | 150.67 ± 5.76 | 183.57 ± 13.65 |
| 1.99 | 2.56 ± 0.11 | 143.87 ± 5.63 | 170.26 ± 13.10 |
| 2.19 | 2.08 ± 0.10 | 137.52 ± 5.69 | 158.62 ± 13.10 |
| 2.39 | 1.65 ± 0.09 | 134.83 ± 6.38 | 158.27 ± 13.07 |
| 2.59 | 1.30 ± 0.09 | 124.69 ± 6.25 | 151.68 ± 20.24 |
| 2.79 | 0.88 ± 0.06 | 113.90 ± 6.73 | 127.27 ± 14.47 |
| 2.99 | 0.64 ± 0.05 | 93.25 ± 8.21 | 96.92 ± 12.37 |

Tabelle B.3: Rapidityverteilungen für 158A GeV $C + C$.

B Spektren und Wertetabellen

| y | $\frac{dn}{dy}$ | T [MeV] | $\langle m_T \rangle - m_0$ [MeV] |
|-------|------------------|-------------------|-----------------------------------|
| -1.41 | 10.58 ± 0.33 | 164.68 ± 4.55 | 194.39 ± 11.08 |
| -1.21 | 13.84 ± 0.39 | 153.94 ± 4.29 | 175.30 ± 8.98 |
| -1.01 | 14.37 ± 0.39 | 156.69 ± 4.19 | 179.60 ± 8.61 |
| -0.81 | 15.53 ± 0.40 | 159.33 ± 3.93 | 186.84 ± 8.52 |
| -0.61 | 16.20 ± 0.40 | 161.08 ± 3.80 | 189.17 ± 8.45 |
| -0.41 | 16.76 ± 0.41 | 167.77 ± 3.94 | 198.24 ± 8.43 |
| -0.21 | 16.69 ± 0.40 | 163.64 ± 3.75 | 193.27 ± 8.22 |
| -0.01 | 17.28 ± 0.41 | 164.33 ± 3.68 | 196.06 ± 8.08 |
| 0.19 | 16.90 ± 0.40 | 164.79 ± 3.65 | 197.95 ± 8.31 |
| 0.39 | 16.03 ± 0.39 | 164.79 ± 3.74 | 198.89 ± 8.40 |
| 0.59 | 15.64 ± 0.38 | 164.53 ± 3.93 | 202.27 ± 8.77 |
| 0.79 | 15.04 ± 0.39 | 163.18 ± 3.85 | 198.52 ± 8.90 |
| 0.99 | 13.82 ± 0.37 | 159.54 ± 4.14 | 193.84 ± 9.10 |
| 1.19 | 12.65 ± 0.35 | 155.93 ± 4.09 | 190.09 ± 9.53 |
| 1.39 | 11.20 ± 0.34 | 155.94 ± 4.31 | 190.36 ± 10.36 |
| 1.59 | 9.77 ± 0.33 | 150.98 ± 4.85 | 188.33 ± 11.48 |
| 1.79 | 8.23 ± 0.30 | 151.12 ± 4.99 | 184.95 ± 11.86 |
| 1.99 | 6.77 ± 0.27 | 143.52 ± 5.01 | 168.72 ± 11.75 |
| 2.19 | 5.58 ± 0.24 | 139.09 ± 4.87 | 162.36 ± 11.59 |
| 2.39 | 4.28 ± 0.21 | 131.32 ± 5.72 | 150.97 ± 12.24 |
| 2.59 | 3.34 ± 0.18 | 118.88 ± 5.48 | 133.36 ± 11.43 |
| 2.79 | 2.47 ± 0.15 | 108.36 ± 5.56 | 117.76 ± 11.55 |
| 2.99 | 1.75 ± 0.12 | 94.45 ± 5.67 | 96.82 ± 11.32 |

Tabelle B.4: Rapiditätsverteilungen für 158A GeV $Si + Si$.

Literaturverzeichnis

- [1] <http://home.germany.net/101-92989/atom/arbeiten/gruppe1/arbeit41.htm>
- [2] H. Haken, H. C. Wolf, Atom- und Quantenphysik, Springer- Verlag (1987)
- [3] <http://www.wegbegleiter.ch/werke/wissen/geschphy.htm>
- [4] Particle Data Group, Particle Data Booklet 2002
- [5] Wikipedia Enzyklopädie,
http://de.wikipedia.org/wiki/Die_Grundkr%C3%A4fte_der_Physik
- [6] J. Rafelski and B. Muller, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 1066 [Erratum-ibid. **56** (1986) 2334].
- [7] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. B **178** (1986) 416.
- [8] R. Stock, *Prepared for NATO Advanced Study Workshop on Hot Hadronic Matter: Theory and Experiment, Divonne-les-Bains, France, 27 Jun - 1 Jul 1994*
- [9] M. Gazdzicki and M. I. Gorenstein, Acta Phys. Polon. B **30** (1999) 2705 [arXiv:hep-ph/9803462].
- [10] M. Gazdzicki *et al.* [NA49 Collaboration], J. Phys. G **30** (2004) S701 [arXiv:nucl-ex/0403023].
- [11] S. V. Afanasiev *et al.* [NA49 Collaboration], Phys. Rev. C **66**, 054902 (2002) [arXiv:nucl-ex/0205002].
- [12] C. Alt *et al.* [NA49 Collaboration], arXiv:nucl-ex/0305017.
- [13] M. Kliemant, B. Lungwitz and M. Gazdzicki, Phys. Rev. C **69** (2004) 044903 [arXiv:hep-ex/0308002].
- [14] C. Höhne, System Size Dependence of Strangeness Production in Heavy-Ion Collisions at 158A GeV ,
Dissertation, Universität Marburg (2003)
- [15] C. Alt *et al.* [NA49 Collaboration], arXiv:nucl-ex/0406031.
- [16] S. Afanasev *et al.* [NA49 Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **430** (1999) 210.
- [17] R. Zybent and P. Buncic, *Prepared for International Conference on Computing in High-energy Physics (CHEP 95), Rio de Janeiro, Brazil, 18-22 Sep 1995*
- [18] Daniel Barna, Strange Particle Production in Proton-Proton- Collisions at 158A GeV ,
Ph.D. Thesis, Doctoral School of Physics, Eötvös Lorand University, Budapest, Ungarn (2002)

Literaturverzeichnis

- [19] Thorsten Kolleger, Kaonproduktion in ultrarelativistischen Blei-Blei- Stößen, Diplomarbeit, Universität Frankfurt (2001)
- [20] C. Markert, $\Lambda(1520)$ - Produktion in Proton-Proton und zentralen Blei-Blei-Reaktionen bei 158 GeV pro Nukleon
Dissertation, Universität Frankfurt (2000)
- [21] N. Buncic, F. Rademakers, A. Sandoval, R. Brun, V. Fine, G. Roland and M. Goto, *Talk given at Computing in High-energy Physics (CHEP 97), Berlin, Germany, 7-11 Apr 1997*
- [22] ROOT mini-DST Analysis, <http://na49info.cern.ch/na49/Software/minidst/>
- [23] Root, <http://root.cern.ch>
- [24] H. Bethe, *Annalen Phys.* **5** (1930) 325.
- [25] A. Mock, Produktion von geladenen Pionen und Kaonen, Protonen, Antiprotonen und ϕ - Mesonen in ultrarelativistischen Blei-Blei- Stößen bei 158 GeV pro Nukleon, Dissertation, Max-Planck- Institut für Physik, München (1997)
- [26] T. Sammer, Dissertation, Max-Planck- Institut für Physik, München (2000)
- [27] H. Pi, *Comput. Phys. Commun.* **71** (1992) 173.
- [28] M. van Leeuwen, Kaon and open charm production in central lead-lead- collisions at the CERN SPS,
Dissertation, NIKHEF Amsterdam (2003)
- [29] I. Kraus, NA49 Collaboration Meeting, Trento, Italien, April 2004
- [30] G. Roland, Teilchenproduktion und Teilchenkorrelation in der Vorwärts- hemisphäre von Schwefel-Kern Stößen bei 200 GeV/Nukleon
Dissertation, Universität Frankfurt (1992)
- [31] A. Bialas, M. Bleszynski and W. Czyz, *Nucl. Phys. B* **111** (1976) 461.
- [32] S. A. Bass *et al.*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41** (1998) 225 [arXiv:nucl-th/9803035].
- [33] M. Bleicher *et al.*, *J. Phys. G* **25** (1999) 1859 [arXiv:hep-ph/9909407].
- [34] K. Werner, P. Cerello and P. Giubellino, HD-TVP-91-1 *Presented at ECFA Hadron Collider Workshop, Aachen, Germany, Oct 4-9, 1990*
- [35] M. Gazdzicki and D. Roehrich, *Z. Phys. C* **65** (1995) 215.
- [36] T. Alber *et al.* [NA35 Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **2** (1998) 643 [arXiv:hep-ex/9711001].
- [37] V. Blobel *et al.* [Bonn-Hamburg-Munich Collaboration], *Nucl. Phys. B* **69** (1974) 454.
- [38] M. Adamus *et al.* [EHS-NA22 Collaboration], *Z. Phys. C* **39** (1988) 311.
- [39] J. L. Klay *et al.* [E-0895 Collaboration], *Phys. Rev. C* **68** (2003) 054905 [arXiv:nucl-ex/0306033].
- [40] M. Gazdzicki, M. I. Gorenstein and S. Mrowczynski, *Eur. Phys. J. C* **5** (1998) 129 [arXiv:nucl-th/9701013].
- [41] J. Bachler *et al.* [NA49 Collaboration], *Nucl. Phys. A* **661** (1999) 45.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Phasendiagramm der Quantenchromodynamik als Funktion der Temperatur T und des baryochemischen Potentials μ_B (entspricht \approx der Baryonendichte). | 14 |
| 1.2 | Unser Universum, vom Urknall bis heute. | 15 |
| 1.3 | Das Verhältnis $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$, welches in etwa dem Strangeness zu Entropie- Verhältnis entspricht, in $p + p$ und $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen als Funktion der Kollisionsenergie im Schwerpunktsystem $\sqrt{s_{NN}}$ | 17 |
| 1.4 | Energieabhängigkeit des <i>inverse slope parameters</i> T der Kaonenspektren bei $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen und $p + p$ Kollisionen. | 18 |
| 1.5 | π^- - Produktion pro N_W als Funktion der Kollisionsenergie $F \approx \sqrt{\sqrt{s_{NN}}}$ für $p + p$ und $Pb + Pb$ ($Au + Au$) Kollisionen. | 19 |
| 2.1 | Die CERN- Beschleuniger | 21 |
| 2.2 | Luftaufnahme vom CERN mit eingezeichneten Beschleunigerringen. | 22 |
| 2.3 | Zusammensetzung des Fragmentationsstrahls bei 158A GeV nach Selektion von Kernen mit $Z/A = 1/2$ | 23 |
| 2.4 | Aufbau des NA49- Experimentes, zu sehen sind auch die verschiedenen Target- Konfigurationen. | 24 |
| 2.5 | Das NA49- Koordinatensystem | 26 |
| 2.6 | Darstellung der Funktionsweise einer TPC. | 27 |
| 3.1 | NA49- Event mit registrierten Teilchenspuren für 40A GeV $C + C$ (links) und 158A GeV $Si + Si$ (rechts). | 29 |
| 3.2 | Die NA49- Rekonstruktionskette für $Pb + Pb$ - Daten. | 30 |
| 3.3 | Bethe- Bloch- Formel als Funktion des Impulses für die häufigsten Teilchen im Detektor | 33 |
| 3.4 | Verteilung der gemessenen Clusterladung. | 35 |
| 4.1 | BPD-Fit Vertexpositionen für 40A GeV $C + C$ | 39 |
| 4.2 | Verteilung der Beam- Ladung für verschiedene Runs von 40A GeV $C + C$ | 39 |
| 4.3 | Die Verteilung der ΔB_{gated} in 40A GeV $C + C$ - Kollisionen, links für Interaktionen innerhalb der Target- Z- Position, rechts außerhalb. | 41 |
| 5.1 | Schematische Darstellung der dE/dx - Analyseketten | 48 |
| 5.2 | Zwei gefüllte und gefittete dE/dx - Histogramme. | 49 |
| 5.3 | $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektrum für π^+ (oben) und π^- (unten) bei 40A GeV $C + C$. Die gefüllten Bins zeigen die geometrische Akzeptanz der Analysemethode. | 50 |
| 5.4 | Schematische Darstellung der h^- - Analyseketten | 53 |
| 5.5 | $d^2n/(dy dp_T)$ - Spektrum für π^- bei 40A GeV $C + C$. Die gefüllten Bins zeigen die geometrische Akzeptanz der Analysemethode. | 54 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|---|----|
| 5.6 | Inverser Geometrische- und Zerfallskorrekturfaktor c_{geom} der MTPC dE/dx- Analyse bei 40A GeV | 55 |
| 5.7 | Inverser Effizienz- Korrekturfaktor c_{eff} der dE/dx- Analyse bei 40A GeV $C + C$, links für die π^+ , rechts für die π^- | 56 |
| 5.8 | Inverser Geometrische, Zerfalls- und Effizienzkorrekturfaktor c_{gez} der h^- - Analyse bei 40A GeV $C + C$ | 57 |
| 5.9 | Inverser Feeddown- Korrekturfaktor $c_{feeddown}^{Venus}$ für die h^- - Analyse bei 40A GeV $C + C$ | 58 |
| 5.10 | Anteil der K_S^0 an der totalen Feeddown- Korrektur als Funktion von y und p_T | 58 |
| 5.11 | Anteil der Λ s an der totalen Feeddown- Korrektur als Funktion von y und p_T | 59 |
| 5.12 | Die inverse Pionen- Reinheitskorrektur c_{purity}^{Venus} für die h^- - Analyse bei 40A GeV $C + C$ | 61 |
| 6.1 | Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $C + C$ | 65 |
| 6.2 | Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $Si + Si$ | 66 |
| 6.3 | Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $C + C$ | 67 |
| 6.4 | Vergleich der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $Si + Si$ | 68 |
| 6.5 | m_T - Spektrum von π^- für 40A GeV $C + C$ | 70 |
| 6.6 | m_T - Spektrum von π^- für 40A GeV $Si + Si$ | 71 |
| 6.7 | m_T - Spektrum von π^- für 158A GeV $C + C$ | 72 |
| 6.8 | m_T - Spektrum von π^- für 158A GeV $Si + Si$ | 73 |
| 6.9 | Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $C + C$ | 75 |
| 6.10 | Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 40A GeV $Si + Si$ | 76 |
| 6.11 | Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $C + C$ | 77 |
| 6.12 | Relative Abweichung der $d^2n/(dy dp_T)$ - Werte bei 158A GeV $Si + Si$ | 78 |
| 6.13 | Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 40A GeV $C + C$ als Funktion der Rapidity im Schwerpunktsystem. | 79 |
| 6.14 | Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 40A GeV $Si + Si$ als Funktion der Rapidity im Schwerpunktsystem. | 79 |
| 6.15 | Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 158A GeV $C + C$ als Funktion der Rapidity im Schwerpunktsystem. | 80 |
| 6.16 | Relative Abweichung der integrierten p_T - Spektren in der gemeinsamen Akzeptanz bei 158A GeV $Si + Si$ als Funktion der Rapidity im Schwerpunktsystem. | 80 |
| 6.17 | Rapiditysspektrum und totaler Yield für 40A GeV $C + C$ | 83 |
| 6.18 | Rapiditysspektrum und totaler Yield für 40A GeV $Si + Si$ | 83 |
| 6.19 | Rapiditysspektrum und totaler Yield für 158A GeV $C + C$ | 84 |
| 6.20 | Rapiditysspektrum und totaler Yield für 158A GeV $Si + Si$ | 84 |
| 6.21 | Inverse Slope- Spektrum für 40A GeV $C + C$ | 85 |
| 6.22 | Inverse Slope- Spektrum für 40A GeV $Si + Si$ | 86 |
| 6.23 | Inverse Slope- Spektrum für 158A GeV $C + C$ | 86 |
| 6.24 | Inverse Slope- Spektrum für 158A GeV $Si + Si$ | 87 |
| 6.25 | $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 40A GeV $C + C$ | 88 |
| 6.26 | $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 40A GeV $Si + Si$ | 89 |
| 6.27 | $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 158A GeV $C + C$ | 89 |
| 6.28 | $\langle m_T \rangle$ - Spektrum für 158A GeV $Si + Si$ | 90 |
| 7.1 | Veto- Energieverteilung und Zentralitätsklassen für 40A GeV $C + C$ | 93 |

| | | |
|------|--|-----|
| 7.2 | Die Rapiditysspektren der zentralitätsabhängigen Analyse der Pionen bei 40A GeV $C + C$ - Kollisionen. | 96 |
| 7.3 | Die Inverse Slope Parameter- Spektren der zentralitätsabhängigen Analyse der Pionen bei 40A GeV $C + C$ - Kollisionen. | 97 |
| 7.4 | Die mittleren transversalen Massen- Spektren der zentralitätsabhängigen Analyse der Pionen bei 40A GeV $C + C$ - Kollisionen. | 98 |
| 7.5 | Die Zentralitätsabhängigkeit des Verhältnisses $\langle \pi^\pm \rangle / \langle N_W \rangle$ der 40A GeV $C + C$ - Daten im Vergleich mit den gesamten $C + C$, den $Si + Si$ und den $p + p$ - Daten. | 99 |
| 9.1 | Energie- und Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon im Energiebereich bis hin zur maximalen SPS- Energie (200A GeV). Diese Abbildung zeigt primär, in welchem Bereich Pionen- Daten vorhanden sind und in welchen nicht. | 109 |
| 9.2 | Links: Energieabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro $\langle N_P \rangle$ in $C + C$ - Kollisionen. Rechts ist die Differenz zu einer Parametrisierung von $p + p$ - Kollisionen geplottet. | 110 |
| 9.3 | Links: Energieabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro $\langle N_P \rangle$ in $Si + Si$ - und ähnlichen ($Ar + KCl$, $Mg + Mg$, $Si + Al$, $S + S$) Kollisionen. Rechts ist die Differenz zu einer Parametrisierung von $p + p$ - Kollisionen geplottet. | 111 |
| 9.4 | Energieabhängigkeit der mittleren transversalen Masse der Pionen bei $p + p$, $C + C$, $Si + Si$, $S + S$ und zentralen $Pb + Pb$ - Stößen. | 111 |
| 9.5 | Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Participant Nucleon bei $p_{lab} \approx 2A$ GeV. | 112 |
| 9.6 | Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Participant Nucleon bei $p_{lab} = 4.5A$ GeV bzw. $E_{beam} = 4A$ GeV ($Au + Au$). | 113 |
| 9.7 | Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon bei 40A GeV | 113 |
| 9.8 | Systemgrößenabhängigkeit der Anzahl der produzierten Pionen pro Wounded Nucleon bei 158A GeV | 114 |
| 9.9 | Systemgrößenabhängigkeit der mittleren transversalen Masse bei Mid-rapidity für 40A GeV | 115 |
| 9.10 | Systemgrößenabhängigkeit der mittleren transversalen Masse bei Mid-rapidity für 158A GeV | 116 |
| 9.11 | Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^+/π^+ bei 40A GeV und Modellvergleich. | 116 |
| 9.12 | Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^+/π^+ bei 158A GeV und Modellvergleich. | 117 |
| 9.13 | Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^-/π^- bei 40A GeV und Modellvergleich. | 117 |
| 9.14 | Systemgrößenabhängigkeit des Verhältnisses K^-/π^- bei 158A GeV und Modellvergleich. | 118 |
| B.1 | BPD-Fit Vertexpositionen für 40A GeV $Si + Si$ | 125 |
| B.2 | BPD-Fit Vertexpositionen für 158A GeV $C + C$ | 125 |
| B.3 | BPD-Fit Vertexpositionen für 158A GeV $Si + Si$ | 126 |
| B.4 | Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 40A GeV $C + C$ Kollisionen nach den Event- Cuts. | 126 |
| B.5 | Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 40A GeV $Si + Si$ Kollisionen nach den Event- Cuts. | 127 |
| B.6 | Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von 158A GeV $C + C$ Kollisionen nach den Event- Cuts. | 127 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|--|-----|
| B.7 | Veto- Energie, Teilchenmultiplizität und Projektil- Ladung von $158A$ GeV $S_i + S_i$ Kollisionen nach den Event- Cuts. | 128 |
| B.8 | Punkte in den TPCs bei $40A$ GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts | 128 |
| B.9 | Potentielle Punkte in den TPCs bei $40A$ GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts | 129 |
| B.10 | Verhältnis von Punkten zu potentiellen Punkten in den TPCs bei $40A$ GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts | 129 |
| B.11 | Winkelverteilung der Spuren und Abstand ihres Startpunktes vom Hauptvertex bei $40A$ GeV $C + C$ Kollisionen vor den Track- Cuts . | 130 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|--|-----|
| 1.1 | Tabelle der bekannten elementaren Fermionen und ihrer Masse. Ihre Antiteilchen sind nicht extra aufgeführt. | 13 |
| 1.2 | Tabelle der bekannten Wechselwirkungen, ihrer Eigenschaften und ihrer Austauscheteilchen. | 13 |
| 1.3 | Zusammenfassung der Eigenschaften der wichtigsten Hadronen. . . . | 19 |
| 2.1 | Eigenschaften der beiden Vertex- und beiden Main- TPCs wie geometrische Abmessungen, Gaszusammensetzung und Auslesepads. . . . | 27 |
| 4.1 | Die für die Analyse verwendeten Event- Cuts. | 38 |
| 4.2 | Anzahl der untersuchten Events vor und nach den verschiedenen Event- Cuts. | 38 |
| 4.3 | Vergleich der verschiedenen Methoden der Berechnung der Trigger-rate. Zur weiteren Analyse wurde Methode <i>C</i> verwendet. | 42 |
| 4.4 | Zentralitäten der verwendeten Datensätze. | 42 |
| 5.1 | Verwendete Track- Cuts für die verschiedenen Analysemethoden . . . | 45 |
| 5.2 | Anzahl der untersuchten Spuren vor- und nach den Track- Cuts für MTPC dE/dx - Analyse | 46 |
| 5.3 | Anzahl der untersuchten Spuren vor- und nach den Track- Cuts für h^- - Analyse | 47 |
| 5.4 | Ursprung der negativen Pionen, die fälschlicherweise dem Hauptvertex zugeordnet wurden. | 57 |
| 5.5 | Die gemessenen (bzw. abgeschätzten) Verhältnisse einiger für Korrekturen relevanter Teilchensorten und die mit Venus simulierten im Vergleich. | 60 |
| 6.1 | Relative Unterschiede der Multiplizitäten in der gemeinsamer Akzeptanz der verschiedenen Analyseverfahren, wie in Glg. 6.7 definiert. . . | 74 |
| 6.2 | Weitere, hier vernachlässigte, Beiträge zum systematischen Fehler . . . | 82 |
| 6.3 | Unterschiede des Inverse Slope Parameters T bei Midrapidity für unterschiedliche Fit- Bereiche in p_T | 86 |
| 6.4 | Zusammenfassung der Ergebnisse und ihrer Fehler. | 91 |
| 7.1 | Die verschiedenen Zentralitätsbins der 40A GeV $C + C$ - Daten. . . . | 94 |
| 7.2 | Ergebnisse der zentralitätsabhängigen Analyse der 40A GeV $C + C$ - Daten. | 95 |
| 8.1 | Zusätzliche UrQMD- Rechnungen für nicht von NA49 untersuchte Systeme. | 103 |
| 8.2 | UrQMD- Rechnungen für kleine Energien. | 103 |
| 8.3 | Ergebnisse der Simulationsrechnungen für einige von NA49 untersuchte Systeme. | 104 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|---|-----|
| A.1 | Die verschiedenen Energievariablen, für den Mittelwert zwischen Proton- und Neutron- Masse gerechnet. | 121 |
| B.1 | Rapidityverteilungen für 40A GeV $C + C$ | 130 |
| B.2 | Rapidityverteilungen für 40A GeV $Si + Si$ | 131 |
| B.3 | Rapidityverteilungen für 158A GeV $C + C$ | 131 |
| B.4 | Rapidityverteilungen für 158A GeV $Si + Si$ | 132 |

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei meinem Diplomvater Prof. Reinhard Stock bedanken. Dieser hat mir zunächst in seiner Vorlesung die Kern- und Schwerionenphysik schmackhaft gemacht und mich nach einem von ihm ermöglichten CERN- Aufenthalt endgültig für dieses Gebiet begeistern können. Dank ihm war dieser Aufenthalt auch nicht der letzte, auf zahlreichen von ihm ermöglichten Reisen zu Konferenzen konnte ich nicht nur die Physik, sondern auch die Welt besser kennenlernen.

Einen ebenso großen Dank gebührt meinem Betreuer Herrn Prof. Marek Gazdzicki, der mir nicht nur das Thema meiner Arbeit gegeben hat, sondern auch immer für mich Zeit hatte und die vielen Fragen, die ich im Laufe meiner Diplomantenzeit hatte, immer sachkundig beantwortete.

Prof. Herbert Ströbele möchte ich für interessante Gespräche und seine kritischen Fragen danken, die oft genug neue Denkanstöße gaben. Außerdem danke ich ihm dafür, dass er mir die Reise zur NPDC-18- Konferenz in Prag ermöglichte, wo ich ein Poster vorstellen durfte.

Bei Peter Dinkelaker möchte ich mich bedanken. Er half mir nicht nur bei vielen Problemen bei der Arbeit, sondern organisierte auch bei Konferenzen und Meetings abends Unternehmungen, welche stets sehr unterhaltsam waren.

Bei Michael Kliemant möchte ich mich bedanken, dass er mir während der gesamten Studienzzeit ein guter Freund war. Auch die gemeinsame Arbeit im IKF war stets eine Freude. Ohne Dich wäre ich außerdem schon längst verhungert (oder Pleite).

Tim Schuster danke ich für seine Freundschaft und die gute Zusammenarbeit beim Informatik- Praktikum, die jetzt am IKF fortgesetzt wird. Bedanken möchte ich mich weiterhin bei Prof. Christoph Blume und Dr. Dominik Flierl, die mir bei Fragen stets geholfen haben. Werner Amend möchte ich danken, dass er mir bei Hard- und Software- Problemen hilfreich war. Ohne ihm wäre es mir kaum möglich gewesen, mein Windows- System so einzurichten, dass ich drucken und auf die Linux- Server zugreifen kann. Bei Problemen mit Linux- Rechnern war Boris Wagner stets hilfreich zur Stelle. Außerdem möchte ich Jutta Berschin und Heidrun Rheinfels-Immanns danken. Ich danke weiterhin Rainer Renfordt, der mir die Funktionsweise des NA49- Experiments näher gebracht hat. Christopher Alt, Stefan Kniege und Michael Mitrovski möchte ich dafür danken, dass sie mir bei Problemen stets geholfen und mir beigebracht haben, wie die ROOT- Analyse funktioniert. Auch war die Zeit mit ihnen immer sehr unterhaltsam. Roland Bramm und Thorsten Kolleger möchte ich danken, dass sie bei Fragen immer hilfreich waren. Ihre Diplomarbeiten gaben mir außerdem einen guten Einstieg in das Gebiet. Auch Christoph Roland half mir bei Fragen stets weiter. Claudia Strabel, Agnes Richard, Frederik Kramer und Wolfgang Sommer möchte ich für die schöne Zeit am IKF danken. Ebenfalls danken möchte ich Christine Meurer und Ingrid Kraus.

Marco van Leeuwen möchte ich dafür danken, dass er mir das Gebiet der dE/dx - Teilchenidentifikation näher gebracht hat. Bei Problemen mit seinen dE/dx - Analyseprogrammen hat er mir stets sachkundig geholfen. Er hat mir außerdem mit seinen Makros gezeigt, wie man schöne Graphen erstellen kann.

Dank gebührt auch Claudia Höhne, die mir bei den Besonderheiten der $C + C$ und $S_i + S_i$ - Kollisionen und außerdem bei der Berechnung der Zentralitäten der Kollisionen sehr geholfen hat. Es war mir durch ihre Arbeit möglich, meine Resultate bei 158A GeV zu überprüfen und mir so die Zuversicht zu geben, dass auch meine Ergebnisse bei 40A GeV richtig sind.

Bei der NA49- Kollaboration möchte ich mich dafür bedanken, dass sie die hier analysierten Daten aufgenommen und rekonstruiert haben. Die stets interessanten Kollaborations- Meetings zeugen von der lebhaften Aktivität in der Kollaboration.

Danksagung

Dabei möchte ich, ohne dabei die Arbeit der vielen anderen weniger zu werten, die Namen Prof. Peter Seyboth, Daniel Barna, Ferenc Sikler, Andres Sandoval und Latchezar Betev nennen.

Ich möchte weiterhin den Entwicklern von ROOT und LaTeX danken, deren Software mir bei meiner Arbeit sehr geholfen hat.

Der größte Dank gebührt meinen Eltern Anita und Jürgen, die mir das Studium ermöglicht haben und mich immer unterstützten. Außerdem möchte ich meiner Schwester Sandra und meiner Großmutter Hildegard danken.

Zum Abschluss möchte ich mich bei meinen Kommilitonen aus meinem Semester bedanken, sie sorgten dafür, dass die Zeit zwischen den Vorlesungen nie langweilig wurde. Außerdem geht mein Dank an alle, denen ich hätte danken sollen, die ich aber hier vergessen habe. Nicht böse sein !

Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet und sämtliche Stellen, die benutzten Werken im Wortlaut oder dem Sinne nach entnommen sind, mit Quellen bzw. Herkunftsangaben kenntlich gemacht habe.

Frankfurt, der 20. Oktober 2004, Benjamin Lungwitz