

# **Zentralitätsabhängigkeit von Bose-Einstein-Korrelationen in Blei-Blei-Kollisionen bei 40 und 158 GeV pro Nukleon**

Diplomarbeit  
von  
Christopher Alt

vorgelegt beim Fachbereich für Physik  
der Johann Wolfgang Goethe-Universität  
in Frankfurt am Main

Frankfurt am Main, 2005



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Teilcheninterferometrie</b>	<b>11</b>
2.1	Bose-Einstein-Korrelationen . . . . .	11
2.2	Die Korrelationsfunktion . . . . .	13
2.2.1	Statische Quellen . . . . .	14
2.2.2	Expandierende Quellen . . . . .	14
2.2.3	Kohärente und teilweise kohärente Quellen . . . . .	15
2.2.4	Gaussche Parametrisierung der Korrelationsfunktion . . . . .	15
2.2.5	Zusammenhang zwischen kollektiver Expansion, Temperatur und der $k_t$ -Abhängigkeit der Radian . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Das Experiment NA49</b>	<b>21</b>
3.1	Der Strahl des SPS . . . . .	21
3.2	Das NA49 Koordinatensystem . . . . .	23
3.3	Experimenteller Aufbau . . . . .	23
3.3.1	Strahlzähler und Beamtrigger . . . . .	24
3.3.2	Strahlpositionsdetektoren . . . . .	24
3.3.3	Vertex-Magneten . . . . .	25
3.3.4	Spurdriftkammern . . . . .	26
3.3.5	Flugzeit-Detektoren . . . . .	29
3.3.6	Kalorimeter . . . . .	30
3.4	Interaktionstrigger . . . . .	31
3.5	Auslese der Daten . . . . .	31
3.6	Rekonstruktion der Daten . . . . .	32
3.6.1	Rekonstruktion und Korrektur der Spurpunkte . . . . .	34
3.6.2	Rekonstruktion der Teilchenspuren . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>37</b>
4.1	Bestimmung der Korrelationsfunktion . . . . .	37
4.1.1	Anpassungsprozedur . . . . .	37
4.1.2	Coulombkorrektur . . . . .	38
4.2	Verwendete Datensätze . . . . .	39
4.3	Ereignisselektion . . . . .	39

## Inhaltsverzeichnis

4.4	Spurselektion . . . . .	41
4.5	Paarselektion . . . . .	45
4.5.1	Aussortieren potenzieller split track Paare . . . . .	46
4.5.2	Schnitt auf die Zweispurauflösung . . . . .	46
4.6	Zentralitätsselektion . . . . .	49
4.6.1	Zentralitätsklassen . . . . .	50
4.6.2	Bestimmung der Trigger-Wahrscheinlichkeit . . . . .	50
4.6.3	Festlegung der Zentralitätsklassen . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Systematische Unsicherheiten</b>	<b>61</b>
5.1	Einfluss der Normierung der Korrelationsfunktion . . . . .	61
5.2	Einfluss der Coulombkorrektur . . . . .	64
5.3	Purity . . . . .	69
5.4	Wahl des Anpassungsbereiches . . . . .	72
5.5	Einfluss des Schnittes auf die Zweispurauflösung . . . . .	75
5.6	Weitere systematische Einflüsse . . . . .	77
5.6.1	Impulsauflösung . . . . .	77
5.6.2	Teilchenidentifikation . . . . .	77
5.7	Vergleich zu den HBT-Ergebnissen für zentrale Kollisionen . . . . .	78
5.8	Abschätzung des Systematischen Fehlers . . . . .	81
<b>6</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>83</b>
6.1	Zentralitätsabhängigkeit der Emissionsdauer . . . . .	86
6.1.1	Das Verhältnis $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$ . . . . .	86
6.1.2	Emissionsdauer . . . . .	86
6.2	Skalierung mit der Anzahl der Partizipanten . . . . .	88
6.3	Zentralitätsabhängigkeit der HBT-Radien von AGS bis RHIC Energien	89
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>91</b>
<b>A</b>	<b>Kinematische Variablen</b>	<b>93</b>
A.1	Koordinatensystem . . . . .	93
A.2	Schwerpunktsenergie . . . . .	93
A.3	Rapidity . . . . .	93
A.4	Pseudorapidity . . . . .	94
A.5	Der Transversalimpuls . . . . .	95
A.6	Die Transversale Masse . . . . .	95
A.7	Die invariante Impulsdifferenz . . . . .	95
<b>B</b>	<b>Korrelationsfunktionen</b>	<b>97</b>
B.1	Projektionen für 40 A GeV . . . . .	98
B.2	Projektionen für 158 A GeV . . . . .	100
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>100</b>

*Inhaltsverzeichnis*

<b>Danksagung</b>	<b>107</b>
<b>Erklärung</b>	<b>109</b>

## *Inhaltsverzeichnis*

# 1 Einleitung

Die einzige Methode, um Kernmaterie unter extremen Bedingungen wie hohe Dichte und hoher Temperatur experimentell zugänglich zu machen sind Kern-Kern-Kollisionen. Dabei versucht man ein möglichst großes Reaktionssystem zu erzeugen, das sich mit thermodynamischen Größen wie Temperatur, Dichte und Druck beschreiben lässt. Um das Verhalten der Materie bei unterschiedlichen Dichten und Temperaturen zu untersuchen, kann man dabei zwei Parameter variieren: Die Kollisionsenergie und die Systemgröße. Letztere kann durch die Wahl der kollidierenden Kerne und der Selektion von Schwerionenkollisionen auf ihre Zentralität variiert werden.

Bei einer Schwerionenkollision durchdringen sich beide Kollisionspartner. In der Überlappregion kollidieren die Nukleonen beider Kerne miteinander, wodurch sie abgebremst und stark aufgeheizt werden. Die Kraft, die die Abbremsung der Nukleonen und somit die Umwandlung der ursprünglichen gerichteten Bewegung in ungerichtete thermische Bewegung hervorruft, ist die starke Wechselwirkung. Ist die Energiedichte im Feuerball hoch genug, so werden neue Teilchen produziert. Nach der Kollision, expandiert der Feuerball und kühlt ab. Das nächste Stadium der Schwerionenkollision ist das chemische Ausfrieren (“chemical freeze out”) des Feuerballs: Der Zeitpunkt, ab dem keine neuen Teilchen mehr produziert oder absorbiert werden. Darauf folgt das kinetische Ausfrieren (“thermal freeze out”): Ab diesem Zeitpunkt gibt es keine Wechselwirkungen zwischen den Teilchen mehr und die Impulsverteilungen der Teilchen ändern sich nicht mehr.

Da die räumliche Ausdehnung der Reaktionszone in der Größenordnung von  $10^{-15}$  Metern und die typische Zeitskala  $10^{-23}$  Sekunden ist, ist es nicht möglich, den Reaktionsverlauf direkt zu beobachten. Die einzige Möglichkeit, Information über den Reaktionsverlauf zu gewinnen, ist daher die Messung des kinematischen Endzustandes und dessen Interpretation. Dabei bedient man sich verschiedener Observablen, deren Interpretation in Hinblick auf den Reaktionsverlauf modellabhängig ist. Eine dieser Observablen ist die Bose-Einstein-Korrelation. Das zugrundeliegende Messprinzip wird auch HBT genannt nach Robert **H**anburry **B**rown und Richard **T**wiss, die es erstmals zur Messung von Sternradien in der Astrophysik verwendeten[10][11]. Dabei macht man sich die quantenmechanischen Interferenzeigenschaften identischer Bosonen zunutze. Diese haben zur Folge, dass die Wahrscheinlichkeit ein Paar identischer Bosonen mit geringer Impulsdifferenz anzutreffen größer ist, als aus den Impulsverteilungen der einzelnen Teilchen folgen würde. Aus dieser erhöhten Produktionswahrscheinlichkeit lassen sich nun wichtige Informationen über physikalische Größen wie Ausdehnung, Emissionsdauer, Temperatur und Expansionsverhalten der Quelle

## 1 Einleitung

ableiten. Teilcheninterferometrie stellt somit experimentellen Zugang zur Größe und Lebensdauer des Feuerballs in Schwerionenkollisionen her.

Interessant sind Schwerionenkollisionen vor allem in Hinblick auf die Suche eines vorausgesagten Aggregatzustandes der Materie, der bei extrem hohen Dichten und Temperaturen entsteht: Das *Quark-Gluon-Plasma*. In diesem Zustand sind Dichte und Temperatur so hoch, dass die Bestandteile von Protonen und Neutronen, die Quarks, nicht mehr in diesen Teilchen gebunden sind, sondern sich quasi-frei in einer Art Plasma bewegen können. Die vorausgesagte Energiedichte für die Erzeugung des Quark-Gluon-Plasmas liegt in der Größenordnung von  $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . Um bei einer zentralen Blei-Blei-Reaktionen diese zu erreichen, müsste die Kollisionsenergie im Schwerpunktsystem etwa  $10 \text{ GeV}$  pro Nukleonpaar betragen. Dies entspricht einer Strahlenergie von etwa  $20 - 40 \text{ GeV}$  in Fixed-Target-Experimenten. Am SPS-Beschleuniger am CERN können vollständig ionisierte Blei-Ionen auf eine Energie von  $158 \text{ GeV}$  pro Nukleon<sup>1</sup> beschleunigt werden. Die Strahlenergie des SPS sollte daher ausreichen, um diese Energiedichte zu erzeugen.

Bei der Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas in Schwerionenkollisionen geht man davon aus, dass sich das Quark-Gluon-Plasma kurz nach dem Überlappen der beiden Kerne nach einem ursprünglichem Vergleichgewichtszustand bildet und danach wieder in die hadronische Phase übergeht.

Bei der Suche nach Beweisen für die Erzeugung eines Quark-Gluon-Plasmas in Schwerionenkollisionen sucht man nach Anomalien in der Energie- und Zentralitätsabhängigkeit verschiedener Observablen. Diese Anomalien, die einen Hinweis darauf geben, dass während der Schwerionenkollision ein Quark-Gluon-Plasma entstanden ist bezeichnet man als *Signaturen des Quark-Gluon-Plasmas*.

Eine dieser Signaturen ist, dass das System deutlich länger Teilchen emittiert, wenn ein Quark-Gluon-Plasma erzeugt wurde. Man erwartet daher, dass ab einer bestimmten Kollisionsenergie die kritische Energiedichte erreicht wird und die Emissionsdauer deutlich größer ist als bei niedrigeren Kollisionsenergien. Diese längere Emissionsdauer könnte durch Teilcheninterferometrie sichtbar gemacht werden. Beim Vergleich der HBT-Ergebnisse verschiedener Energien konnte die erwartete längere Lebensdauer jedoch noch nicht gemessen werden. Da aber viele andere Observablen in Übereinstimmung deutliche Anzeichen für die Existenz eines Übergangs zur Erzeugung des Quark-Gluon-Plasmas liefern, stellt sich die Frage, ob verstanden ist, wie die HBT-Parameter die charakteristischen Eigenschaften einer Schwerionenkollision beschreiben. Ein Ansatz, der neue Erkenntnisse im Hinblick auf diese Fragestellung bringen könnte, ist, zu untersuchen, wie sich die HBT-Parameter als Funktion der Größe des Kollisionssystems verhalten. Da man davon ausgeht, dass die Radien direkt ein Maß für die Größe der Teilchenquelle im Endzustand sind, erwartet man, dass sie mit der Systemgröße zunehmen, was zunächst trivial erscheint. Interessanter wird diese Betrachtung jedoch, wenn man gleiche Ausgangs-

---

<sup>1</sup>Häufig verwendet man in der Schwerionenphysik auch die Einheit  $A \text{ GeV}$  als Maß für Strahlenergie, wobei  $A$  die Anzahl der Projektilnukleonen ist. Ein Strahl mit der Energie von  $158 A \text{ GeV}$  hat daher eine Energie von  $158 \text{ GeV}$  pro Nukleon.



systeme bei unterschiedlichen Energien untersucht: Da bei höherer Kollisionsenergie mehr Teilchen produziert werden, liegt es nahe zu erwarten, dass die Teilchenquelle im Endzustand der Kollision größer ist und man somit auch größere HBT-Radien misst. In der vorliegenden Arbeit soll dieser Ansatz weiter verfolgt werden, in dem die Zentralitätsabhängigkeit der HBT-Radien für zwei Kollisionsenergien untersucht werden.

Diese Arbeit ist die Fortsetzung der Diplomarbeit von Stefan Kniege[28]. Während dort die Energieabhängigkeit der HBT-Radien untersucht wurde, wird hier die Zentralitätsabhängigkeit untersucht. Die verwendeten Daten wurden mit dem NA49-Experiment am SPS-Beschleuniger im CERN aufgenommen.

Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit den physikalischen Grundlagen des Messprinzips. Darauf folgt eine Beschreibung des NA49 Experiments und der Datenrekonstruktion. Im darauf folgenden Kapitel wird die Datenanalyse erläutert. Im Kapitel 6 werden die Ergebnisse vorgestellt und mit den Ergebnissen anderer Experimente verglichen. Abschließend folgt eine Zusammenfassung der Arbeit. Im Anhang folgt eine Beschreibung der in der Schwerionenphysik relevanten kinematischen Variablen und eine Zusammenstellung der für die Analyse relevanten Graphen.

## *1 Einleitung*

# 2 Teilcheninterferometrie

## 2.1 Bose-Einstein-Korrelationen

Die Wahrscheinlichkeit, ein Paar identischer Teilchen 1 und 2 mit den Orts- und Impulskordinaten  $x_1, x_2, p_1$  und  $p_2$  zu produzieren, wird durch das Absolutquadrat der Zweiteilchen-Wellenfunktion  $|\Psi_{12}|^2 = |\Psi(x_1, x_2, p_1, p_2)|^2$  beschrieben. Gilt für beide Teilchen

$$\Delta x \Delta p = |x_2 - x_1| |p_2 - p_1| \leq \hbar/2$$

so kommt die Heisenbergsche Unschärferelation zum tragen: Es lässt sich nicht mehr unterscheiden, ob Teilchen 1 mit dem Impuls  $p_1$  in  $x_1$  oder in  $x_2$  erzeugt wurde. Gleiches gilt für das Teilchen 2 mit dem Impuls  $p_2$  (Abbildung 2.1). Die Ununterscheidbarkeit beider Szenarien entspricht der Tatsache, dass die Produktionswahrscheinlichkeit sich nicht ändert, wenn man die Indices beider Teilchen vertauscht. In der quantenmechanischen Beschreibung drückt sich dies in der Invarianz des Absolutquadrates des Zweiteilchenzustandes unter Vertauschung der Teilchenindices aus.

$$|\Psi_{12}|^2 = |\Psi_{21}|^2$$

Daraus folgt für die Zweiteilchen-Wellenfunktion, dass sie entweder symmetrisch oder antisymmetrisch unter Vertauschung sein muss. Die Zweiteilchen-Wellenfunktion lässt sich aus den Einteilchen-Wellenfunktion  $\psi_1(x, p)$  und  $\psi_2(x, p)$  beschreiben. Die Forderung (2.1) wird speziell durch die Linearkombinationen

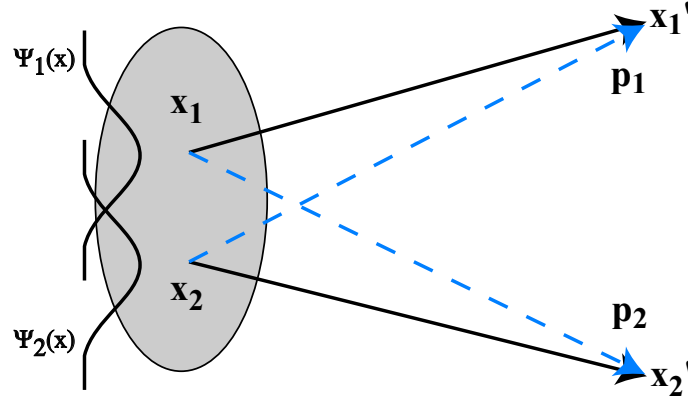
$$\Psi_{12}(x_1, p_1, x_2, p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(x_1, p_1)\psi_2(x_2, p_2) - \psi_1(x_2, p_2)\psi_2(x_1, p_1)) \quad (2.1)$$

oder

$$\Psi_{12}(x_1, p_1, x_2, p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(x_1, p_1)\psi_2(x_2, p_2) + \psi_1(x_2, p_2)\psi_2(x_1, p_1)) \quad (2.2)$$

erfüllt. Gleichung (2.1) ist antisymmetrisch unter Vertauschung und beschreibt den Zweiteilchenzustand identischer Fermionen, während Gleichung (2.2) symmetrisch unter Vertauschung ist und den Zweiteilchenzustand identischer Bosonen beschreibt. Aus Gleichung (2.1) folgt, dass die Wahrscheinlichkeit, zwei Fermionen im selben quantenmechanischen Zustand anzutreffen gleich Null ist. Dieser Sachverhalt ist auch im Pauli-Prinzip formuliert, das grundlegend für das Verständnis des Aufbaus von Atom und Atomkern ist.

## 2 Teilcheninterferometrie



Quelle: [28]

Abbildung 2.1: Mögliche Szenarien, die zur Messung eines Paares mit den Impulsen  $p_1$  und  $p_2$  führen können.

In der vorliegenden Arbeit werden Korrelationen von Pionen untersucht. Da Pionen Bosonen sind, wird dieser Fall im Folgenden genauer betrachtet.

Aus Gleichung (2.2) folgt, dass die Wahrscheinlichkeit, ein Paar von Pionen im selben quantenmechanischen Zustand zu produzieren doppelt so groß ist, wie das Produkt der Absolutquadrate der Einteilchen-Wellenfunktionen, dass der klassischen Erwartung für nicht korrelierte, unterscheidbare Teilchen entspricht[28].

$$|\Psi_{12}(x, p, x, p)|^2 = \left| \frac{2}{\sqrt{2}} \psi_1(x, p) \psi_2(x, p) \right|^2 = 2 |\psi_1(x, p)|^2 |\psi_2(x, p)|^2$$

Diese Erhöhung der Erwartung gegenüber der klassischen Erwartung wird als *Bose-Einstein-Korrelation* bezeichnet. Aus ihr folgt, dass man eine höhere Produktionswahrscheinlichkeit für Paare von Bosonen mit niedrigem Orts- und Impulsunterschied mit  $\Delta x \Delta p \leq \hbar/2$  hat. Geht man nun davon aus, dass die Teilchenproduktion in einem begrenzten Volumen mit der Längenskala  $\Delta x$  stattfindet, so kann man durch Messung der Impulskorrelationen von Teilchenpaaren Rückschlüsse über die räumliche Ausdehnung der Teilchenquelle gewinnen, die typischerweise in der Größenordnung der Ausdehnung von Atomkernen liegt (Größenordnung etwa 10 fm). Um diese Impulskorrelationen zu quantifizieren, definiert man die Korrelationsfunktion  $C_2(p_1, p_2)$  als das Verhältnis der Impulsverteilung korrelierter Paare  $P_2(p_1, p_2)$  zum klassischen Erwartungswert für unkorrelierte Paare, der dem Produkt der Einzelteilchenimpulsverteilungen  $P(p_1)P(p_2)$  entspricht

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{P_2(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)}.$$

Für Bosonenpaare mit dem gleichen Impuls und Emissionsort müsste daher nach obigen Betrachtungen die Korrelationsfunktion den Wert 2 annehmen.

## 2.2 Die Korrelationsfunktion

In diesem Kapitel soll kurz beschrieben werden, wie man mit der Korrelationsfunktion die Raumzeitstruktur der Teilchenquelle untersuchen kann. Für eine ausführlichere Beschreibung der Herleitungen sei auf Referenz [39] verwiesen.

Betrachten wir eine Teilchenquelle. Die Wahrscheinlichkeit, am Punkt  $x$  ein Teilchen mit dem Impuls  $p$  zu erzeugen werde beschrieben durch die Phasenraumquellendichte  $S(x, p)$ . Die Propagation eines Teilchens, das am Ort  $x$  mit dem Impuls  $k$  zum Punkt  $x'$ , an dem das Teilchen im Detektor registriert wird, wird beschrieben durch die Propagationsamplitude  $\psi(k; x \rightarrow x')$ . Diese lässt sich in guter Näherung durch eine ebene Welle beschreiben

$$\psi(k; x \rightarrow x') \approx e^{i(x-x')}$$

Um dieser Trajektorie zu folgen, muss das Teilchen zuerst im Punkt  $x$  mit dem Impuls  $k$  produziert werden. Die Wahrscheinlichkeit dafür wird beschrieben durch die Propagationsamplitude, die sich durch ihren Betrag  $A(k, x)$  und einen komplexen Anteil mit Propagationsphase  $\phi(x)$  beschreiben lässt:

$$A(k, x)e^{i\phi(x)}$$

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude, ein Teilchen am Ort  $x$  zu registrieren, ergibt sich aus dem Produkt der beiden Amplituden:

$$A(k, x)e^{i\phi(x)}e^{ik(x-x')}$$

Die Produktionsphase ist dabei entscheidend für die Kohärenz der Quelle. Ist sie eine Zufallsfunktion des Ortes, sind also die Produktionsphasen der einzelnen Produktionspunkte statistisch unkorreliert, so spricht man von einer *chaotischen Quelle*. Gibt es eine Korrelation der Produktionsphasen zwischen den benachbarten Emissionspunkten, so spricht man von einer *kohärenten Quelle*. Für chaotische Quellen kann man unter Ausnutzung der Symmetrisierungsvorschrift identischer Bosonen (2.2) zeigen [39], dass zwischen der Korrelationsfunktion und der Phasenraumquellfunktion folgender Zusammenhang besteht

$$C_2(k_1, k_2) = C_2(q) = 1 + |\tilde{\rho}(k, x)|^2 . \quad (2.3)$$

Dabei ist  $\tilde{\rho}(x, k) = \int dx e^{iqx} \rho_{\text{eff}}(x; k_1, k_2)$  die Fouriertransformierte der effektiven Dichte  $\rho_{\text{eff}}(x; k_1, k_2)$  mit

$$\begin{aligned} \rho_{\text{eff}}(x; k_1, k_2) &= \frac{\rho(x)A(k_1, x)A(k_2, x)}{\sqrt{\rho(k_1)\rho(k_2)}} \\ &= \frac{\sqrt{S(k_1, x)S(k_2, x)}}{\sqrt{\int dx_1 S(k_1, x_1) \int dx_2 S(k_2, x_2)}} \end{aligned}$$

### 2.2.1 Statische Quellen

Ein einfacher Spezialfall einer Teilchenquelle ist der einer statischen Quelle ohne Orts-Impuls-Korrelationen. In diesem Fall kann man die Phasenraumverteilung in einem ortsabhängigen und einen impulsabhängigen Faktor separieren

$$S(x, k) = \rho(x)A(k). \quad (2.4)$$

Man kann zeigen, dass in diesem Fall die effektive Dichte mit der Dichte der Quelle übereinstimmt

$$\rho_{\text{eff}}(x, k_1, k_2) = \rho(x)$$

Statische Quellen ohne Orts-Impulskorrelationen lassen sich also direkt mit der Korrelationsfunktion vermessen.

Als Beispiel für eine statische Quelle betrachten wir eine gaußförmige Quelle, die im Schwerpunktsystem durch

$$\rho(x) = \frac{N}{4\pi^2 R_x R_y R_z \sigma_t} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2R_x^2} - \frac{y^2}{2R_y^2} - \frac{z^2}{2R_z^2} - \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \right\}$$

beschrieben wird. Dabei ist  $N$  eine Normalisierungskonstante,  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  sind die Breiten der Gaußfunktion in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung und  $\sigma_t$  ist die Emissionsdauer der Quelle. Für die Korrelationsfunktion der Quelle folgt daraus

$$C_2(q) = 1 + N e^{-R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2}$$

Es ist offensichtlich, dass die Radien der Quelle, der reziproken Breiten der Korrelationsfunktion entsprechen. Man bezeichnet die Parameter  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  und  $\sigma_t$  daher auch als *HBT-Radien*.

### 2.2.2 Expandierende Quellen

Die Annahme einer statischen Teilchenquelle erwies sich für Schwerionenkollisionen wegen der Expansion der Teilchenquelle als unrealistisch. Bei expandierenden Quellen liegen Orts-Impuls-Korrelationen vor, d.h. die Impulsverteilung ist abhängig von der Ortsverteilung. Daher ist eine Separation der Phasenraumquellendichte wie in Gleichung (2.4) nicht mehr möglich. Man kann also nicht mehr die gesamte Teilchenquelle mit der Korrelationsfunktion direkt „vermessen“. Es ist jedoch jetzt möglich, die Orts-Impuls-Korrelationen mittels Teilcheninterferometrie zu analysieren, in dem man die HBT-Radien für verschiedene Impuls-Bereiche bestimmt. Die HBT-Radien vermessen somit die dem Impulsbereich entsprechenden räumlichen Bereich der Quelle. Da sie jetzt nicht mehr den tatsächlichen „Radien“ der Teilchenquelle entsprechen, werden sie auch *Homogenitätslängen* genannt.

### 2.2.3 Kohärente und teilweise kohärente Quellen

Man kann zeigen, dass für kohärente Quellen die Zweiteilchenimpulsverteilung mit dem Produkt der Einteilchenimpulsverteilungen übereinstimmt[39]

$$P_2(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2)$$

Daher gilt für die Korrelationsfunktion

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)} = 1$$

Es ist also keine Erhöhung gegenüber der Einteilchenimpulsverteilung zu beobachten. Um den Fall teilweise kohärenter Quellen zu berücksichtigen führt man den so genannten Chaotizitätsparameter  $\lambda$  in die Parametrisierung der Korrelationsfunktion ein. Einer vollständig chaotische Quelle entspricht dabei  $\lambda = 1$  und einer vollständig kohärente Quelle entspricht  $\lambda = 0$ . Mit dem oben aufgeführten Beispiel einer Parametrisierung der Korrelationsfunktion erhält man unter Berücksichtigung des Chaotizitätsparameters

$$C_2(q) = 1 + \lambda N e^{-R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2 - \sigma_t^2 q_t^2}$$

### 2.2.4 Gaussche Parametrisierung der Korrelationsfunktion

In Kapitel 2.2 wurde der Zusammenhang zwischen Korrelationsfunktion und Emissionsfunktion hergestellt. Aus der Annahme, dass die Impulsdifferenz  $q$  klein gegenüber dem mittleren Paarimpuls  $k$  ist, folgt  $k_1 \approx k_2$  und man kann für (2.3) schreiben

$$C_2(q, k) \approx 1 + \frac{|\int d^4x e^{iqx} S(k, x)|^2}{|\int d^4x S(k, x)|^2} \quad (2.5)$$

Da Pionen reelle Teilchen sind, müssen sie der Beziehung  $E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$  genügen. Diese Bedingung bezeichnet man auch als *mass shell constraint*. Sie bedeutet, dass die Viererimpulskomponenten von  $k$  voneinander abhängig sind. Diese Relation lässt sich beispielsweise ausdrücken durch[28]

$$q_0 = 2 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{k_0} = \beta \cdot \mathbf{q} \quad (2.6)$$

Es ist daher nicht möglich, aus der Umkehrung der Gleichung (2.5) die Emissionsfunktion zu erhalten. Um über die HBT-Radien der Korrelationsfunktion Aussagen über die Emissionsfunktion machen zu können, ist es daher notwendig, einige Modellannahmen über die Quelle zu machen. Zunächst nimmt man an, dass sich die Emissionsfunktion näherungsweise durch eine Gaußfunktion um den Emissionsschwerpunkt  $\bar{x}(k)$  beschreiben lässt

$$S(x, k) \approx S(x, k) e^{-\frac{1}{2} \tilde{x}^\mu(k) B_{\mu\nu}(k) \tilde{x}^\nu(k)} \quad (2.7)$$

## 2 Teilcheninterferometrie

mit  $\tilde{x}^\mu(k) = x^\nu(k) - \bar{x}^\nu(k)$ . Dabei sind  $\bar{x}^\mu(k) = \langle x^\mu \rangle = \frac{\int d^4x x^\mu S(x,k)}{\int d^4x S(x,k)}$  der Emissionsschwerpunkt für Teilchen mit dem Impuls  $k$  und  $B_{\mu\nu}$  sind die Elemente des Krümmungstensors. Die Elemente des inversen Krümmungstensors  $(B^{-1})_{\mu\nu}$  sind die Raum-Zeit-Varianzen der Korrelationsfunktion.

$$(B^{-1})_{\mu\nu} = \langle \tilde{x}_\mu \tilde{x}_\nu \rangle(k)$$

Mit Gleichung (2.5) kann man zeigen, dass diese Varianzen die HBT-Radien der Korrelationsfunktion sind

$$C_2(q, k) = 1 + \lambda(k) e^{-q_\mu q_\nu \langle \tilde{x}^\mu \tilde{x}^\nu \rangle(k)} \quad (2.8)$$

Offensichtlich lassen sich für gegebenen mittleren Paarimpuls  $k$  mit der Korrelationsfunktion zwar die räumlichen und zeitlichen Breiten der Korrelationsfunktion vermessen, jedoch erhält man keine Information über die mittlere Emmissionsortszeit  $\bar{x}$ .

### Pratt-Bertsch-Parametrisierung

Die Parametrisierung der Korrelationsfunktion nach Pratt[35] und Bertsch[5] ermöglicht die Ausnutzung azimuthaler Symmetrie und nimmt für den Spezialfall einer longitudinal-boostinvarianten Quelle [7] eine einfache Form an. Die Dreierimpulsdifferenz  $\mathbf{q}$  wird dabei folgendermaßen in eine longitudinale Komponente  $q_{\text{long}}$  und zwei transversale Komponenten  $q_{\text{out}}$  und  $q_{\text{side}}$  zerlegt (Abbildung 2.2).

$$\mathbf{q} = (q_{\text{side}}, q_{\text{out}}, q_{\text{long}})$$

mit

$$\begin{aligned} q_{\text{out}} &= \frac{|\mathbf{q}_t \cdot \mathbf{k}_t|}{|\mathbf{k}_t|} \\ q_{\text{side}} &= \frac{|\mathbf{q}_t \times \mathbf{k}_t|}{|\mathbf{k}_t|} \\ q_{\text{long}} &= p_{z,1} - p_{z,2} \end{aligned}$$

wobei

$$\mathbf{k}_t = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_{t1} + \mathbf{p}_{t2}) = \frac{1}{2}(p_{x,1} + p_{x,2}, p_{y,1} + p_{y,2}, 0)$$

der mittlere Transversalimpuls und

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{p}_{t1} - \mathbf{p}_{t2} = (p_{x,1} - p_{x,2}, p_{y,1} - p_{y,2}, 0)$$

die transversale Impulsdifferenz sind. In diesem System nimmt das mass-shell-constraint (2.6) die Form

$$q_0 = \beta \cdot \mathbf{q} = \beta_{\text{out}} q_{\text{out}} + \beta_{\text{long}} q_{\text{long}}$$





## 2 Teilcheninterferometrie

charakterisiert  $R_{\text{long}}$  die longitudinale Breite des Emissionsbereiches.  $R_{\text{out}}$  charakterisiert die Breite relativ zur transversalen Emissionsrichtung und  $R_{\text{side}}$  die Breite senkrecht dazu. Die geometrische Bedeutung der Radien  $R_{\text{side}}$  und  $R_{\text{out}}$  ist in Abbildung 2.3 veranschaulicht.

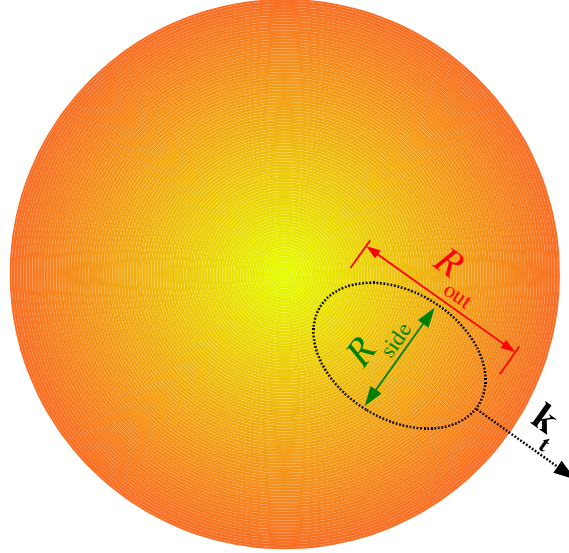


Abbildung 2.3: Veranschaulichung der geometrischen Bedeutung der transversalen HBT-Radien  $R_{\text{side}}$  und  $R_{\text{out}}$

### 2.2.5 Zusammenhang zwischen kollektiver Expansion, Temperatur und der $k_t$ -Abhängigkeit der Radien

Mit der Impulsabhängigkeit der HBT-Radien lassen sich die Orts-Impuls-Korrelationen der Teilchenquelle untersuchen. Die Hauptursache für das Zustandekommen dieser Orts-Impuls-Korrelationen ist ein kollektives Expansionsverhalten (Fluss). Kollektive Expansion bedeutet, dass sich die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen nicht nur aus der Temperatur (zufällige Bewegung), sondern auch aus der Geschwindigkeit des emittierenden Quellelementes ergibt. Da wegen der endlichen Temperatur bei Schwerionenkollisionen dieser kollektiven Bewegung immer eine zufällige Bewegung überlagert ist, kann man mittels Teilcheninterferometrie nur das Zusammenwirken beider Effekte messen. Der Zusammenhang zwischen den gemessenen HBT-Radien und wichtigen physikalischen Eigenschaften der Quelle lässt sich durch die Annahme eines Modells der Emissionsfunktion herstellen.

Ein weitverbreitetes Modell der Emissionsfunktion ist gegeben durch[27][23]

$$S(x, k) = \frac{m_t \cosh(\eta - Y)}{8\pi^4 \Delta\tau} e^{-\frac{k \cdot u(x)}{T(x)}} e^{-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{2(\Delta\tau)^2}} e^{-\frac{(\eta - \eta_0)^2}{2(\Delta\eta)^2}} \quad (2.15)$$

## 2.2 Die Korrelationsfunktion

Wobei  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $\eta = 1/2 \ln((t+z)/(t-z))$  und  $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$  die Raumzeitkoordinaten  $x^\mu$  und  $y = 1/2 \ln((E+k)/(E-k))$ ,  $m_t = \sqrt{m^2 + k_t^2}$  die Paarimpulse parametrisieren.  $R$  ist der transversale Radius der Quelle,  $\tau_0$  ist die Freeze-out-Eigenzeit und  $\Delta\tau$  ist die mittlere Emissionsdauer.  $\Delta\eta$  ist ein Maß für die longitudinale Ausdehnung der Teilchenquelle.

Die Raumzeitkorrelationen durch kollektive Expansion und Temperatur gehen in die Gleichung (2.15) über den Faktor  $\exp(-k \cdot u(x)/T(x))$  ein. Dabei ist  $T(x)$  das Temperatur- und  $u(x)$  das Geschwindigkeitsfeld der Teilchenquelle. Es bietet sich an, das Geschwindigkeitsfeld in der Form

$$u(x) = (\cosh \eta_l \cosh \eta_t, \sinh \eta_t \mathbf{e}_t, \sinh \eta_l \cosh \eta_t)$$

mit der longitudinalen und transversalen Flussrapidity  $\eta_l(x)$  und  $\eta_t(x)$  zu zerlegen. Für die longitudinale Expansion nimmt man ein boost-invariantes Expansionsverhalten an, daher ist die longitudinale Flussrapidity gegeben durch die Rapidity, die sich aus der longitudinalen Expansionsgeschwindigkeit  $v_l \propto z/t$  der Pionen ergibt. Beim transversalen Fluss geht man davon aus, dass die transversale Flussrapidity mit dem transversalen Abstand  $r$  skaliert

$$\eta_t(x) = \eta_f(x)(r/R)$$

wobei  $\eta_f$  ein Skalierungsparameter ist. Unter Verwendung von Gleichung (2.7) lässt sich der Zusammenhang von  $R$ ,  $T$ ,  $\tau_0$ ,  $\Delta\tau$  und  $\eta_f$  zu den gemessenen HBT-Radien herstellen. Dabei erhält man folgende Näherungen[27][23]

$$R_{\text{side}}(m_t) \approx \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{m_t}{T}}} \quad (2.16)$$

$$R_{\text{long}}(m_t) \approx \tau_0 \sqrt{\frac{T}{m_t}} \quad (2.17)$$

$$R_{\text{out}}(\mathbf{k}) - R_{\text{side}}(\mathbf{k}) \approx \beta_{\text{out}} \Delta\tau \quad (2.18)$$

Bei den Gleichungen (2.16) und (2.17) wird deutlich, dass zur Bestimmung der drei Parameter  $R$ ,  $\eta_f$ ,  $T$ ,  $\tau_0$  entweder  $T$  und  $\tau_0$  oder  $\eta_f$  bekannt sein müssen. Ebenso muss bei Gleichung (2.18) zur Bestimmung der Parameter  $\beta_{\text{out}}$  und  $\Delta\tau$  einer der beiden Parameter bekannt sein. Die Unbestimmtheit der Gleichungen (2.16) bis (2.18) lässt sich lösen, indem man andere Observablen zur Hilfe nimmt. So lassen sich zum Beispiel die Temperatur  $T$  und die transversale Expansionsgeschwindigkeit  $\beta_{\text{out}}$  aus den Transversalimpulsspektren ableiten. In [31] wird eine Methode entwickelt, bei der die Quellparameter abgeleitet werden, indem man die  $k_t$ -Abhängigkeit der HBT-Daten und die Transversalimpulsspektren gleichzeitig anpasst.

## 2 Teilcheninterferometrie

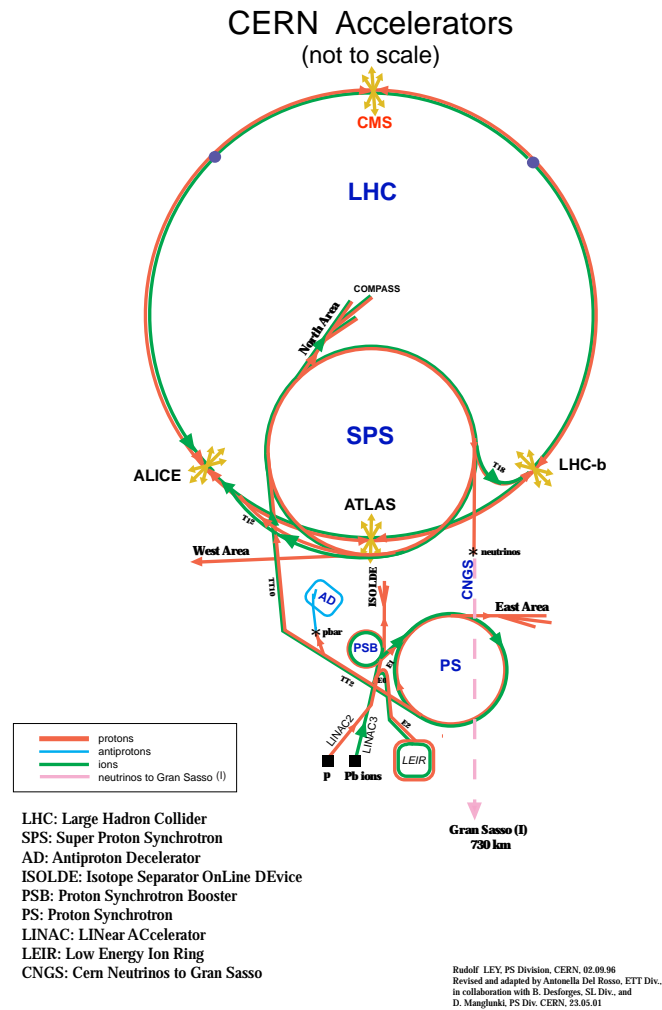
## 3 Das Experiment NA49

Das NA49 Experiment ist das Nachfolgeexperiment von NA35, mit dem Hadronenproduktion bei Schwerionenkollisionen leichter Kerne wie Schwefel untersucht wurde, und befindet sich in der “north area” des europäischen Kernforschungszentrums für Teilchenphysik (CERN) am H2-Strahl des Super Proton Synchrotron (SPS). NA49 wurde konzipiert, um Hadronenproduktion auch bei ultrarelativistischen Kollisionen schwerer Kerne bis hin zu Blei untersuchen zu können. Dabei stellt sich das Problem, dass die hohe Anzahl der produzierten geladenen Teilchen zu einer sehr hohen Spurdichte im Detektor führt. So entstehen für ein zentrales Blei-Blei-Ereignis im Mittel ungefähr 2000 geladene Teilchen. Um diese hohe Spurdichte bewältigen zu können, müssen Detektoren mit sehr guter Ortsauflösung verwendet werden. Außerdem sollte die Rekonstruktion der Spuren weitgehend automatisiert werden. Weitere Forderungen, denen NA49 genügen sollte, waren eine große Akzeptanz, gute Impulsauflösung und Teilchenidentifikation. Diese Forderungen wurden durch drei Spurdriftkammern (Time Projection Chambers, TPCs) als Hauptdetektorkomponente realisiert. Das folgende Kapitel soll einen Überblick über die Detektorkomponenten des NA49-Experiments geben. Für eine detailliertere Beschreibung sei auf [21] verwiesen.

### 3.1 Der Strahl des SPS

Um Bleistraahlen mit der maximalen SPS-Energie von 158 GeV pro Nukleon zu erhalten, werden in der Ionenquelle Bleiionen mit niedrigem Ladungszustand erzeugt. Diese werden dann durch einen Linearbeschleuniger (LINAC) und dann von einem RFQ (“Radio Frequency Quadrupole”) vorbeschleunigt und durch drei aufeinanderfolgende Synchotrons geleitet (Abbildung 3.1): Dem Proton Synchrotron Booster (PSB), dem Proton Synchrotron und dem Super Proton Synchrotron (SPS). Die maximale Energie eines Beschleunigers hängt bei gegebenem Magnetfeld vom Verhältnis von Ladung zu Masse des Projektils ab. Um Bleiionen mit möglichst hoher Energie zu beschleunigen, müssen sie in einem sehr hohen Ladungszustand vorliegen. Für einen Strahl mit der Energie von 158 GeV pro Nukleon werden daher vollständig ionisierte Bleiionen ( $\text{Pb}^{82+}$ ) verwendet. Da die Ionenquelle[1] nur Ionen mit relativ niedriger Ladung liefert (maximal  $\text{Pb}^{27+}$ ), muss der Ladungszustand der Ionen nach der Extraktion aus der Quelle während der Beschleunigung erhöht werden. Dies geschieht, indem man den Strahl während des mehrstufigen Beschleunigungsprozesses bei unterschiedlichen Energien durch so genannte Stripperfolien leitet, bei dem die Strahlteilchen durch inelastische Stöße mit dem Folienmaterial

### 3 Das Experiment NA49



Quelle: CERN-Homepage

Abbildung 3.1: Beschleunigerstruktur am CERN

weiterionisiert werden.

Zum Vergleich mit den Kern-Kern-Kollisionen wurden unter anderem auch Proton-Proton Daten bei gleicher Energie pro Nukleon aufgenommen. In diesem Falle lässt man einen Protonenstrahl mit der vollen SPS-Energie von 400 GeV auf ein Beryllium-Target auftreffen und selektiert die entstandenen Teilchen nach der Ablenkung im Magnetfeld. Auf diese Weise werden beispielsweise auch Pionenstrahlen erzeugt.

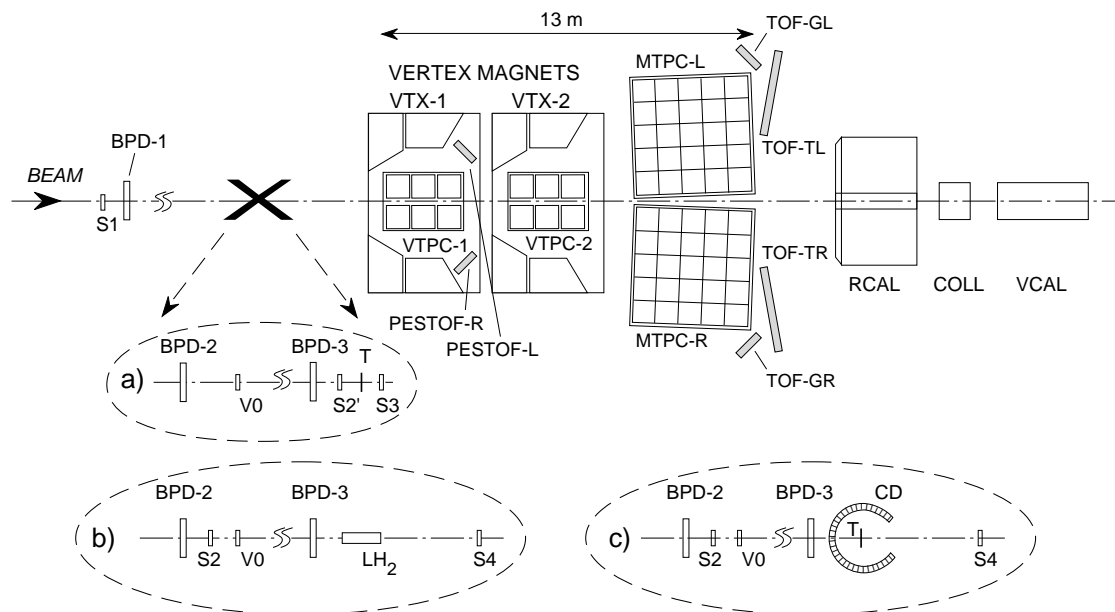
Neben dem 158 A GeV Blei-Strahl sind beim SPS-Beschleuniger auch niedrigere Strahlenergien möglich. So gab es neben dem genannten 158 A GeV Blei-Strahl noch Blei-Strahlen der Energien 20 A, 30 A, 40 A und 80 A GeV.

## 3.2 Das NA49 Koordinatensystem

Das NA49 Koordinatensystem ist definiert als ein rechtshändiges Koordinatensystem, bei dem die  $z$ -Achse entlang der Strahlachse und die  $y$ -Achse entlang der Driftichtung der Elektronen im Driftfeld der TPCs zeigt, was in diesem Falle nach oben ist. Die Richtung der  $x$ -Achse ergibt sich aus der Forderung nach Rechtshändigkeit und zeigt von der Strahlrichtung aus gesehen nach links. Den Koordinatenursprung definiert man in die Mitte der Vertex-TPC-2.

## 3.3 Experimenteller Aufbau

Die Hauptkomponente des NA49 Experiments (Abbildung: 3.2) sind die vier Spurdriftkammern (Die Vertex-TPCs VTPC-1, VTPC-2 und die Main-TPCs MTPC-L, MTPC-R) zur Bestimmung der Impulse durch Messung der Krümmung der Spur im Magnetfeld und Identifikation der Teilchen anhand ihres Energieverlusts im Detektorgas. Die ersten beiden dieser Detektoren befinden sich innerhalb der Magnet-



Quelle: [21]

Abbildung 3.2: Experimenteller Aufbau des NA49-Experimentes für

- a) Kern-Kern-,
- b) Proton-Proton- und
- c) Proton-Kern-Kollisionen.

felder der beiden Vertex-Magneten (VTX-1 und VTX-2), die die Teilchenspuren je nach ihrem Impuls und Ladung krümmen. Vor den Vertex-TPCs befindet sich

ein Satz von Detektoren zur Bestimmung der Strahlposition (BPD-1, BPD-2 und BPD-3), mehrere Strahlteilchenzähler (S1, S2' und S3) und das Target (T). Auf ungefähr gleicher Höhe wie die TPCs befinden sich die Flugzeitdetektoren (PESTOF-L, PESTOF-R, TOF-GL, TOF-GR, TOF-TL und TOF-TR), die der Teilchenidentifikation dienen. Hinter den TPCs befindet sich das Ringkalorimeter zur Bestimmung der transversalen Energie (RCAL), der Kollimator (COLL) und das Vetokalorimeter zur Bestimmung der Zentralität (VCAL). Der Kollimator dient dazu, die Teilchen, die keine Projektilspektatoren oder Projektilfragmente sind, vor dem Vetokalorimeter abzuschirmen. Die eben aufgezählten Detektorkomponenten sollen im Folgenden beschrieben werden werden.

#### 3.3.1 Strahlzähler und Beamtrigger

Vor dem Target befindet sich ein Satz von Detektoren zum Nachweis von Strahlteilchen (Beamtrigger). Bei der Kern-Kern-Konfiguration von NA49 sind das die Detektoren S1, S2' und V0. Bei den Detektoren S1 und S2' handelt es sich um Čerenkov-Zähler. Sie messen die Intensität des Čerenkov-Lichts, die bei Teilchen mit gegebener Geschwindigkeit proportional zum Quadrat seiner Ladung ist. Wird das Signal eines Čerenkov-Zählers kleiner als ein gewisser Schwellenwert, so ist es demnach unwahrscheinlich, dass der Detektor von einem Strahlteilchen durchquert wurde. Beim V0-Detektor handelt es sich um einen ringförmigen Szintillationszähler, der um die Strahlachse angebracht ist. Die Bedingung, dass ein Teilchen als Strahlteilchen akzeptiert wird ist, dass in S1 und S2' gleichzeitig ein Signal gemessen wird, aber kein Signal in V0:

$$\text{Beamtrigger} = S1 \cdot S2 \cdot \overline{V0} \quad (3.1)$$

Das Target befindet sich bei der Kern-Kern-Konfiguration innerhalb des S3-Detektors. Dabei handelt es sich um einen weiteren Čerenkov-Zähler, der baugleich mit dem S2'-Zähler ist. Seine Aufgabe besteht darin, mittels der Intensität des hinter dem Target entstandenen Čerenkov-Lichts zu entscheiden, ob ein Strahlteilchen eine Wechselwirkung mit dem Targetmaterial hatte. Weiteres dazu in Kapitel 3.4.

#### 3.3.2 Strahlpositionsdetektoren

Zur Bestimmung der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten eines Ereignisses befinden sich vor dem Target drei Strahlpositionsdetektoren (**B**eam **P**osition **D**etektors, BPDs). Dabei wird die Strahlteilchentrajektorie aus den einzelnen Koordinaten der BPDs bestimmt und zur Targetebene hin extrapoliert. Bei den BPDs handelt es sich um Vieldraht-Proportionalkammern mit Kathodenauslese und einer Fläche von  $3.2 \text{ cm} \times 3.2 \text{ cm}$ . Bei den Kathoden handelt es sich um aluminiumbeschichtete Mylarstreifen. In jedem Detektor sind drei Kathodenebenen mit abwechselnd horizontaler und vertikaler Ausrichtung angebracht, um beide Dimensionen auslesen zu können. Zwischen den Kathodenebenen befinden sich die Anodenebenen aus Wolframdrähten. Die Genauigkeit der Extrapolation der Beamteilchentrajektorie zur Targetebene beträgt  $40 \mu\text{m}$



für Pb-Strahlen und  $170\ \mu\text{m}$  für p-Strahlen.

### 3.3.3 Vertex-Magneten

Da es sich bei NA49 um ein so genanntes Fixed-Target-Experiment handelt, bei dem der Projektilstrahl auf ein feststehendes Target trifft, bewegt sich bei einer Schwerionenkollision der Schwerpunkt der Reaktionszone mit der Schwerpunktschwindigkeit von Projektil- und Targetkern in Strahlrichtung weiter. Bei SPS-Energien sind die Transversalkomponenten der Impulse der entstandenen Teilchen klein verglichen mit den longitudinalen Komponenten. Das hat zur Folge, dass sie in einem relativ kleinen Raumwinkel um die Strahlachse fliegen, was die Trennung der Teilchenspuren mit einem Detektor technisch sehr erschwert. Daher werden die Teilchen bei NA49 durch zwei supraleitende Vertex-Magneten aufgefächert. Da für ein Teilchen mit gegebener Ladung die Ablenkung im Magnetfeld eine Funktion des Teilchenimpulses ist, kann man bei genauer Kenntnis des Magnetfeldes die Impulse der Teilchen aus der Bahnkrümmung erhalten. Die Vertex-Magnete von NA49 haben jeweils eine Länge von 3.7 m und eine Breite von 5.7 m und haben ein Einzelgewicht von 450 t. Bei jedem Magneten gibt es eine Lücke von 1 m zwischen der oberen und der unteren Spule, indem sich die Vertex-TPCs befinden. Die Magneten werden mit einem Strom von jeweils bis zu 5000 A betrieben und haben eine magnetische Feldstärke von bis zu 1.5 Tesla. Da das Magnetfeld inhomogen ist, ist die Bestimmung der Teilchenimpulse aus der Bahnkrümmung keine triviale Aufgabe. Man muss die Ortsabhängigkeit der magnetischen Feldstärke möglichst genau kennen. Aus diesem Grund wurde das Magnetfeld für die Standardkonfiguration für 158 A GeV mit zwei voneinander unabhängigen Methoden ermittelt. So wurde es mit Hall-Sonden in 4 cm Schritten in jeder Dimension vermessen und mit der TOSCA-Methode aus der gegebenen Geometrie der Magneten berechnet. Die Ergebnisse beider Methoden stimmen bis auf 0.5 % miteinander überein.

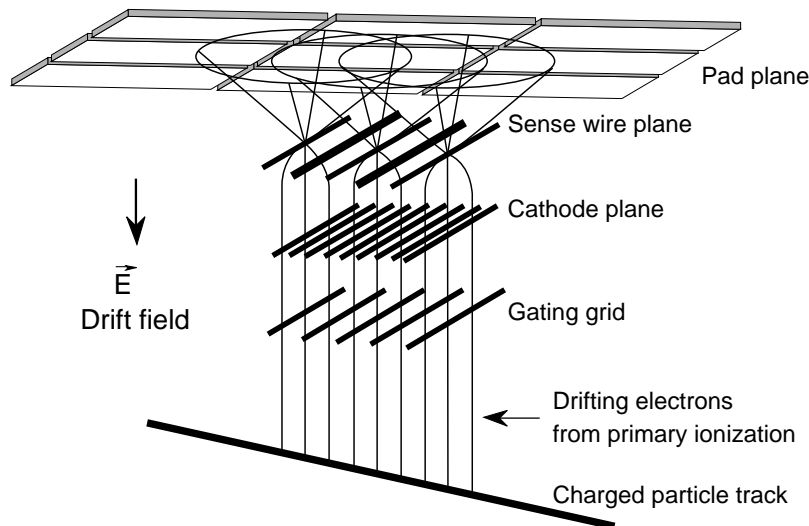
Bei niedrigeren Energien haben auch die Strahlteilchen einen niedrigeren Impuls und werden somit stärker im Magnetfeld abgelenkt. Das hätte zur Folge, dass der Strahl nicht mehr durch den Zwischenraum beider TPCs ging, sondern direkt durch die TPC und dort sehr große Raumladungen erzeugen würde. Aus diesem Grund wird das Magnetfeld mit der Strahlenergie skaliert. So stellt man für 80 A GeV das Magnetfeld so ein, dass die Feldstärke nur halb so groß ist wie bei der Standardkonfiguration für 158 A GeV. Bei 40 A GeV beträgt sie dann nur noch ein Viertel. Da man für eine dreidimensionale Vermessung des Magnetfeldes mit Hall-Sonden die Vertex-TPCs demontieren müsste, verzichtet man darauf und skaliert die Impulse im Nachhinein auf die systematische Verschiebung aufgrund des unbekanntes Magnetfeldes. Die Korrekturparameter erhält man aus dem Vergleich der bei skaliertem Magnetfeld gemessenen invarianten Massen von  $\Lambda$ - und  $K_s^0$ -Zerfällen mit den sehr gut bekannten Literaturwerten[29][9][34].

### 3.3.4 Spurdriftkammern

Die Hauptkomponente des experimentellen Aufbaus sind die Spurdriftkammern (Time Projection Chambers, TPCs). Sie dienen der Bestimmung der Teilchenimpulse und der Teilchenidentifikation. Sie sind in zwei Gruppen unterteilt: Die Vertex- und die Main-TPCs. Die Vertex-TPCs befinden sich hintereinander angeordnet im Magnetfeld der Vertex-Magneten. Aus der Krümmung der Spur eines Teilchens in den Vertex-TPCs kann man daher seinen Impuls und seine Ladung bestimmen. Die Main-TPCs befinden sich hinter den Vertex-TPCs und sind nebeneinander angeordnet. Sie befinden sich außerhalb des Magnetfeldes, sind erheblich größer als die Vertex-TPCs und ermöglichen somit eine bessere Teilchenidentifizierung über den spezifischen Energieverlust im Detektorgas. Im Folgenden soll das Funktionsprinzip einer Spurdriftkammer und der Aufbau der NA49-Spurdriftkammern kurz beschrieben werden.

#### Funktionsweise einer Spurendriftkammer

Eine Spurdriftkammer ist die Weiterentwicklung einer Vieldrahtproportionalkammer und ermöglicht eine dreidimensionale Rekonstruktion der Teilchentrajektorie. Eine Spurdriftkammer ist im Wesentlichen eine mit einem Gas gefüllte Kammer, in der ein möglichst homogenes elektrisches Feld herrscht und an dessen Anode sich eine Vieldrahtproportionalsektion zur Auslese der Daten befindet. Die Kathode ist dabei in kleine Segmente unterteilt, die im Folgenden als *Pads* bezeichnet werden. In Abbildung 3.3 ist die Auslesesektion einer TPC schematisch dargestellt. Dabei



Quelle: [21]

Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau der Auslesesektion einer Spurdriftkammer

erkennt man die Gating-Drahtebene (“Gating grid”), das Frisch-Gitter (“Cathode

plane”), die Verstärkungsdrähte (“Sense wire planes”) und die Padebene (“Pad plane”). Das Verstärkungsgitter dient dabei als Anode und das Frischgitter trennt das inhomogene Feld vor den Verstärkungsdrähten vom homogenen Driftfeld. Durchquert ein geladenes Teilchen das Detektorgas, so wird das Gas entlang seiner Spur ionisiert. Die entstandenen Ionen driften darauf entlang der elektrischen Feldlinien zur Kathode (nicht eingezeichnet) und die Elektronen driften in Richtung zur Auslesektion (Anode). Dabei passieren sie das Gating-Gitter und das Frischgitter und werden schließlich im inhomogenen Feld der positiv geladenen Verstärkungsdrähte so stark beschleunigt, dass sie durch Stoßionisation das Detektorgas ionisieren und somit weitere Elektronen-Ionenpaare erzeugen. Die auf diese Weise erzeugten Elektronen bezeichnet man als *Sekundärelektronen*. Auch sie werden im Verstärkungsfeld beschleunigt, bis sie weitere Elektronen freisetzen. Dadurch entsteht ein lawinenartiger Prozess, bei dem der Strom durch die freigesetzten Ladungsträger um mehrere Größenordnungen verstärkt wird. Man bezeichnet diesen Effekt als *Gasverstärkung*. Die bei der Gasverstärkung entstandenen Elektronen fließen sehr schnell über die Verstärkungsdrähte ab. Zurück bleiben die positiv geladenen Ionen, die eine niedrigere Driftgeschwindigkeit haben und daher viel langsamer zum Frischgitter driften. Diese sich von der Padebene wegbewegende positive Raumladungswolke erzeugt durch elektrische Influenz einen Spannungsimpuls auf der Padebene. Die induzierte Ladung und die Ankunftszeit des Impulses werden von der Ausleseelektronik gespeichert. Die  $x$ - und  $z$ -Position eines Punktes erhält man nun aus den Koordinaten der angesprochenen Pads. Die  $y$ -Koordinate folgt bei bekannter Driftgeschwindigkeit aus der Driftzeit der Elektronen.

Das Gating-Gitter verhindert, dass während der Auslesezeit, die durch Ionisation in den Auslesektionen entstandenen Ionen zurück in das sensitive Volumen driften[24], was zu Inhomogenitäten im Driftfeld führen kann.

#### **Aufbau der NA49 Spurdriftkammern**

Das homogene Driftfeld wird durch den so genannten Feldkäfig gewährleistet. Dieser besteht aus mehreren aluminiumbeschichteten Mylarstreifen, die horizontal im Abstand von 2 mm um die TPCs gespannt werden und mit einer Widerstandskette miteinander verbunden sind. Befestigt werden diese Streifen an Keramikrohren an den Kanten der TPCs. Durch die Verwendung von aluminiumbeschichteten Mylarstreifen wird die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der in den Detektor eintretenden Teilchen mit dem Detektormaterial minimiert.

Die Auflösung der Spurpunkte einer Teilchentrajektorie ist optimal, wenn die Pads möglichst parallel zur Spur ausgerichtet sind. Daher richtet man die Pads so aus, dass bei 158 AGeV die Winkel zwischen den meisten Teilchenspuren und den Pads möglichst gering sind. Da man bei den targetnächsten Sektoren sehr viele Teilchen mit relativ niedrigem Impuls und daher starker Krümmung hat, sind dort diese Ausrichtungswinkel am größten und variieren zwischen 12 und 55°. In den targetfernen Main-TPCs, die Teilchen mit relativ hohen Impuls und kleinem Emissionswinkel messen, sind die Winkel entsprechend kleiner und variieren zwischen 0 und

### 3 Das Experiment NA49

	Vertex-TPC1	Vertex-TPC2	Main-TPC-(L/R)		
Länge[m]	2.5	2.5	3.9		
Breite[m]	2	2	3.9		
Höhe[m]	0.98	0.98	1.8		
Gas	90% Ne, 10% CO <sub>2</sub>	90% Ne, 10% CO <sub>2</sub>	90% Ar, 5% CO <sub>2</sub> , 5% CH <sub>4</sub>		
Driftspannung[kV]	-13	-13.5	-16.5	25	
Driftgeschwindigkeit[cm/μs]	1.3	1.3	2.4		
Sektoren	6	6	25		
Padreihen/Sektor	24	24	18		
Pads	27 648	27 648	2 · 63 360		
	Vertex-TPC1	Vertex-TPC2	HR	SR	SR'
Pads/Padreihe	192	192	192	128	128
Padlänge[mm]	16/28	28	40	40	40
Padbreite[mm]	3.5	3.5	3.6	5.5	5.5
Padwinkel[°]	12 – 55°	3 – 20°	0	0	15

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der wichtigsten Eigenschaften der NA49-TPCs.

15°.

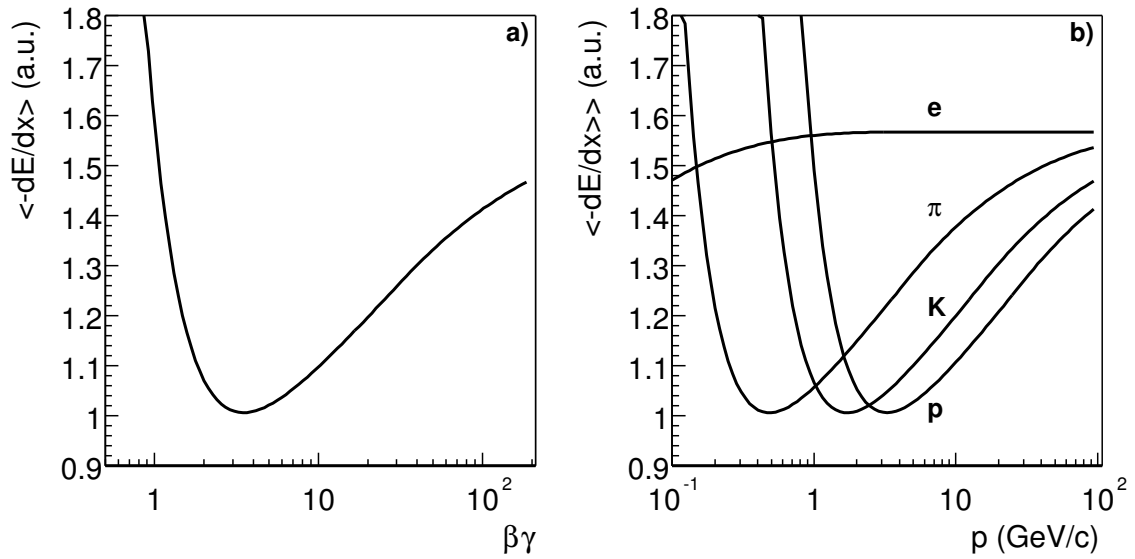
Die wichtigsten Eigenschaften der NA49-Spurdriftkammern sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

#### Teilchenidentifikation mittels $dE/dx$

Durchquert ein hochenergetisches geladenes Teilchen das Detektorgas, so verliert es Energie, indem es durch Coulomb-Wechselwirkung das Detektorgas ionisiert. Dieser Energieverlust lässt sich daher in einer Spurdriftkammer über die Ladung entlang einer Spur, die proportional zur Anzahl der erzeugten Elektronen Ionen-Paare ist, bestimmen. Für ein gegebenes Detektorgas ist der mittlere Energieverlust des Teilchens  $dE$  pro Weglänge  $dx$  eine Funktion der Teilchenladung  $z$ , und der Teilchengeschwindigkeit  $\beta = v/c$  und wird beschrieben durch die Bethe-Bloch Formel[30][6][8]

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N_0 z^2 e^4}{m_e \beta^2 c^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \beta^2 c^2}{I^2 (1 - \beta^2)} \right) - \beta^2 - \text{Korrekturterme}(\beta) \right]$$

Dabei ist  $N_0 = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  die Avogadro-Konstante,  $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  die Elektronenmasse und  $I$  die Ionisierungsenergie des Detektorgases. Trägt man diese Beziehung für ein gegebenes Gas gegen die Geschwindigkeit  $\gamma\beta$  auf, so kann man einen charakteristischen Kurvenverlauf erkennen, wie er in Abbildung 3.4 a) dargestellt ist. Dabei ist  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$  der Lorentzfaktor. Für nichtrelativistische Geschwindigkeiten nimmt der spezifische Energieverlust mit  $1/\beta^2$  ab,



Quelle: [29]

Abbildung 3.4: Abhängigkeit des spezifischen Energieverlustes von  
 a) der Teilchengeschwindigkeit  $\gamma\beta$  und  
 b) vom Teilchenimpuls  $p$  für unterschiedliche Teilchensorten.

erreicht schließlich ein Minimum (“minimum ionisation”), nimmt für relativistische Geschwindigkeiten mit  $\ln(\beta)$  wieder zu (“relativistic rise”) und saturiert schließlich für hohe  $\beta$  (“fermi plateau”). Trägt man nun den spezifischen Energieverlust nicht gegen die Geschwindigkeit, sondern für verschiedene Teilchensorten gegen den Impuls  $p = \gamma mv$  auf, so erhält man eine Schar von Kurven, die je nach Teilchenmasse unterschiedlich auf der  $p$ -Achse skaliert sind. Dies nutzt man aus, um in bestimmten Impulsbereichen die Teilchenidentität zu bestimmen. Bei NA49 wird der spezifische Energieverlust hauptsächlich im Bereich des relativistischen Anstiegs zur Teilchenidentifikation genutzt. Will man bei niedrigeren Impulsen Teilchenidentifikation betreiben, kommt man in den Bereich der minimalen Ionisierung. Dort hat man das Problem, dass die Bethe-Bloch-Kurven der meisten Teilchen überlappen und daher keine eindeutige Teilchenidentifikation mehr möglich ist. Aus diesem Grund wird die Teilchenidentifikation in diesem Bereich bei NA49 durch Flugzeitdetektoren (siehe Kapitel 3.3.5) unterstützt.

### 3.3.5 Flugzeit-Detektoren

Da die Teilchenidentifikation über  $dE/dx$  im Bereich der minimalen Ionisierung wegen des Überlappens der Bethe-Bloch-Kurven nicht möglich ist, wird sie durch eine andere, unabhängige Methode unterstützt: Die Flugzeitmessung. Dabei macht man sich zunutze, dass aus der Flugzeit eines Teilchens über eine bekannte Strecke seine Geschwindigkeit  $v$  folgt. Kennt man nun noch seinen Impuls  $p$ , so kann man

### 3 Das Experiment NA49

seine Masse  $m$  einfach aus der relativistischen Beziehung

$$p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}mv$$

ableiten.

Die Messung der Flugzeit wird in NA49 durch mehrere verschiedene Flugzeitdetektoren (time of flight, TOF) realisiert. Dabei handelt es sich um zwei Pixel-Szintillator Wände (TOF-TL, TOF-TR), zwei Gitter-Szintillatorwände (TOF-GL, TOF-GR) hinter den Main-TPCs und zwei Wände mit Funken-Zählern (PesTOF-L, PesTOF-R) hinter der Vertex-TPC-1. Die dazugehörigen Auflösungen sind 60 ps für das TOF-T-System, 80 ps für das TOF-G-System und 50 ps für das PesTOF-System.

Das Startsignal für die Flugzeitmessung wird gegeben, sobald das Projektil den S1-Zähler passiert. Die Triggerelektronik gewährleistet dann, dass alle Detektoren gleichzeitig gestartet werden. Sobald in einem Detektor ein Teilchen registriert wird, wird dieser gestoppt. Die Flugzeit lässt sich nun aus dem Startzeitpunkt und dem Stopzeitpunkt ableiten[15].

#### 3.3.6 Kalorimeter

Hinter den TPCs befinden sich zwei Kalorimeter: Das Ring- und das Vetokalorimeter. Beide wurden ursprünglich für das NA5-Experiment konzipiert[17]. Das Ringkalorimeter dient der Messung der transversalen Energie der produzierten Teilchen. Es ist zylindersymmetrisch mit einem Durchmesser von 1.5 m und hat in der Mitte ein Loch von 56 cm. Es ist zudem in mehrere ringförmig angeordnete Reihen von Sektoren unterteilt.

Das Vetokalorimeter befindet sich ca. 20 m strahlabwärts vom Target und ist somit der am weitesten vom Target entfernte Detektor. Seine Aufgabe ist es, zu gewährleisten, dass noch während der Datenaufnahme die Zentralität einer Schwerionenkollision abgeschätzt werden kann. Auf diese Weise kann man je nach Zentralität entscheiden, ob ein Ereignis aufgezeichnet und die Datenauslese gestartet wird, oder nicht („Online-Trigger“). Darüber hinaus ermöglicht es, bei der späteren Analyse der aufgezeichneten Daten („Offline-Analyse“), die Ereignisse je nach ihrer Zentralität zu klassifizieren (Kapitel 4.6.3). Diese Abschätzung der Zentralität geschieht mittels der so genannten *Veto-Energie*, die ein Maß für die Energie aller Projektilfragmente ist. Da es sich bei diesen Projektilfragmenten, um die nicht an der Reaktion beteiligten Projektilnukleonen handelt („Projektilspektatoren“), ist die Veto-Energie somit auch ein Maß für die Anzahl der Spektatoren. Bei zentralen Kollisionen reagieren fast alle Nukleonen beider Kerne miteinander. Die Anzahl der Spektatoren und die Veto-Energie sind daher klein. Für periphere Ereignisse reagieren nur wenige Nukleonen miteinander, was zu einer hohen Anzahl von Spektatoren und somit auch zu hohen Veto-Energien führt.

Da die Strahlteilchenfragmente aufgrund ihres hohen Impulses nur eine geringe Ablenkung im Magnetfeld der Vertex-Magneten erfahren, bestimmt man ihre Ener-

gie, indem man die Energie aller Teilchen in einem bestimmten Raumwinkelbereich um die Strahlachse misst. Dieser Raumwinkelbereich wird durch den Kollimator vor dem Vetokalorimeter eingegrenzt. Auf diese Weise wird unterdrückt, dass zu viele produzierte Teilchen ins Vetokalorimeter gelangen. Im Vetokalorimeter werden die Teilchen nun vollständig gestoppt und ihre gesamte Energie wird in Produktion von Sekundärteilchen umgesetzt. Diese Sekundärteilchen erzeugen beim Durchqueren von Szintillatorschichten Lichtblitze, die durch Fotovervielfacher detektiert, verstärkt und anschließend mit Analog-Digital-Konverter (ADCs) in ein digitales Signal umgewandelt werden. Die oben schon erwähnte Veto-Energie wird aus der Summe dieser ADC-Signale berechnet.

### 3.4 Interaktionstrigger

Beim Interaktionstrigger soll entschieden werden, ob es eine Wechselwirkung des Strahlteilchens mit dem Targetmaterial gab und die Datenauslese gestartet werden soll, oder nicht. Die Wechselwirkung kann trivialerweise nur dann stattfinden, wenn ein Strahlteilchen auf das Target auftrifft. Daher muss für eine Interaktion mindestens die Beamtriggerbedingung (3.1) erfüllt sein. Weiterhin ist es unwahrscheinlich, dass eine Reaktion stattgefunden hat, wenn das Teilchen, das das Target verlässt, die gleiche Ladung hat, wie das Strahlteilchen. Daher verlangt man, dass das Signal des S3-Zählers kleiner als das im S2' gemessene ist. Man bezeichnet den aus den letzten drei genannten Bedingungen zusammengesetzten Trigger als *Minimum-Bias-Trigger*, da die Vorselektion der Ereignisse auf ihre Zentralität minimal ist. Will man nur zentrale Kern-Kern-Kollisionen aufzeichnen, so verlangt man weiterhin dass die Veto-Energie eines Ereignisses einen bestimmten Wert nicht überschreiten darf („Veto-Threshold“). Beide Triggerbedingungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimum-Bias-Trigger} &= \text{Beamtrigger} \cdot \overline{S3} \\
 &= S1 \cdot S2' \cdot \overline{V0} \cdot \overline{S3} \\
 \text{Central Trigger} &= \text{Minimum-Bias-Trigger} \cdot (E_{\text{Veto}} < E_{\text{Veto}}^{\text{Threshold}}) \\
 &= S1 \cdot S2' \cdot \overline{V0} \cdot \overline{S3} \cdot (E_{\text{Veto}} < E_{\text{Veto}}^{\text{Threshold}})
 \end{aligned}$$

### 3.5 Auslese der Daten

Die  $y$ -Koordinate eines Spurpunktes folgt wie bereits erwähnt aus der Driftzeit der Elektronen. Um sie zu messen, wird die maximale Driftzeit der Elektronen in 512 gleichgroße Zeitintervalle („time buckets“) unterteilt. Daher müssen bei einem getriggerten Event für jedes der 182 016 Pads die Amplituden der 512 Zeitintervalle ausgelesen werden[20]. Der erste Schritt dieser mehrstufigen Ausleseprozedur beginnt auf den Front-End-Karten, die sich direkt hinter der Pad-Ebene der Ausleseammern

befinden. In jeder Front-End-Karte werden die Daten von 32 Pads vorverstärkt, zwischengespeichert, digitalisiert und mittels Flachkabel zu den Control-Boards (“CT-Boards”) übertragen. Die Control-Boards befinden sich in unmittelbarer Nähe der TPCs. In jedem von ihnen werden die Daten von 24 Front-End-Karten (768 Pads) auf Glasfaserleitungen gebündelt und zu den Receiver-Boards im Counting-House übertragen. In den Receiver-Boards werden schließlich die Ruhesignale (Pedestals) abgezogen und alle Signale, deren Amplitude unter einem bestimmten Wert liegt, verworfen (“zero suppression”). Auf diese Weise erreicht man, dass das Datenvolumen auf ungefähr ein Zehntel des Ausgangsvolumens reduziert wird (von ursprünglich 100 MB/Event auf ungefähr 8 MB/Event).

Die TOF-T- und TOF-GR-Wände werden über ein FASTBUS-System, die Pest-TOF-Wände und das Veto-Kalorimeter werden über den CAMAC-Bus ausgelesen. Die Daten werden schließlich vom Event-Builder in ein standardisiertes Format gebracht und mit einem SONY-DIR-1000M Bandlaufwerk mit 16 MB/s auf Band geschrieben. Jedes Band hat eine Kapazität von 100 GB. Es lassen sich daher etwa 13 000 zentrale 158 A GeV Blei-Blei-Kollisionen auf ein Band schreiben.

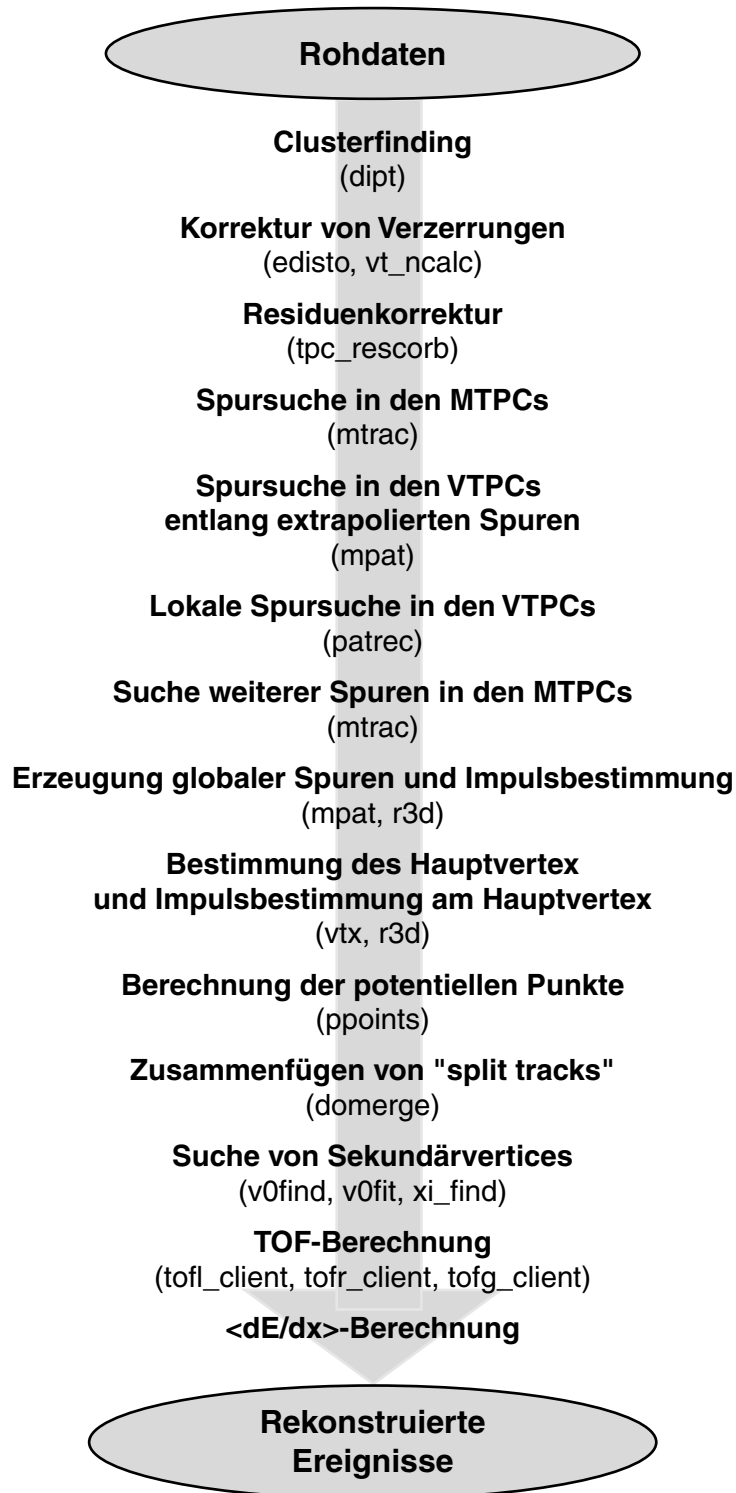
## 3.6 Rekonstruktion der Daten

Bei der Auslese der TPC-Pads werden nur die ADC-Werte, die über dem Schwellenwert von 5 ADC Einträgen lagen, auf Band geschrieben. Um daraus physikalische Informationen wie die Impulse oder spezifischen Energieverluste der Teilchen zu erhalten, müssen diese Daten offline mit Computern rekonstruiert werden. Dies wird mit der so genannten *Rekonstruktionskette* bewerkstelligt, die auf dem objektorientierten client-server-Datenmanagementsystem DSPACK[13] basiert. Die Rekonstruktionskette besteht aus mehreren aufeinanderfolgenden Arbeitsschritten, die durch mehrere Clients abgearbeitet werden. In Abbildung 3.5 ist die Rekonstruktionskette schematisch dargestellt. Zunächst eine kurze Übersicht der Arbeitsschritte: Zuerst werden die Raumpunkte der Spuren rekonstruiert und korrigiert, dann werden mit den gefundenen Spurpunkten die Spuren in den TPCs gesucht, ihre Impulse und der Hauptvertex bestimmt. Zum Schluss werden sekundäre Vertices<sup>1</sup> gesucht und die Information zur Teilchenidentifikation (TOF,  $dE/dx$ ) berechnet. Die rekonstruierten Daten werden schließlich in das DST-Format (“data summary table”) geschrieben. Da dieses Datenformat immer noch ein recht großes Speichervolumen in Anspruch nimmt (2-3MB/Event) und viele der darauf enthaltenen Daten für die meisten Analysen nicht verwendet werden, werden die Daten in kleinere Dateien, den so genannten mini-DSTs geschrieben. Dabei unterscheidet man mini-DSTs im DST-Format und so genannte ROOT mini-DSTs im ROOT-Format. Letztere wurden für die Datenanalyse in dieser Arbeit verwendet. Bei ROOT[2][12] handelt es sich um eine objektorientierte Analyseumgebung, die auf der Programmiersprache

---

<sup>1</sup>Dabei handelt es sich um Vertices, die von Zerfällen oder sekundären Wechselwirkungen herrühren.





Quelle: [29]

Abbildung 3.5: Flussdiagramm der Arbeitsschritte der Rekonstruktionskette mit zugehörigen clients.

C++ basiert und eine Vielzahl von Klassen zur Visualisierung und Handhabung großer Datenmengen enthält. Im Folgenden wird ein Überblick gegeben, was bei der Rekonstruktion und Korrektur der Spurpunkte und der Rekonstruktion der Teilchenspuren geschieht.

#### 3.6.1 Rekonstruktion und Korrektur der Spurpunkte

Der erste Schritt der Rekonstruktionskette besteht in der Rekonstruktion der Spurpunkte („Clusterfindung“). Dabei werden in jeder Padreihe in der Pad-Zeit-Ebene die ADC-Werte zusammenhängender Bereiche zu „Clustern“ zusammengeführt. Die Ladung eines Clusters ergibt sich aus der Summe aller zugehörigen ADC-Werte. Danach werden die gefundenen Raumpunkte auf Verzerrungen wegen unterschiedlicher Signallaufzeiten (`tpc_calib`), Inhomogenitäten im Driftfeld (`edisto`) und  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Effekten (`vt_ncalc`) korrigiert. Letztere kommen zustande, wenn das Magnetfeld nicht genau parallel zum Driftfeld ist. Dies führt schließlich dazu, dass die Driftgeschwindigkeit der Elektronen eine Komponente senkrecht zum Magnetfeld hat und somit die Lorentzkraft zu einer Ablenkung des Teilchens führt. Wenn man nun mit diesen korrigierten Punkten Spuren rekonstruiert, so zeigt sich, dass es für eine gegebene Padreihe immer noch Abweichungen in  $x$ - und  $y$ -Richtung zwischen den theoretisch zu erwartenden Punkten der rekonstruierten Spur und den gemessenen, korrigierten Punkten gibt. Diese Abweichungen resultieren aus Ungenauigkeiten bei den oben genannten Korrekturen und werden mit der so genannten *Residuenkorrektur*[32] behoben. Dabei handelt es sich um eine rein phänomenologische Korrektur. Die Korrekturtable wird dabei aus den oben erwähnten Abweichungen der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten zwischen den theoretischen Punkten der rekonstruierten Spuren und den gefundenen korrigierten Spurpunkten (Residuen) gewonnen.

#### 3.6.2 Rekonstruktion der Teilchenspuren

Bei der Rekonstruktion der Teilchenspuren[26], wird versucht, die Spuren in den einzelnen TPCs zu finden und sie miteinander zu verbinden. Die *lokalen* Spuren in den einzelnen Detektoren werden somit zu *globalen* Spuren, die sich über mehrere Detektoren erstrecken können, zusammengeführt.

Die Spursuche beginnt in den Main-TPCs. Dies hat den Vorteil, dass dort die Spurdichte am geringsten ist und die Spuren wegen der Abwesenheit eines Magnetfeldes einfache Geraden sind. Um die Spur nun in eine andere TPC zu extrapolieren, ist es notwendig, den zugehörigen Teilchenimpuls zu kennen. Da die Spur gerade verläuft und daher keine Information über den Impuls enthält, benötigt man weitere Informationen, wie zum Beispiel einen Punkt, der vor oder im Magnetfeld auf der Teilchenspur liegt, um ihr einen Impuls zuzuweisen. Daher nimmt man zunächst an, dass alle Main-TPC-Spuren vom Hauptvertex kommen, was für die meisten aller Teilchen zutrifft. Mit diesem Impuls extrapoliert man nun die Spuren in die Vertex-TPC2 und sucht entlang des vorhergesagten Spurverlaufes durch die TPC

nach weiteren Clustern. Werden für eine Main-TPC-Spur trotz Vorhersage, keine Cluster in der Vertex-TPC2 gefunden, so wird die Spur als unbenutzt gekennzeichnet. Dies kann beispielsweise vorkommen, wenn die Annahme, dass die Main-TPC Spur vom Hauptvertex kam, nicht zutrifft und ihr daher bei der Extrapolation ein falscher Impuls zugeordnet wurde. Die Main-TPC-Spur kann daher mit Spurstücken anderer Spuren, die nicht vom Hauptvertex stammen, übereinstimmen. Daher wird im nächsten Schritt in der Vertex-TPC2, nachdem dort schon viele Cluster an Main-TPC-Spuren vergeben wurden, nach lokalen Spurstücken gesucht und versucht, für diese passende Spurstücke in der Main-TPC zu finden. Dafür extrapoliert man nun die in der Vertex-TPC2 gefundenen Spuren in die Main-TPC und sucht dort entlang des vorhergesagten Spurverlaufes nach Clustern. Dieser Spurfindungsprozess für die Extrapolation der Main-TPC Spuren in die Vertex-TPC2 und für lokale Vertex-TPC2 Spuren wird nun für die Extrapolation aller gefundenen Spuren in die Vertex-TPC1 und für lokale Spuren in der Vertex-TPC1 wiederholt. Schließlich wird in der Main-TPC nach verbleibenden Spuren gesucht, diesmal ohne die Annahme, dass diese vom Hauptvertex kommen. Alle lokalen Spuren, bei denen mithilfe der Extrapolation in andere TPCs weitere dazugehörige lokale Spurstücke gefunden wurden, werden zu globalen Spuren zusammengeführt. Diesen globalen Spuren werden anhand ihrer Krümmung im Magnetfeld vorläufige Impulse zugeordnet, mit denen sie zum Hauptvertex zurückextrapoliert werden. Die Position des rekonstruierten Hauptvertex in der Targetebene ergibt sich nun aus  $x$ - und  $y$ -Koordinaten aller zur Targetebene extrapolierten Spuren. Bei der endgültigen Impulsbestimmung der Teilchen wird angenommen, dass die Spur vom rekonstruierten Hauptvertex stammt. Durch Extrapolation der Spuren durch die TPCs wird die Anzahl der theoretisch zu erwartenden Punkte („potential points“) in jeder TPC bestimmt.

Bei diesem Spurfindungsprozess gelingt es nicht immer Spuren in unterschiedlichen TPCs zu globalen Spuren zusammenzuführen. Bruchstücke von Spuren, die beim Spurfindungsprozess nicht miteinander verbunden werden konnten, werden als *split tracks* bezeichnet. Charakteristisch für sie ist, dass ihre Impulse und die Anzahl der potentiellen Punkte sehr ähnlich sind und dass sie deutlich weniger gemessene als potentielle Punkte haben. Im letzten Schritt der Spurrekonstruktion wird daher versucht, diese split tracks miteinander zu verbinden, was für den Großteil aller split tracks gelingt. Für die aus den zusammengeführten split tracks entstandenen Spuren werden schließlich die Position in der Targetebene und die Impulse neu bestimmt.

Dieser Spurfindungsprozess erscheint sehr umständlich und kompliziert, ist unter dem technischen Aspekt allerdings eine Vereinfachung, da man zur Spurfindung in den Vertex-TPCs, in denen man eine hohe Spurdichte und gekrümmte Spuren hat, die Vorhersage der Main-TPCs mit niedriger Spurdichte und einfachen geraden Spuren nutzt. Außerdem werden in diesem Schritt die Spurstücke aus den unterschiedlichen TPCs gleich miteinander verknüpft, was die Anzahl der gemessenen Punkte einer Spur erhöht und einer präziseren Impulsbestimmung ermöglicht.

### 3 *Das Experiment NA49*

# 4 Datenanalyse

## 4.1 Bestimmung der Korrelationsfunktion

Zur experimentellen Bestimmung der Korrelationsfunktion wird das Verhältnis zweier dreidimensionaler Impulsdifferenzverteilungen bestimmt: Der Signalverteilung  $S(\mathbf{q})$  und der Untergrundverteilung  $B(\mathbf{q})$

$$C(\mathbf{q}) = \frac{S(\mathbf{q})}{B(\mathbf{q})}$$

Bei der Signalverteilung werden nur Paare von Spuren aus demselben Ereignis verwendet. Sie ist somit sensitiv auf Bose-Einstein-Korrelationen. Bei der Bestimmung der Untergrundverteilung verwendet man Paare von Spuren aus unterschiedlichen Ereignissen. Um die statistischen Fluktuationen in der Untergrundverteilung gering zu halten, wurden für jedes Ereignis in der Signalverteilung 8 Ereignisse in der Untergrundverteilung generiert. Die dreidimensionalen Impulsdifferenzen  $q$  der Paare wurden im longitudinalen Ruhesystem gemessen und im out-side-long System Komponentenweise dargestellt.

### 4.1.1 Anpassungsprozedur

Die Korrelationsfunktionen wurden in einer iterativen Prozedur mit der Funktion

$$C_2^{\text{meas}}(\mathbf{q}) = n \{ p A_{\text{Coul}}(q_{\text{inv}}; \langle r \rangle) C_2^{\text{BE}}(\mathbf{q}) + (1 - p) \} \quad (4.1)$$

durch die  $\chi^2$ -Methode angepasst. Dabei ist

$$C_2^{\text{BE}}(\mathbf{q}) = 1 + \lambda e^{-R_{\text{side}}^2 q_{\text{side}}^2 - R_{\text{out}}^2 q_{\text{out}}^2 - R_{\text{long}}^2 q_{\text{long}}^2 - 2R_{\text{outlong}}^2 q_{\text{out}} q_{\text{long}}} \quad (4.2)$$

die nach Pratt und Bertsch parametrisierte Korrelationsfunktion (Kapitel 2.2.4).

Der Faktor  $n$  ist eine Normalisierungskonstante, die als freier Parameter mitangepasst wurde und berücksichtigt, dass Signal- und Untergrundverteilung unterschiedliche Statistiken zugrundeliegen.

Der Faktor  $p$  ist die *purity* oder Reinheit. Er ist definiert als das Verhältnis der Anzahl aller korrelierten Pionenpaare, die vom primären Vertex stammen zu der Anzahl aller akzeptierten Paare. Mit ihm wird berücksichtigt, dass nicht alle akzeptierten Paare Bose-Einstein-Korrelationen unterliegen. Zu diesen Paaren zählen Paare unterschiedlicher Teilchen und Paare von Pionen, die aus Zerfällen langlebiger Resonanzen herrühren. Letztere unterliegen zwar auch Bose-Einstein-Korrelationen,

stammen aber von einer viel größeren Quelle. Da sich die Breite der Korrelationsfunktion reziprok zur Quellgröße verhält, ist die Korrelationsfunktion dieser Paare so schmal, dass sie sich aufgrund der begrenzten Impulsauflösung nicht auflösen lässt[28]. Die entsprechenden Paare landen somit in jenen Bins der Signalverteilung, die sich um  $q_{\text{side}} = q_{\text{out}} = q_{\text{long}} = 0$  befinden und tragen daher nicht zur Breite der Korrelationsfunktion bei. Die Reinheit wurde mit einer VENUS-GEANT Simulation für jedes Zentralitätsbin bestimmt.

Der Faktor  $A_{\text{Coul}}(q_{\text{inv}}; \langle r \rangle)$  beschreibt die Coulombwechselwirkung der Teilchen, wobei  $q_{\text{inv}}$  die invariante Impulsdifferenz des Paares und  $\langle r \rangle$  der mittlere Paarabstand in der Quelle ist. Im folgenden Kapitel wird die Funktionsweise dieser Coulombkorrektur kurz beschrieben.

### 4.1.2 Coulombkorrektur

Die betrachteten Paare negativer Pionen unterliegen der repulsiven Coulombwechselwirkung. Betrachtet man ein Paar vom Teilchen vom selben Ereignis auf dem Weg von der Quelle zu Detektor, so führt die Coulombwechselwirkung zu einer Verschiebung zu höheren Relativimpulsen während der Flugzeit des Paares. Da nur Paare aus demselben Ereignis sensitiv auf die Coulombkraft sind, führt dieser Effekt zu einer Unterdrückung von Paaren mit niedriger Impulsdifferenz in der Signalverteilung und somit zu einer Unterdrückung der Korrelationsfunktion. Um Bose-Einstein-Korrelationen zu extrahieren, wird auf diesen Effekt korrigiert. Bei der in der vorliegenden Arbeit angewendeten Analyse geschieht dies, indem die Anpassungsfunktion mit einem Korrekturfaktor  $A_{\text{Coul}}(q_{\text{inv}}; \langle r \rangle)$  multipliziert wird. Dieser Korrekturfaktor hängt vom invarianten Relativimpuls des Paares  $q_{\text{inv}}$  und dem mittleren Paarabstand der Quelle  $\langle r \rangle$  ab. Details über die Herleitung und die analytische Form dieser Korrekturfunktion sind der Referenz [16] zu entnehmen. Um die invariante Impulsdifferenz zu bestimmen, wurde für jedes  $(q_{\text{side}}, q_{\text{out}}, q_{\text{long}})$ -Bin in der Signalverteilung die mittlere invariante Impulsdifferenz  $\langle q_{\text{inv}} \rangle$  bestimmt. Bei der Berechnung des mittleren Paarabstandes  $\langle r \rangle$  wurde ausgenutzt, dass die HBT-Radien einen Bezug zur Größe der Teilchenquelle darstellen: Nach [16] gilt

$$\langle r \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} R_{\text{out}}^* \left[ 1 + (1 - \epsilon^2) \frac{1}{2\epsilon} \ln \left( \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right) \right]$$

mit  $\epsilon = \sqrt{1 - (R/R_{\text{out}})^2}$ ,  $R_{\text{out}}^* = \frac{m_T}{m} R_{\text{out}}$  und  $R \simeq R_{\text{side}} \simeq R_{\text{long}}$ . In dieser Analyse wurde für  $R$  der Mittelwert von  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  angenommen

$$R \simeq \frac{R_{\text{side}} + R_{\text{out}}}{2}.$$

Da die Coulombkorrektur somit von den HBT-Radien abhängt und diese vor der Anpassung noch nicht bekannt sind, wurden HBT-Radien und Coulombkorrektur in einer iterativen Prozedur bestimmt. Dabei wurde zunächst ausgehend von einem Startwert für  $\langle r \rangle$  die Korrelationsfunktion angepasst. Mit den so abgeleiteten

Strahlenergie [A GeV]	Trigger	Magnetfeld	Production key	Jahr	Anzahl der Ereignisse
40	minimum bias	1/4std−	01D	99	360 210
40	minimum bias	1/4std+	02C	99	390 583
158	minimum bias	std+	00M	96	128 340
158	minimum bias	std−	00N	96	70 946
158	minimum bias	std+	01J	00	338 163

Tabelle 4.1: Verwendete Datensätze

HBT-Radien wurde  $\langle r \rangle$  und damit die Coulombkorrektur neu bestimmt. Mit der so gewonnenen Coulombkorrektur wurde beim zweiten Iterationsschritt die Korrelationsfunktion erneut angepasst. Da sich herausstellte, dass für zentrale Ereignisse, bei denen der Einfluss der Coulombkorrektur am größten<sup>1</sup> ist, der Unterschied vom dritten zum vierten Iterationsschritt klein im Verhältnis zum statistischen Fehler ist, wurde bei allen Anpassungen die Iteration nach dem dritten Schritt abgebrochen.

## 4.2 Verwendete Datensätze

Die für die Analyse der Zentralitätsabhängigkeit der HBT-Radien verwendeten minimum bias Datensätze der Strahlenergien 40 A<sup>2</sup> und 158 A GeV sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Die Magnetfeldkonfiguration setzt sich dabei zusammen aus der Magnetfeldstärke und der Magnetfeldpolarität. Die Magnetfeldstärke wird relativ zum Standardmagnetfeld bei 158 A GeV („std“) angegeben und die Polarität wird durch die Vorzeichen „+“ und „−“ gekennzeichnet. Bei positiver Polarität „+“ werden positiv geladene Teilchen in Richtung der positiven  $x$ -Achse abgelenkt.

Die beiden 40 A GeV Runs wurden im Herbst 1999 aufgenommen. Bei den 158 A GeV Daten gibt es zwei verschiedene Runs: Zwei mit unterschiedlichen Polaritäten, die im November 1996 aufgenommen wurden und einen Run, der mit niedriger Strahlintensität im Oktober 2000 aufgenommen wurde. Um die zugrundeliegende Statistik zu erhöhen wurden in dieser Analyse alle Datensätze für jeweils 40 und 158 A GeV aufaddiert.

## 4.3 Ereignisselektion

Ein wichtiges Qualitätskriterium für die Selektion der Ereignisse ist die Lage des Interaktionspunktes (Vertexposition). Mit ihr kann man Ereignisse aussortieren, die

<sup>1</sup>siehe auch Kapitel 5.2

<sup>2</sup>Strenggenommen handelt es sich bei der Strahlenergie von 40 A GeV um 39.5 A GeV. Sie wird jedoch oft näherungsweise mit 40 A GeV bezeichnet. Ebenso wird die Strahlenergie von 158 A GeV auch häufig näherungsweise als 160 A GeV bezeichnet.

jenseits des Targets stattfanden.

Zur Bestimmung der Vertex-Position bieten sich bei den auf den ROOT-mini-DSTs gespeicherten Ereignissen drei Möglichkeiten an: der BPD-Vertex, der Fit-Vertex und der rekonstruierten Vertex. Der BPD-Vertex und der Fit-Vertex werden auf unterschiedliche Methoden bestimmt. Der rekonstruierte Vertex wird bei der Rekonstruktion je nach Qualität beider Vertexbestimmungen entweder auf den Fit- oder auf den BPD-Vertex gesetzt. Beim Fit-Vertex ergibt sich die Vertexposition aus der Extrapolation der Spuren aller Teilchen, die bei der Rekonstruktion dem Hauptvertex zugeordnet wurden. Ein Maß für die Qualität der Anpassung des Fit-Vertex ist das Vertex-IFlag. Ist das Vertex-IFlag ungleich null, so gab es Probleme bei der Vertexanpassung. Beim BPD-Vertex ergeben sich die  $x$ - und  $y$ -Vertexkoordinaten aus der Extrapolation der Projektiltrajektorie zur Targetebene. Die Projektiltrajektorie wird dabei bestimmt aus den  $x, y$ -Koordinaten und den bekannten  $z$ -Positionen der Strahlpositionsdetektoren. Die  $z$ -Position der BPD-Vertexposition wird dabei auf die nominelle Targetposition gesetzt. Gibt es keine Probleme bei der Vertexanpassung, so wird der rekonstruierte Vertex auf den Fit-Vertex gesetzt. Wenn aber die Vertexanpassung fehlschlägt, wird er auf den BPD-Vertex gesetzt. Dies kommt häufig bei Ereignissen mit niedriger Teilchenmultiplizität vor und hat zur Folge, dass die  $z$ -Koordinate auf die nominelle Target-Position gesetzt wird. Bei Ereignissen mit geringer Teilchenmultiplizität ist jedoch die  $z$ -Vertex-Koordinate das einzige Kriterium um zu unterscheiden, ob es sich bei dem Ereignis um eine periphere Projektil-Target-Kollision oder um eine Kollision des Projektilkerns mit einem Atomkern des Füllgases des S3-Detektors, in dem sich das Target befindet handelt. Daher wurden bei der Analyse alle Ereignisse verworfen, bei denen das Vertex-IFlag von Null verschieden ist. Da auf den ROOT-mini-DSTs der minimum bias runs von 1996 (00M und 00N) die Informationen der BPD-Vertex-Koordinaten nicht vorhanden sind, wurden die Schnitte auf die Vertex-Position unter Verwendung der Fit-Vertex-Koordinaten festgelegt. In Abbildung 4.1 sind die  $z, x, y$ -Vertexverteilungen sowie die zweidimensionale  $x, y$ -Vertexverteilung mit den entsprechenden Schnitten (rote Linien) dargestellt. Die Schnitte wurden abgeleitet, indem die eindimensionalen Vertex-Verteilungen durch Gaußfunktionen (blaue Kurven) angepasst wurden. Für die  $x$ - und  $y$ -Vertexkoordinaten wurde ein Schnitt von drei Standardabweichungen um den Mittelwert der Gaußanpassung verlangt. Die auf diese Weise abgeleiteten Parameter für die Mittelwerte und Breiten der Schnitte wurden dazu verwendet, ein elliptisches Akzeptanzfenster in der  $xy$ -Vertex-Ebene zu definieren (rote Ellipse in Abbildung 4.1, unten rechts). Es wurden dabei nur Ereignisse akzeptiert, deren  $x$ - und  $y$ -Vertexkoordinaten der Gleichung

$$\left(\frac{x - \langle x \rangle}{R_x}\right)^2 + \left(\frac{y - \langle y \rangle}{R_y}\right)^2 < 1$$

mit  $R_x = \frac{3}{2}\sigma_x$  und  $R_y = \frac{3}{2}\sigma_y$  genügen. Dabei sind  $\langle x \rangle, \langle y \rangle$  die Mittelwerte und  $\sigma_x, \sigma_y$  die Standardabweichungen der eindimensionalen Gaußanpassungen.

Da sich das Target im mit Čerenkov-Gas gefüllten S3-Zähler befindet, werden bei



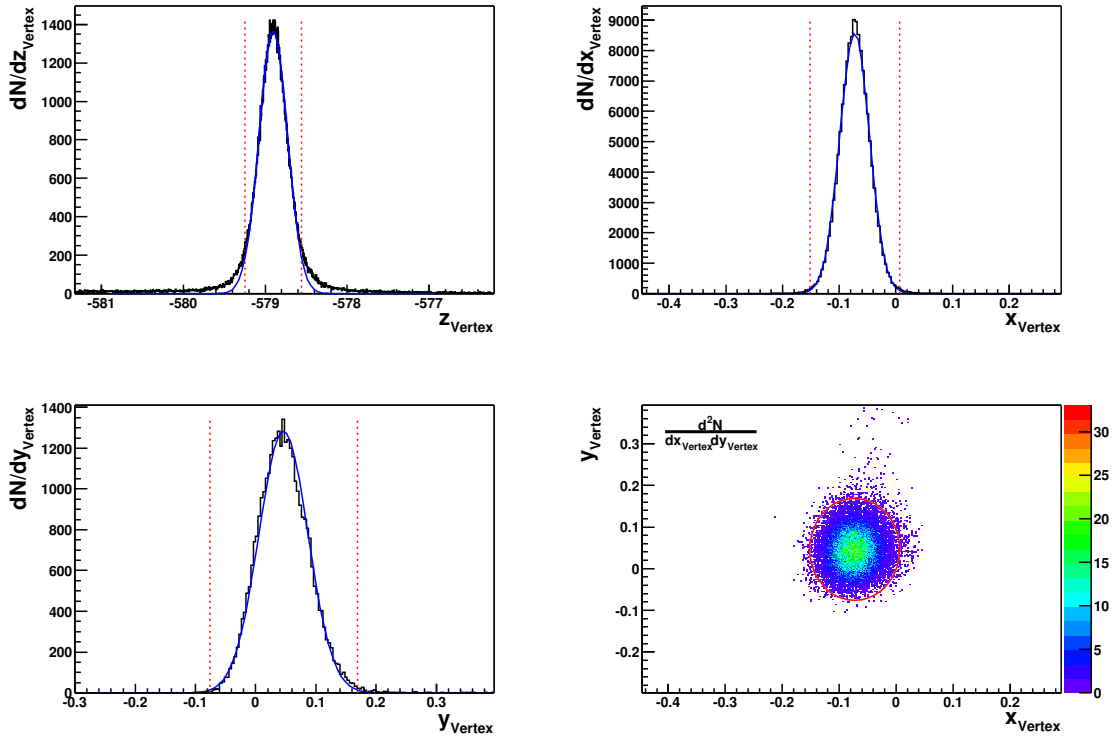


Abbildung 4.1: Eindimensionale Verteilungen der Vertexkoordinaten  $z$  (links oben),  $x$  (rechts oben) und  $y$  (links unten) und die zweidimensionale Verteilung in der  $xy$ -Vertex-Ebene. Die Schnitte sind durch rote, die Gaußanpassungen durch blaue Kurven dargestellt.

einem minimum bias Trigger nicht nur Ereignisse aufgezeichnet, die aus Projektil-Target-Kollisionen stammen, sondern auch solche, die aus Projektil-Gas-Kollisionen hervorgehen. Diese verhalten sich bezüglich der Veto-Energie und der Teilchenmultiplizität wie periphere Projektil-Target-Ereignisse. Da die  $z$ -Vertices dieser Ereignisse über die gesamte Länge des S3-Zählers streuen, während die  $z$ -Vertices der Projektil-Target-Ereignisse auf die Targetposition lokalisiert sind, ist die  $z$ -Vertexkoordinate das wichtigste Kriterium, um den Anteil der Projektil-Gas-Ereignisse zu minimieren. Daher wurde für diese Vertex-Koordinate ein Schnitt von nur zwei Standardabweichungen um den Mittelwert der Gaußanpassung gewählt. In Tabelle 4.2 sind die Ereignis-Schnitte zusammenfassend dargestellt.

## 4.4 Spurselektion

Die Qualität einer Spur wird charakterisiert durch die Anzahl der gemessenen Punkte  $N_{\text{Points}}$  und die Anzahl potenzieller Punkte  $N_{\text{MaxPoints}}$ . Die Anzahl der gemessenen

#### 4 Datenanalyse

	Runs	$z$ [cm]	$\langle x \rangle$ [cm]	$R_x$ [cm]	$\langle y \rangle$ [cm]	$R_y$ [cm]
01D	3133 ... 3166	[-581.4; -580.8]	0.016	0.167	-0.013	0.329
02C	3003 ... 3059	[-581.4; -580.7]	-0.020	0.149	-0.002	0.264
00M	1464 ... 1495	[-579.2; -578.6]	-0.073	0.079	0.037	0.120
00N	1586 ... 1614	[-579.3; -578.6]	-0.007	0.080	0.024	0.126
01J	4016 ... 4020	[-580.8; -580.0]	0.000	0.088	-0.005	0.113
01J	4078 ... 4102	[-581.6; -580.8]	0.0137	0.088	0.000	0.086

Tabelle 4.2: Verwendete Vertex-schnitte

Punkte ergibt sich aus der Anzahl der Ladungscluster, die der Spur beim Spurfindungsprozess zugeordnet wurden. Die Anzahl der potenziellen Punkte ist die maximale Anzahl von Punkten, die eine Spur mit gegebener Topologie haben kann, wenn sie auf jeder Padebene ein Signal hinterlässt. Da Spuren mit einer großen Anzahl von gemessenen Spurpunkten besser bestimmt sein sollten als Spuren mit wenigen Punkten, bietet es sich als Qualitätskriterium an, nur jene Spuren für die Analyse zuzulassen, die ein Minimum an gemessenen Punkten überschreiten. Genauere Betrachtungen[28] zeigten jedoch, dass ein Schnitt auf die Anzahl der gemessenen Punkte dazu führt, dass bei 158 AGeV, niedrigem mittlerem Transversalimpuls ( $k_t = 0.0, \dots, 0.1$ ) und Schwerpunktsrapidität ( $y = 2.9, \dots, 3.4$ ) die Datenpunkte bei den Projektionen auf die  $q_{\text{long}}$ -Achse systematisch über den Projektionen der Anpassungsfunktion liegen (Abbildung 4.2). Dieser Effekt hat einen starken Einfluss auf die HBT-Radien (bis zu 4 fm in  $R_{\text{long}}$ ). In [28] wird gezeigt, dass sich dieser Effekt durch die einfache Modellvorstellung erklären lässt, dass man zwei Klassen von Ereignissen hat:

„Gute“ Ereignisse bei denen bei allen Spuren ein großer Anteil aller potenziellen Spuren gemessen wurde.

„Schlechte“ Ereignisse bei denen bei vielen Spuren nur ein geringer Teil ihrer potenziellen Punkte gemessen wurde.

Eine Erklärung für das Zustandekommen „schlechter“ Ereignisse sind so genannte „Spiralelektronen“. Dabei handelt es sich um Elektronen mit relativ niedrigem Impuls, die durch hochgeladene Strahlteilchen aus dem Detektorgas freigeschlagen wurden. Wegen ihres niedrigen Impulses bewegen sich diese Elektronen auf Spiralbahnen im Detektor. Dies führt dazu, dass auf sehr vielen Pads elektrische Signale erzeugt werden. Bei der Rekonstruktion können die Punkte von Spuren produzierter Teilchen unter Umständen nicht mehr nachgewiesen werden. In der Signalverteilung treten nun Paare auf, bei denen entweder beide Spuren aus guten, oder beide Spuren aus schlechten Ereignissen stammen. In der Untergrundverteilung hingegen gibt es jedoch zusätzlich noch Paare von Spuren, bei denen eine Spur aus einem guten und

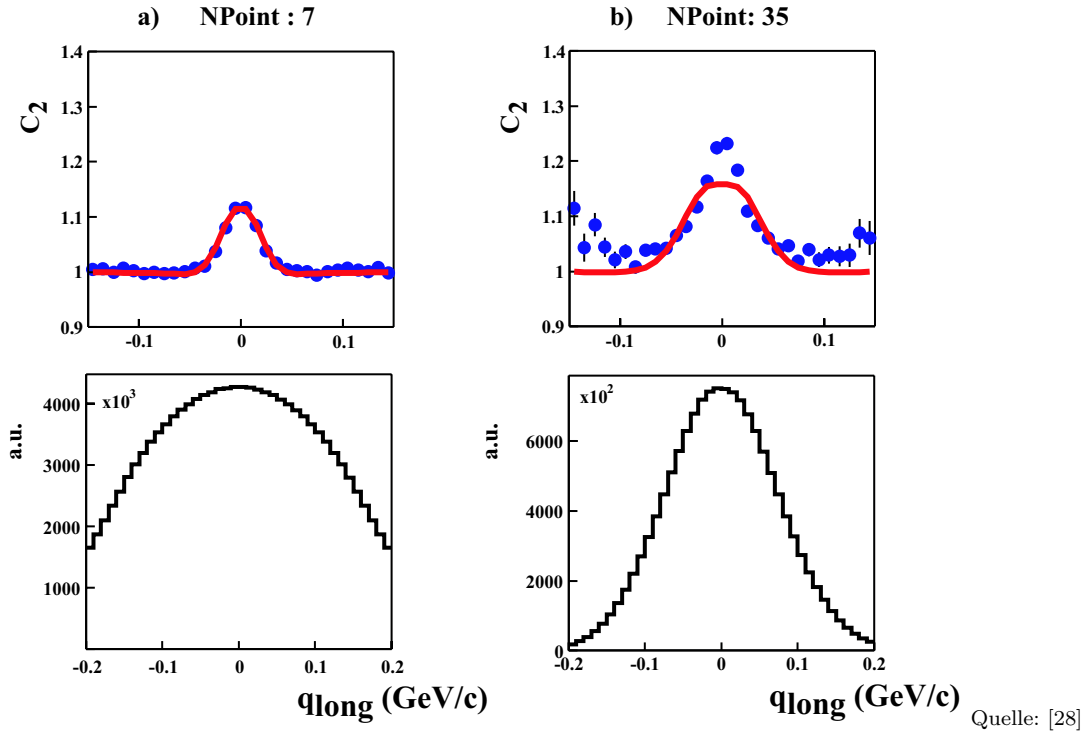
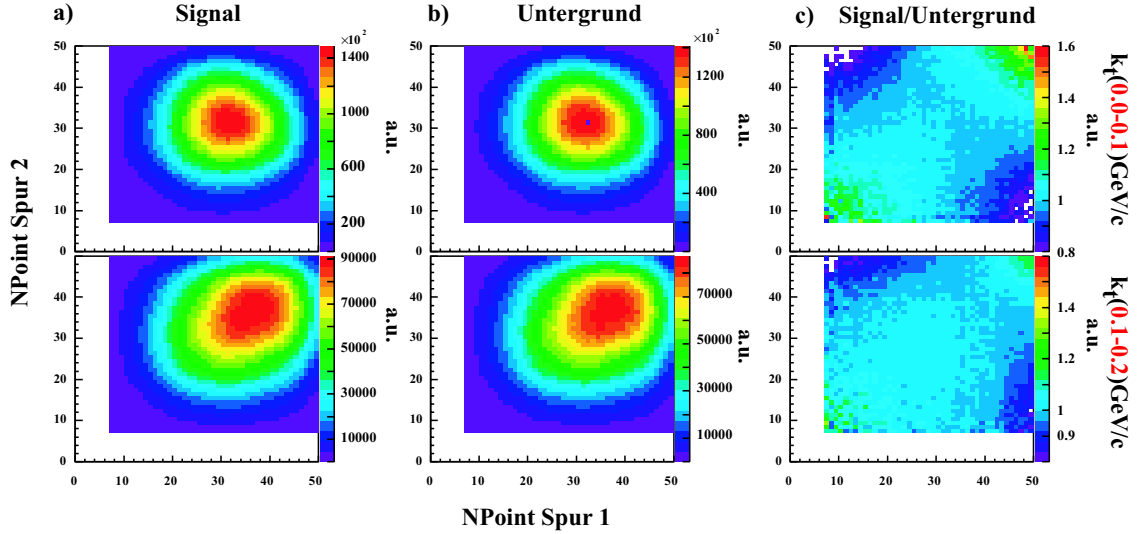


Abbildung 4.2: Einfluss des Schnittes auf die Anzahl der gemessenen Punkte auf die Projektion auf die  $q_{\text{long}}$ -Achse. Die unteren Abbildungen zeigen die Projektionen der Signalverteilung auf die  $q_{\text{long}}$ -Achse

die andere Spur aus einem schlechten Ereignis stammt. Dies führt dazu, dass in der Signalverteilung Paare, bei denen beide Spuren sehr wenig oder sehr viel gemessene Punkte haben, häufiger vorkommen als in der Untergrundverteilung (Abbildung 4.3). Der Einfluss des Schnittes auf die gemessenen Punkte auf die HBT-Radien lässt sich reduzieren, indem man die Fluktuationen der Anzahl der den Spuren zugeordneten Punkte durch einen Schnitt künstlich begrenzt. Man kann diesen Effekt jedoch nicht auf diese Weise entfernen. Daher wird auf die Bedingung, dass eine Spur eine Mindestanzahl an gemessenen Punkten haben muss, verzichtet. Da die HBT-Radien im betrachteten kinematischen Intervall keine große Abhängigkeit von den potenziellen Punkten aufweisen, wurde als Qualitätskriterium eine Mindestanzahl von 30 potenziellen Punkten verlangt.

Ein weiteres wichtiges Qualitätskriterium ist das Verhältnis von gemessenen zu potenziellen Punkten. Mit ihm kann man so genannte split-tracks (Kapitel 3.6.2) vorbeugen. Die Summe aus den Verhältnissen von gemessenen zu potenziellen Punkten sollte bei einem split-track-Paar typischerweise ungefähr eins sein. Das hat zur Folge, dass bei der kürzeren Spur das Verhältnis gemessener zu potenzieller Punkte kleiner als 0.5 ist. Wählt man das Qualitätskriterium entsprechend, so lassen sich diese kürzeren Spurstücke entfernen. Da dieses Kriterium jedoch impliziert,

## 4 Datenanalyse



Quelle: [28]

Abbildung 4.3: a) Signal- und b) Untergrundverteilungen und c) Verhältnis beider von Spuren von Paaren mit  $k_t = (0.0, \dots, 0.1)\text{GeV}/c$  (oben) und  $k_t = (0.1, \dots, 0.2)\text{GeV}/c$  unten. Beim Signal- zu Untergrundverhältnis für Spuren mit niedrigem  $k_t$  ist deutlich zu erkennen, dass Paare, bei denen beide Spuren sehr viele oder sehr wenige gemessene Punkte haben häufiger anzutreffen sind als in der Untergrundverteilung.

dass man einer Spur mit gegebener Anzahl an potenziellen Punkten nach der Anzahl ihrer gemessener Punkte selektiert, wurde auch auf dieses Kriterium verzichtet. Stattdessen werden split track Paare auf Paarebene verworfen, wie im folgenden Kapitel 4.5 beschrieben wird.

Da die Anzahl der potenziellen Punkte die Maximalzahl der Punkte angibt, die eine Spur erreichen kann, wenn sie auf jeder Padebene eine Signal hinterlässt, darf die Anzahl der gemessenen Punkte einer Spur nicht größer werden als die Anzahl der potenziellen Punkte. Daher sollte das Verhältnis von gemessenen zu potenziellen Punkten den Wert eins nicht überschreiten. Beim Betrachten der  $N_{\text{Points}}/N_{\text{MaxPoints}}$ -Verteilung sieht man jedoch, dass es Spuren mit  $N_{\text{Points}}/N_{\text{MaxPoints}} > 1$  gibt (Abbildung 4.4). Diesen Spuren wurden mehr Punkte zugeordnet, als theoretisch möglich. Dies kann beispielsweise vorkommen, wenn die Spur am Rande der TPC verläuft. Bei der Bestimmung der potenziellen Punkte wird die Spur mit dem bei der Rekonstruktion bestimmten Impuls extrapoliert und bestimmt auf welchen Pads die Spur ein Signal hätte hinterlassen können. Dies setzt die genaue Kenntnis der TPC-Koordinaten voraus. Wenn die Spur nun am Rande der TPC verläuft, so kann es geschehen, dass die extrapolierte Spur die „virtuelle“ TPC verlässt, während sich die richtige Spur noch innerhalb der TPC befindet. Dies kann vorkommen, wenn die Koordinaten der TPCs bei der Extrapolation nicht genau bekannt sind, oder wenn der Impuls mit dem die Spur extrapoliert wird bei der Rekonstruktion un-

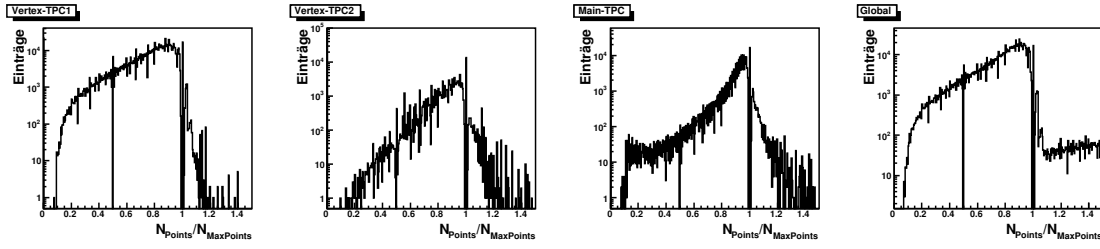


Abbildung 4.4: Logarithmische Darstellung der  $N_{\text{Points}}/N_{\text{MaxPoints}}$ -Verteilungen für verschiedene TPCs bei zentralen Ereignissen der Strahlenergie 158 AGeV

genau bestimmt wurde. Um letzteres auszuschließen, wurden in dieser Analyse nur Spuren zugelassen, bei denen das Verhältnis gemessener zu potenzieller Punkte in jeder TPC kleiner als eins ist.

## 4.5 Paarselektion

Zur experimentellen Bestimmung der Korrelationsfunktion bildet man das Verhältnis der Impulsdifferenzverteilungen von Paaren von Spuren aus demselben Ereignis (Signalverteilung) und Paaren von Spuren aus verschiedenen Ereignissen (Untergrundverteilung). Da man bei Paaren aus Spuren aus dem selben Ereignis Rekonstruktionsdefizite hat, die in bei Paaren aus Spuren unterschiedlicher Ereignisse nicht auftreten, versucht man die potenziellen Kandidaten für solche Rekonstruktionseffekte aus beiden Verteilungen gleichermaßen zu entfernen. Da Bose-Einstein-Korrelationen gerade im betrachteten Impulsbereich auftreten, darf dieser Schnitt die Paarstatistik nicht zu sehr reduzieren. Bei diesen Rekonstruktionseffekten unterscheidet man zwei Klassen:

Paare, die aus split tracks hervorgehen: Da es sich bei ihnen um Spurstücke derselben Spur handelt, sind sie typischerweise bei niedrigen Impulsdifferenzen anzutreffen und erzeugen dort eine künstliche Erhöhung der Korrelationsfunktion.

Track-merging-effekte: Diese treten auf, wenn Paare von Spuren im Detektor so nahe zusammenliegen, dass sie aufgrund der begrenzten Zweispurauflösung nicht mehr voneinander getrennt werden können und daher als eine Spur rekonstruiert werden. Da Spuren, die im Detektor nahe zusammenliegen, ähnliche Impulse, also eine niedrige Impulsdifferenz haben, führt dieser Effekt bei kleinen Relativimpulsen zu einer Erniedrigung der Anzahl der Paare in der Signalverteilung und somit zu einer Reduktion der Korrelationsfunktion.

Paare, deren Abstand im Detektor zu klein ist, müssen daher gleichermaßen sowohl in der Signal- als auch in der Untergrundverteilung entfernt werden. In der folgen-

den Unterkapiteln werden die in der Analyse verwendeten Kriterien zum Verwerfen potenzieller split track Paare und track merging Kandidaten näher beschrieben.

### 4.5.1 Aussortieren potenzieller split track Paare

Paare, die aus split tracks hervorgehen haben typischerweise dieselbe Anzahl potenzieller Punkte. Die Summe der gemessenen Punkte beider Spurstücke sollte den potenziellen entsprechen. Für das Verhältnis gemessener zu potenzieller Punkte gilt daher für split tracks:

$$\frac{N_{\text{Points1}}}{N_{\text{MaxPoints1}}} + \frac{N_{\text{Points2}}}{N_{\text{MaxPoints2}}} \approx \frac{N_{\text{Points1}} + N_{\text{Points2}}}{N_{\text{MaxPoints}}} \leq 1$$

Um Beiträge von split tracks durch Fluktuationen der  $N_{\text{Points}}/N_{\text{MaxPoints}}$ -Verhältnisse beider Spuren zu unterdrücken, wurde das Akzeptanzkriterium in Gleichung 4.5.1 auf 1.1 heraufgesetzt. Entsprechend wurden in dieser Analyse nur Paare mit

$$\frac{N_{\text{Points1}}}{N_{\text{MaxPoints1}}} + \frac{N_{\text{Points2}}}{N_{\text{MaxPoints2}}} > 1.1$$

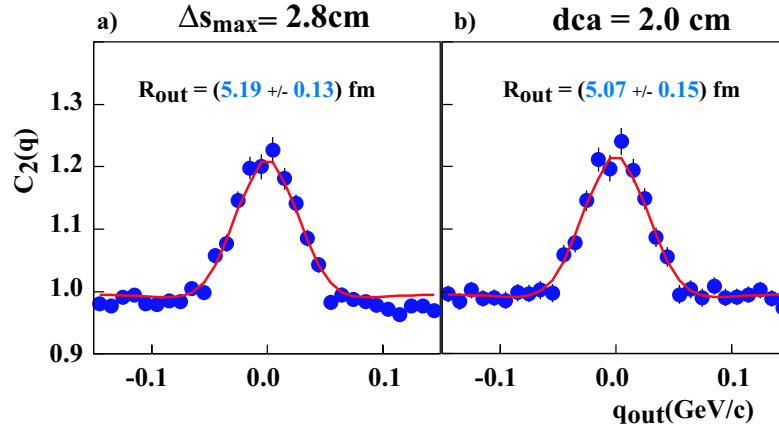
akzeptiert.

### 4.5.2 Schnitt auf die Zweispurauflösung

Das Hauptproblem beim Festlegen eines Akzeptanzkriteriums auf die Zweispurauflösung ist die Definition des Zweispurabstandes. Eine Möglichkeit den Zweispurabstand zu definieren ist der mittlere Abstand eines Paares in den gemeinsam durchquerten TPCs. Dieser wird berechnet, in dem man entsprechend der Anzahl der Pad-Reihen in einer TPC äquidistante Ebenen durch jede TPC definiert. Mit der Trackstep-Methode werden für jede Spur des Paares auf jeder Ebene die  $x$ - und  $y$ -Position und damit der Abstand der Spuren auf der jeweiligen Ebene berechnet. Der mittlere Zweispurabstand ergibt sich nun aus dem Verhältnis der Summe aller Abstände auf allen gemeinsam durchquerten Ebenen zur Anzahl der gemeinsam durchquerten Ebenen. In [28] wird jedoch gezeigt, dass man mit einem Schnitt auf den mittleren Zweispurabstand Zweispurineffizienzen nicht beseitigen kann, die dazu führen, dass bei 158 A GeV, hohem mittlerem Transversalimpuls ( $k_t = 0.3, \dots, 0.4$ ) und Schwerpunktsrapidität ( $y = 2.9, \dots, 3.4$ ) die Datenpunkte systematisch unter der Grundlinie der Anpassungsfunktion liegen. Dies macht sich bei den Projektionen auf die  $q_{\text{long}}$ -Achse bemerkbar (Abbildung 4.5a)). Daher wurde in dieser Analyse auf den minimalen Abstand (“distance of closest approach”, dca)<sup>3</sup> geschnitten, womit sich diese Zweispurineffizienzen stark reduzieren ließen (Abbildung 4.5b)). Da dieser Schnitt jedoch zu enormen Verlusten an Statistik bei niedrigen Energien führte, wurde er aufgeweicht, in dem man nur noch verlangte, dass die Anzahl gemeinsam durchquerten Ebenen, bei denen der DCA nicht unterschritten werden darf größer als

---

<sup>3</sup>Implementiert von S. Kniege



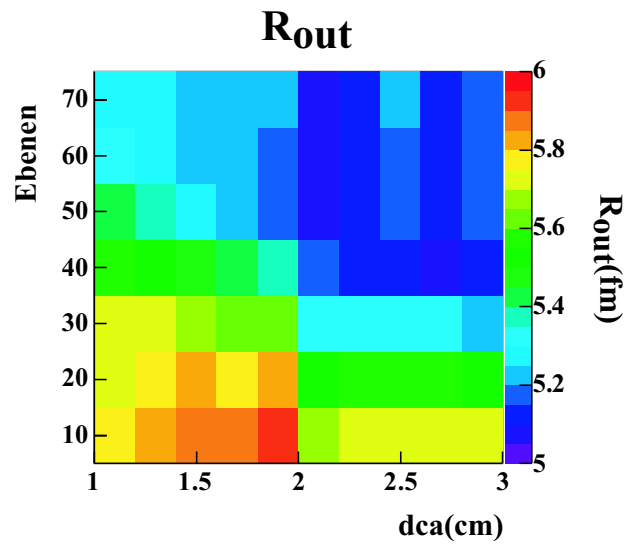
Quelle: [28]

Abbildung 4.5: Vergleich der Projektionen der Korrelationsfunktionen auf die  $q_{\text{out}}$ -Achse bei 158 A GeV, hohem mittlerem Transversalimpuls ( $k_t = 0.3, \dots, 0.4$ ) und Schwerpunktsrapidität ( $y = 2.9, \dots, 3.4$ ) für unterschiedliche Schnittmethoden auf die Zweispurauflösung. Links wurde ein Schnitt auf den mittleren Zweispurabstand von 2.8 cm und rechts ein Schnitt auf den minimalen Abstand von 2.0 cm verwendet.

eine vorgegebene Zahl sein muss. Die Parameter DCA und die verlangte Anzahl der Ebenen wurden dabei so optimiert, dass man bei 158 A GeV in einem Bereich liegt, in dem sich die Radien relativ zu den statistischen Fehlern nicht mehr stark ändern (Abbildung 4.6). Das Ergebnis dieser Studie ist, dass bei einem Mindestabstand von 2.2 cm, der auf mindestens 50 Ebenen erfüllt sein muss die Radien sich nicht mehr signifikant ändern und noch ausreichend Statistik für die Analyse niedriger Energien zu Verfügung stand.

### Kinematischer Bereich

Um an Statistik bei den peripheren Zentralitäten zu gewinnen, wurden für diese Analyse alle Paare mit einer Rapidität von  $0.0 < y_{\pi\pi} - y_{\text{mid}} < 2.0$  und einem mittleren transversalen Impuls von  $0.0 < k_t < 0.6$  herangezogen.



Quelle: [28]

Abbildung 4.6: Einfluss des DCA-Schnittes auf die HBT-Radien am Beispiel von  $R_{\text{out}}$ . Mit einem DCA-Schnitt von 2.2 cm auf 50 Ebenen befindet man sich in einem Bereich, in dem  $R_{\text{out}}$  annähernd konstant ist.

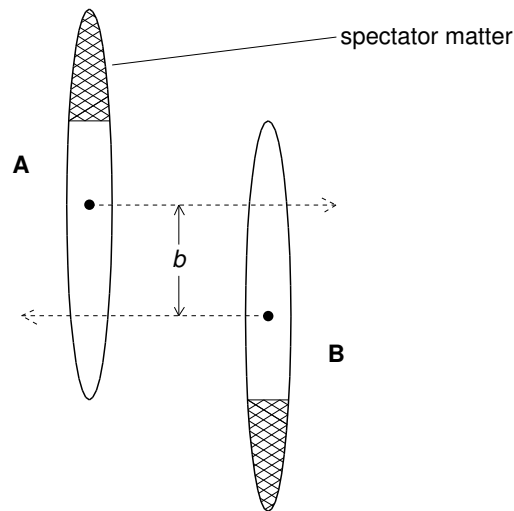


## 4.6 Zentralitätsselektion

Die Zentralität  $C$  einer Schwerionenreaktion ist ein Maß für die Größe der Reaktionszone. Sie ist definiert als das Verhältnis vom geometrischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{geo}}$  zum totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{inel}}$ .

$$C(b) = \frac{\sigma_{\text{geo}}(b)}{\sigma_{\text{inel}}}$$

Wobei  $b$  der Stoßparameter der Kollision ist (Abbildung 4.7). Will man mittels eines



Quelle: [14]

Abbildung 4.7: Geometrie einer Schwerionenreaktion im Schwerpunktsystem. Die Kerne A und B erscheinen aufgrund der Lorentzkontraktion als schmale Scheiben.

Triggerkriteriums, das sensitiv auf die Zentralität der Ereignisse ist, Ereignisse einer bestimmten Zentralität selektieren, so lässt sich die Zentralität bestimmen aus dem Wirkungsquerschnitt aller getriggerten Ereignisse (“trigger cross section”)

$$C_{\text{Trig}} = \frac{\sigma_{\text{Trig}}}{\sigma_{\text{inel}}} \quad (4.3)$$

Für ein Target mit gegebener Dichte  $\rho$ , Dicke  $d$  und molaren Massen  $M$  kann man den Wirkungsquerschnitt des selektierten Datensatzes mit der Triggerwahrscheinlichkeit  $P_{\text{Trig}}$  in Beziehung setzen[25]

$$\sigma_{\text{Trig}} = \frac{P_{\text{Trig}}}{\rho d \frac{N_A}{M}} \quad (4.4)$$

Dabei ist  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  die Avogadro-Konstante. Typische Werte für die verwendeten Blei-Blei Daten sind  $\rho d = 224 \text{ mg/mol}$  und  $M = 208 \text{ g/mol}$ . Für die folgenden Betrachtungen wurde ein Wirkungsquerschnitt von 7.1 barn angenommen.

## 4 Datenanalyse

Die Trigger-Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{Trig}}$  ergibt sich aus dem Verhältnis der Anzahlen aller aufgezeichneten Ereignisse  $N_{\text{Trig}}$  zur Anzahl aller Beamteilchen  $B_{\text{gated}}$ , die vom Beamtrigger durchgelassen wurden, während der Detektor in der Lage war, ein Ereignis aufzuzeichnen [37].

$$P_{\text{Trig}} = \frac{N_{\text{Trig}}}{B_{\text{gated}}} \quad (4.5)$$

In den folgenden Kapiteln werden die bei NA49 verwendeten Zentralitätsklassen, die Bestimmung der Triggerwahrscheinlichkeit und die Festlegung der Veto-Energieschnitte für die jeweiligen Zentralitätsklassen beschrieben.

### 4.6.1 Zentralitätsklassen

Zur Beschreibung der Zentralität einer Schwerionenreaktion eignen sich neben den geometrischen Größen wie Stoßparameter und Wirkungsquerschnitt noch andere Größen, die angeben, wie viele Nukleonen miteinander reagieren. Um den Zusammenhang dieser Größen zu den geometrischen Größen herzustellen, ist es jedoch notwendig auf Modelle zurückzugreifen. Eine dieser Größen, ist die Anzahl der “wounded nucleons”  $N_w$ . Für einen gegebenen Stoßparameter lässt sich diese Größe unter Zuhilfenahme des Glaubermodells[33] bestimmen. Dabei wird angenommen, dass sich bei Schwerionenkollisionen die Nukleonen auf geradlinigen Trajektorien durch den Kern bewegen. Die Anzahl der Kollisionen eines Nukleons auf dem Weg durch den Kern ergibt sich nun aus dem gemessenen Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt und der Dichteverteilung der Nukleonen des Kerns. Für diese Dichte-Verteilung wird eine Woods-Saxon-Verteilung angenommen. Weitere Größen zur Bestimmung der Anzahl aller an der Reaktion beteiligten Nukleonen sind die Anzahl der Partizipanten  $N_{\text{part}}$  und der Spektatoren  $N_{\text{spec}}$ . Die Anzahl der Partizipanten gibt dabei an, wie viele Nukleonen an der Reaktion beteiligt sind. Im Gegensatz zur Anzahl der wounded nucleons werden hier auch Kollisionen zwischen den Nukleonen der Stoßpartner und produzierten Teilchen mitgezählt. Die Anzahl der Spektatoren ist die Anzahl aller Nukleonen, die nicht an Kollisionen beteiligt sind. Die Summe vom Partizipanten und Spektatoren ist daher die Anzahl der Nukleonen beides Stoßpartner A und B

$$N_{\text{part}} + N_{\text{spec}} = A_A + A_B$$

Die bei NA49 verwendeten Zentralitätsklassen und die zugehörigen Intervalle und Mittelwerte für den Stoßparameter und die Mittelwerte für die Anzahlen der wounded nucleons, der Partizipanten und Spektatoren wurden in der Referenz [14] bestimmt und sind in der Tabelle 4.3 zusammengefasst.

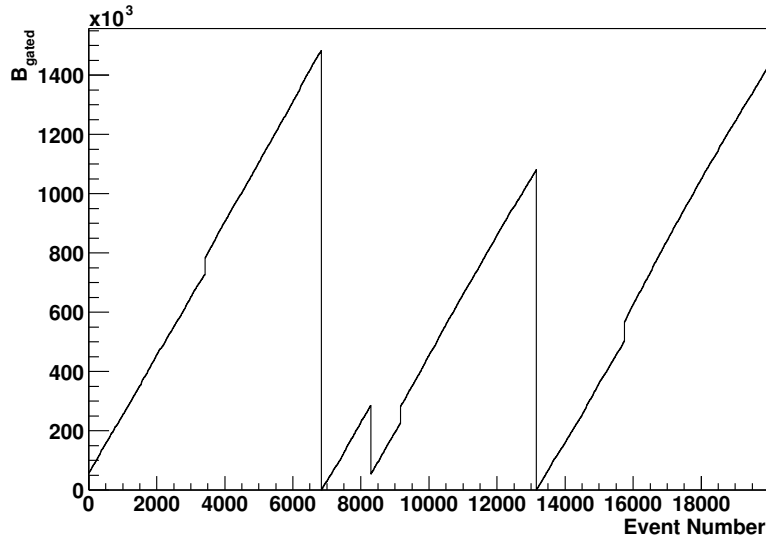
### 4.6.2 Bestimmung der Trigger-Wahrscheinlichkeit

Nach Gleichung (4.5) bietet es sich an, die Trigger-Wahrscheinlichkeit einfach aus dem Verhältnis  $N_{\text{Trig}}/B_{\text{gated}}$  zu bestimmen. In den ROOT-mini-DSTs wird für jedes Ereignis die Anzahl der getriggerten Beam-Teilchen abgespeichert. In Abbildung

Zentralitäts- klasse	$\sigma_{\text{Trig}}$ [% $\sigma_{\text{inel}}$ ]	Binbreite [% $\sigma_{\text{inel}}$ ]	$b$ -Bereich [fm]	$\langle b \rangle$ [fm]	$\langle N_w \rangle$	$\langle N_{\text{Part}} \rangle$
1	[0; 5]	5	0 ... 3.4	2.4	352	$366 \pm 8$
2	[5; 12.5]	7.5	3.4 ... 5.3	4.6	281	$309 \pm 10$
3	[12.5; 23.5]	11	5.3 ... 7.4	6.5	204	$242 \pm 10$
4	[23.5; 33.5]	10	7.4 ... 9.1	8.3	134	$178 \pm 10$
5	[33.5; 43.5]	10	9.1 ... 10.2	9.6	88	$132 \pm 10$
6	> 43.5	57	> 10.2	11.5	42	$85 \pm 6$

Tabelle 4.3: Übersicht der verwendeten Zentralitätsklassen

4.8 ist  $B_{\text{gated}}$  gegen die Event-Nummer aufgetragen. Es fällt auf, dass  $B_{\text{gated}}$  für be-

Abbildung 4.8: Anzahl der getriggerten Strahlteilchen  $B_{\text{gated}}$  in Abhängigkeit von der Event-Nummer

stimmte Ereignisse wieder auf Null gesetzt wird. Dies geschieht beispielsweise beim Beginn eines neuen Runs, wenn die Strahlteilchenzähler auf Null zurückgesetzt werden. Weiterhin kann man in Abbildung 4.8 erkennen, dass zwischen den Ereignissen, bei denen  $B_{\text{gated}}$  auf Null gesetzt wird,  $B_{\text{gated}}$  für kurze Abschnitte konstant mit der Event-Nummer ansteigt. Diese Abschnitte werden jedoch häufiger durch Ereignisse unterbrochen, bei denen  $B_{\text{gated}}$  einen Sprung macht (senkrechte Abschnitte). Solche Sprünge entstehen, wenn für längere Zeit keine Ereignisse mehr aufgezeichnet werden, die Strahlteilchenzähler jedoch weiterlaufen. Beide Effekte würden bei Anwendung von Gleichung (4.5) zu falschen Ergebnissen führen, da die Triggerwahrscheinlichkeit die Geradensteigung  $\Delta B_{\text{gated}}/\Delta N_{\text{Event}}$  der Abschnitte mit konstanter

#### 4 Datenanalyse

Steigung ist. Zur Bestimmung der Triggerwahrscheinlichkeit wurde daher eine andere Methode entwickelt, die mit der Verteilung der  $B_{\text{gated}}$ -Differenzen  $\Delta B_{\text{gated}}$  zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen arbeitet. Dies hat den Vorteil, dass die oben beschriebenen Effekte, wie Nullsetzung des Strahlzählers oder Aussetzung der Datenaufnahme zu negativen oder ungewöhnlich großen Werten von  $\Delta B_{\text{gated}}$  führen und somit auf einfache Weise weggeschritten werden können. Um zu verstehen, wie bei gegebener Trigger-Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{Trig}}$ , die  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung aussieht, betrachtet man zunächst zwei aufeinander folgende aufgezeichnete Ereignisse (Abbildung 4.9). Zwischen beiden Ereignissen passieren  $\Delta B_{\text{gated}} - 1$  Strahlteilchen den

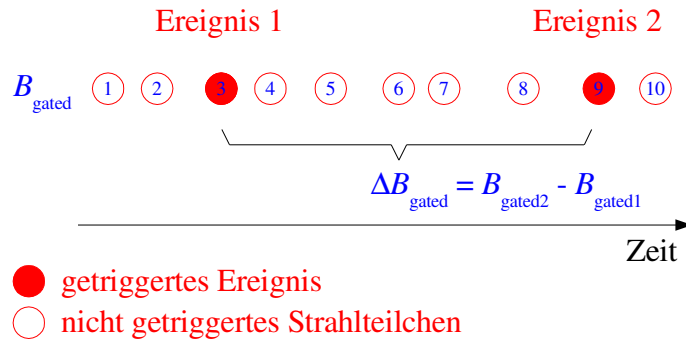


Abbildung 4.9: Bestimmung der  $B_{\text{gated}}$ -Differenz  $\Delta B_{\text{gated}}$  zweier aufeinander folgender Ereignisse zur Bestimmung der Triggerwahrscheinlichkeit. Für ein gegebenes  $\Delta B_{\text{gated}}$  passieren  $\Delta B_{\text{gated}} + 1$  Strahlteilchen den Strahltrigger, wovon 2 zu aufgezeichneten Ereignissen führen und  $\Delta B_{\text{gated}} - 1$  den Strahltrigger passieren, ohne dass ein Ereignis aufgezeichnet wird.

Trigger, ohne dass ein Ereignis aufgezeichnet wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist komplementär zur Triggerwahrscheinlichkeit. Für die Wahrscheinlichkeit  $P(\Delta B_{\text{gated}})$  ergibt sich daher

$$\begin{aligned}
 P(\Delta B_{\text{gated}}) &= P_{\text{Trig}} (1 - P_{\text{Trig}})^{\Delta B_{\text{gated}} - 1} P_{\text{Trig}} \\
 &= P_{\text{Trig}}^2 (1 - P_{\text{Trig}})^{\Delta B_{\text{gated}} - 1} \\
 &= e^{\ln(P_{\text{Trig}}^2 (1 - P_{\text{Trig}})^{\Delta B_{\text{gated}} - 1})} \\
 &= e^{P_{\text{Trig}}^2 + \ln(1 - P_{\text{Trig}})(\Delta B_{\text{gated}} - 1)} \\
 &= e^{\ln(P_{\text{Trig}}^2) - \ln(1 - P_{\text{Trig}}) + \ln(1 - P_{\text{Trig}})\Delta B_{\text{gated}}} \\
 &= \frac{P_{\text{Trig}}^2}{1 - P_{\text{Trig}}} e^{\ln(1 - P_{\text{Trig}})\Delta B_{\text{gated}}}
 \end{aligned}$$

$P(\Delta B_{\text{gated}})$  ist also eine Exponentialverteilung mit der Steigung  $\ln(1 - P_{\text{Trig}})$ . Passt man also an die  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung eine Exponentialfunktion  $f(\Delta B_{\text{gated}}) = e^{\alpha + \beta \Delta B_{\text{gated}}}$

an, so kann man die Triggerwahrscheinlichkeit direkt aus der Steigung  $\beta$  ableiten:

$$\begin{aligned}\beta &= \ln(1 - P_{\text{Trig}}) \\ \Updownarrow \\ P_{\text{Trig}} &= 1 - e^{\beta}\end{aligned}$$

In Abbildung 4.10 ist die Anpassung an die  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung für den Datensatz 00M exemplarisch dargestellt. Als Trigger-Wahrscheinlichkeit ergab sich bei dieser

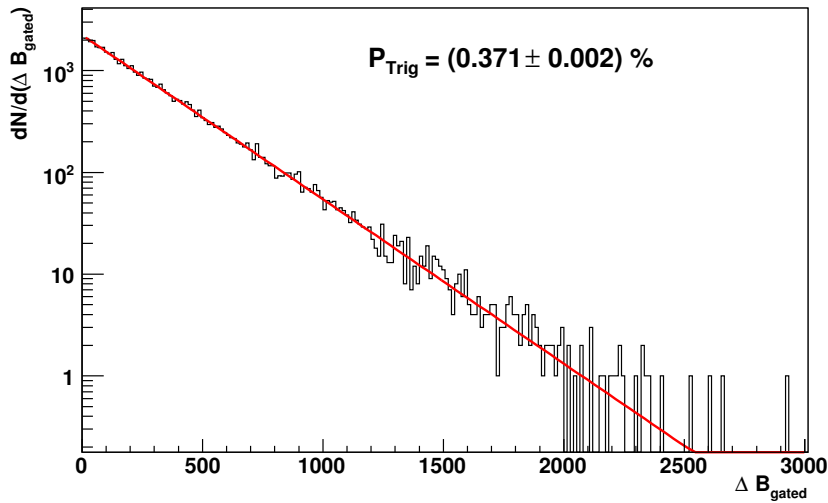


Abbildung 4.10: Exponentielle Anpassung an die  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung des 40 A GeV minimum bias Datensatzes 01D zur Bestimmung der Trigger Wahrscheinlichkeit

Anpassung Wert von  $P_{\text{Trig}} = (0.371 \pm 0.002) \%$ . Daraus folgt nach den Gleichungen (4.3) und (4.4) eine Zentralität von  $(79.9 \pm 0.4) \%$ .

### 4.6.3 Festlegung der Zentralitätsklassen

Ein Maß für die Zentralität einer Reaktion ist die Veto-Energie  $E_{\text{Veto}}$ . Diese ist ein Maß für die Anzahl der Projektilspektatoren, daher haben die zentralsten Ereignisse kleine und die periphersten große Vetoenergien. Dies wird bei NA49 ausgenutzt, um den Datensatz in verschiedene Zentralitätsintervalle zu unterteilen. Dabei muss für eine vorgegebene Zentralitätsklasse ein entsprechendes Veto-Energie-Intervall gefunden werden. Um zu veranschaulichen, wie dies geschieht, ziehen wir folgende einfache Überlegung in Betracht: Auf die Veto-Energie sei ein Schnitt gesetzt, bei dem nur jene Ereignisse akzeptiert werden, die unter einer maximalen Veto-Energie liegen. Diese maximale Veto-Energie sei so gewählt, dass beispielsweise nur 3% aller Ereignisse akzeptiert werden. Kennt man nun den selektierten Wirkungsquerschnitt des gesamten Datensatzes, so ist der Wirkungsquerschnitt der durch

## 4 Datenanalyse

den Veto-Energie-Schnitt akzeptierten Ereignisse gegeben durch 3% des selektierten Wirkungsquerschnitts des gesamten Datensatzes. Da die Zentralität nach Gleichung (4.3) das Verhältnis zwischen selektiertem Wirkungsquerschnitt und dem totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt ist, ist auch die Zentralität des durch den Veto-Energie-Schnitt selektierten Datensatzes 3% der Zentralität des gesamten Datensatzes. Um direkt ablesen zu können, wie viele Ereignisse man mit einem Schnitt auf die Veto-Energie akzeptiert, bietet sich die Funktion  $N(E_{\text{Veto}})$ , die aus Integration der Veto-Energie-Verteilung  $\frac{dN}{dE_{\text{Veto}}}(E_{\text{Veto}})$  folgt

$$N(E_{\text{Veto}}) = \int_0^{E_{\text{Veto}}} \frac{dN}{dE'_{\text{Veto}}}(E'_{\text{Veto}}) dE'_{\text{Veto}} \quad (4.6)$$

an. Normiert man diese Funktion auf die Zentralität des Datensatzes, so kann man für einen vorgegebenen Schnitt auf die Veto-Energie, direkt die Zentralität auf der vertikalen Achse ablesen. Umgekehrt kann man für eine vorgegebene Zentralität, direkt die entsprechenden Schnitt auf die Veto-Energie ablesen.

### Korrekturen des Veto-Energie-Spektrums

Das Problem, das sich bei der Bestimmung des integrierten Veto-Energie-Spektrums zur Festlegung der Zentralitätsintervalle stellt, ist, dass bei den verwendeten minimum bias Daten nicht nur Kollisionen zwischen Projektilkernen und Targetkernen, sondern auch Kollisionen zwischen Projektilkernen und Atomkernen des Füllgases des S3-Detektors zum Veto-Energie-Spektrum beitragen. Da bei der Berechnung des selektierten Wirkungsquerschnittes nach Gleichung (4.4) ausschließlich von Projektil-Target-Kollisionen ausgegangen wurde, würde die Nichtberücksichtigung der Untergrundkontamination zu einer Verfälschung des selektierten Wirkungsquerschnittes führen. Daher korrigiert man das Veto-Energie-Spektrum auf die Untergrundkontamination, indem man das Veto-Energie-Spektrum der Projektil-Gas-Ereignisse mittels eines targetfernen Schnittes auf den  $z$ -Vertex bestimmt und von dem Veto-Energie-Spektrum mit dem Projektil-Target-Ereignissen abzieht. In Abbildung 4.11 ist dargestellt, wie Schnitte auf die  $z$ -Vertexkoordinate zur Bestimmung des Untergrundes (grün) und des Target-Schnittes (rot) zur Bestimmung der 40 A GeV-Zentralitätsintervalle gewählt wurden. Um zu gewährleisten, dass bei den zur Zentralitätsbestimmung verwendeten Ereignisse eine möglichst minimale Vorselektion verwendet wurde, wurde sich auf jene Runs beschränkt, die mit einem sehr hohem S3-Trigger aufgenommen wurden (Runs 3026 ... 3037 mit einem S3-Trigger von 130 mV). Für den Target-Schnitt wurde ein Schnitt auf den  $z$ -Vertex von 8 cm um das Target und zur Bestimmung des Untergrundes wurde ein  $z$ -Vertex-Schnitt von 4 cm Breite 4 cm vor dem Target verwendet. In Abbildung 4.12 sind die entsprechenden Veto-Energie-Verteilungen für den nicht korrigierten Target-Schnitt (schwarz), den Untergrund-Schnitt (rot) und die korrigierte Veto-Energie-Verteilung (blau) dargestellt. Die Verteilungen wurden dabei auf die jeweilige Trigger-Wahrscheinlichkeit normiert. Die Trigger-Wahrscheinlichkeiten

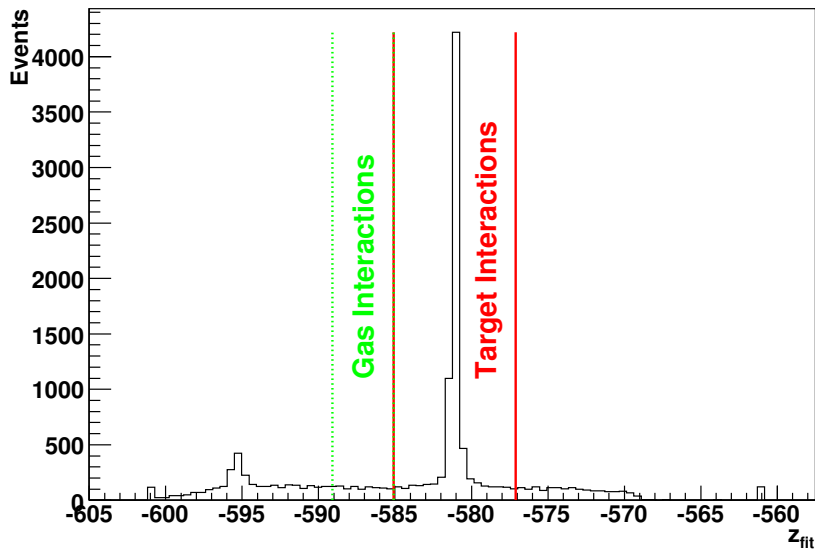


Abbildung 4.11: Festlegung der Schnitte auf die  $z$ -Vertexpositionen zur Bestimmung der Untergrundkontamination der Vetoenergieverteilung des Targetschnittes

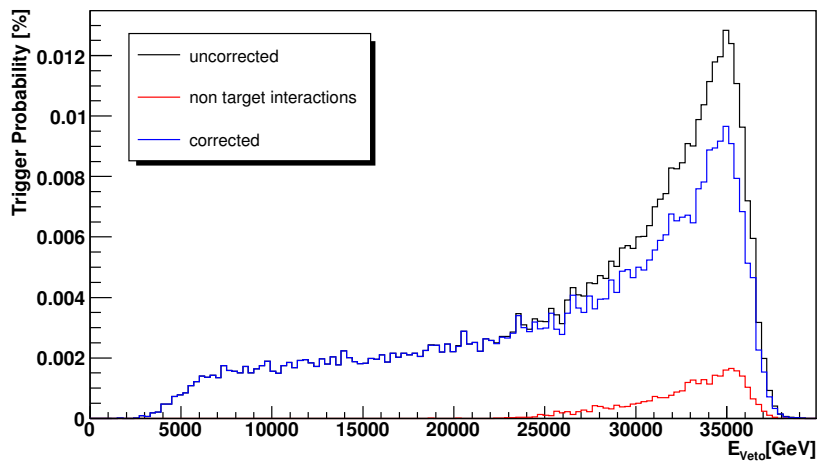
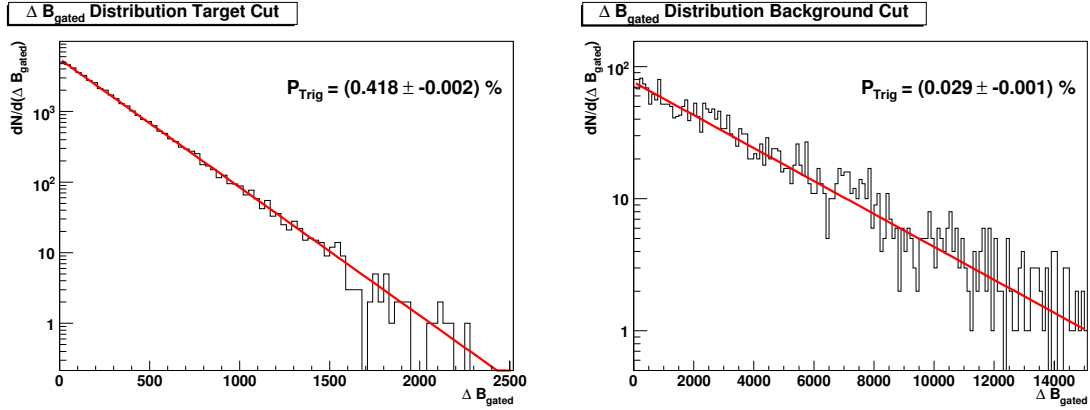


Abbildung 4.12: Korrektur des Vetoenergiespektrums auf Untergrundkontamination

wurden, wie im vorigen Kapitel beschrieben, durch eine exponentielle Anpassung an die  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung jeweils für den Target-Schnitt (Abbildung 4.13(a)) und für den Schnitt zur Bestimmung des Untergrundes (Abbildung 4.13(b)) gewonnen. Die Veto-Energie-Verteilung des Untergrundschnittes wurde dabei wegen der unterschiedlichen Interaktionslänge des Untergrundschnittes auf die Interaktionslänge

## 4 Datenanalyse



(a)  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung für den Targetschnitt

(b)  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilung für den Untergrund-  
schnitt

Abbildung 4.13:  $\Delta B_{\text{gated}}$ -Verteilungen und Triggerwahrscheinlichkeiten für den Target-Schnitt und den Schnitt zu Bestimmung der Untergrundkontamination.

des Target-Schnittes skaliert. Beim korrigierten Veto-Energie-Spektrum wurde die so gewonnene Untergrundkontamination von der Veto-Energie-Verteilung des Target-Schnittes abgezogen. In Abbildung 4.14 ist das Integral der auf Untergrund korrigierten Veto-Energie-Verteilung dargestellt. Um für einen vorgegebenen Zentralitätsintervall den entsprechenden Veto-Energie-Intervall direkt ablesen zu können, wurde diese Verteilung auf das Verhältnis zum selektierten zum totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt normiert. Die bei NA49 verwendeten Zentralitätsbins sind durch die waagerechten blau gestrichelten und die abgeleiteten Grenzen für die Schnitte auf die Veto-Energie durch senkrechte rote Linien gekennzeichnet. Da sich die Vetoenergieverteilungen von Datensätzen mit unterschiedlichen Magnetfeldpolaritäten leicht unterscheiden (Abbildung 4.15) und da sich herausstellte, dass die Vetokalorimeterkalibration zeitabhängig ist[3], wurden die Veto-Energie Intervalle für jeden der verwendeten Datensätze bestimmt. In den Tabellen 4.4 bis 4.6 sind die Ergebnisse für die Schnitte auf die Vetoenergie für die verwendeten Daten zusammengefasst.



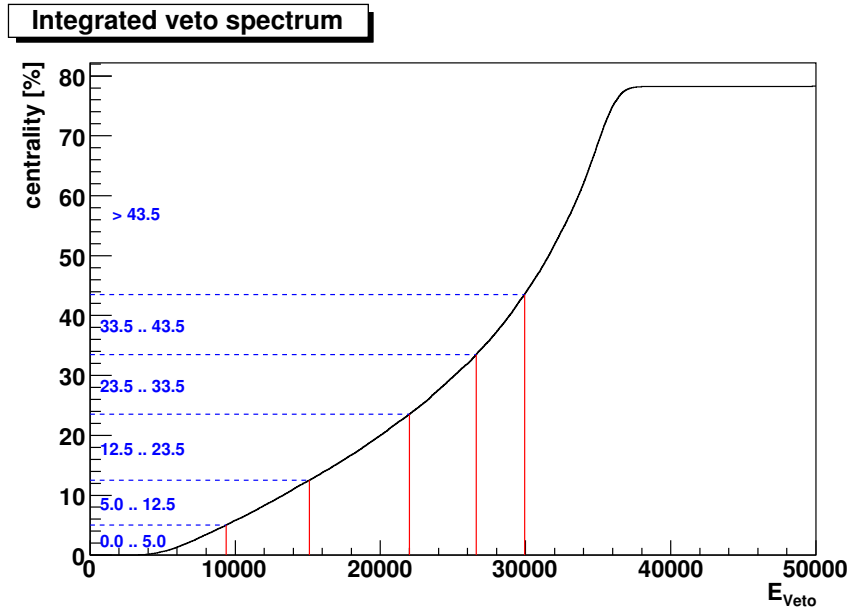


Abbildung 4.14: Festlegung der Vetoenergieintervalle für die verschiedenen Zentralitätsklassen am integrierten Vetoenergiespektrum.

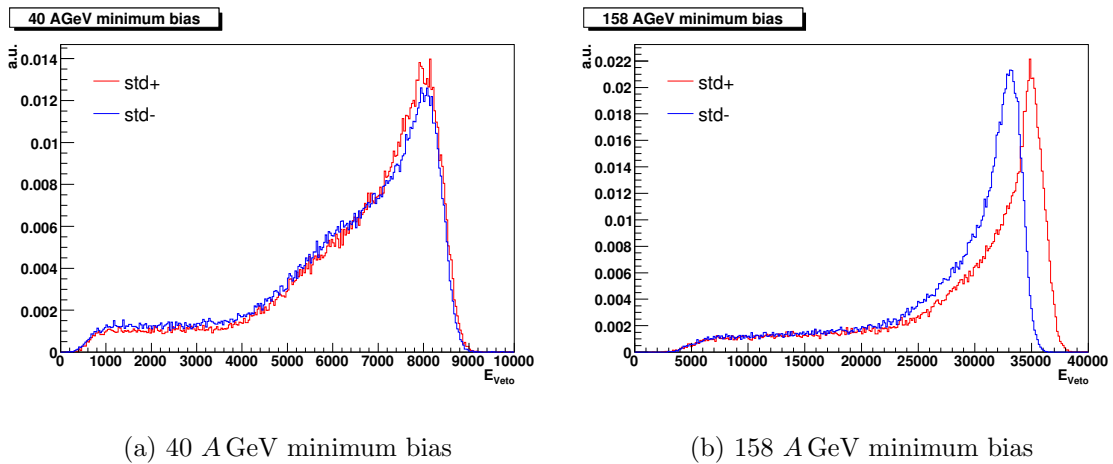


Abbildung 4.15: Vergleich der Vetoenergiespektren unterschiedlicher Magnetfeldpolaritäten für (a) 40 und (b) 158 A GeV

#### 4 Datenanalyse

Datensatz Runs	Zentralitäts- klasse	Zentralitäts- intervall [% $\sigma_{\text{inel}}$ ]	Vetoenergieschnitt	
			[GeV]	
			01D 3133 ... 3166	02C 3003 ... 3059
1		[0; 5]	< 1391	< 1391
2		[5; 12.5]	[1391, 2557]	[1391, 2546]
3		[12.5; 23.5]	[2557, 4150]	[2546, 4103]
4		[23.5; 33.5]	[4150, 5393]	[4103, 5334]
5		[33.5; 43.5]	[5393, 6366]	[4103, 5334]
6		> 43.5	> 6366	> 5334

Tabelle 4.4: Vetoenergieschnitte für die Zentralitätsintervalle bei den 40 A GeV minimum bias Datensätzen

Datensatz Runs	Zentralitäts- klasse	Zentralitäts- intervall [% $\sigma_{\text{inel}}$ ]	Vetoenergieschnitt	
			[GeV]	
			00M 1464 ... 1495	00N 1586 ... 1614
1		[0; 5]	< 9372	< 9085
2		[5; 12.5]	[9372, 15109]	[9085, 14537]
3		[12.5; 23.5]	[15109, 21986]	[14537, 20884]
4		[23.5; 33.5]	[21986, 26606]	[20884, 25151]
5		[33.5; 43.5]	[26606, 29926]	[25151, 28357]
6		> 43.5	> 29926	> 28357

Tabelle 4.5: Vetoenergieschnitte für die Zentralitätsintervalle bei den 1996 aufgenommenen 158 A GeV minimum bias Datensätzen

Datensatz Runs	Zentralitäts- klasse	Zentralitäts- intervall [% $\sigma_{\text{inel}}$ ]	Vetoenergieschnitt	
			[GeV]	
			01J 4016 ... 4020	01J 4078 ... 4102
	1	[0; 5]	< 6112	< 6543
	2	[5; 12.5]	[6112, 12730]	[6543, 12803]
	3	[12.5; 23.5]	[12730, 19941]	[12803, 20006]
	4	[23.5; 33.5]	[19941, 25034]	[20006, 25019]
	5	[33.5; 43.5]	[25034, 28899]	[25019, 28993]
	6	> 43.5	> 28899	> 28993

Tabelle 4.6: Vetoenergieschnitte für die Zentralitätsintervalle bei den 2000 aufgenommenen 158 A GeV minimum bias Datensätzen

## 4 Datenanalyse

# 5 Systematische Unsicherheiten

In diesem Kapitel werden die systematischen Einflüsse verschiedener experimenteller Faktoren auf die HBT-Parameter untersucht. Dabei werden die HBT-Parameter als Funktion der Zentralität, die durch die mittlere Anzahl der Partizipanten  $\langle N_{\text{Part}} \rangle$  angegeben wird, dargestellt.

## 5.1 Einfluss der Normierung der Korrelationsfunktion

Die Korrelationsfunktion  $C_2(\mathbf{q})$  ist das Verhältnis zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Wie bereits erwähnt wird die Korrelationsfunktion experimentell aus dem Verhältnis zweier dreidimensionaler Impulsdifferenzverteilungen bestimmt

$$C_2(\mathbf{q}) = \frac{S(\mathbf{q})}{B(\mathbf{q})}.$$

Wegen der unterschiedlichen Statistik von Signal- und Untergrundverteilung ist es notwendig, die Korrelationsfunktion zu normieren. Dabei wird verlangt, dass die Korrelationsfunktion für große Relativimpulse  $|\mathbf{q}|$ , bei denen man keine Zwei-Teilchen-Korrelationen mehr erwartet, den Wert eins annimmt

$$|\mathbf{q}| \rightarrow \infty \Rightarrow C_2(\mathbf{q}) \rightarrow 1.$$

Um die Korrelationsfunktion zu normieren gibt es zwei Möglichkeiten: Zum einen bietet sich an, bei der Anpassung der Korrelationsfunktion die Normierung als freien Parameter mitanzupassen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, sowohl die Signal, als auch die Untergrundverteilung auf die Anzahl ihrer Einträge zu normieren. Dies geschieht, indem man die Anzahl der Einträge in jedem  $q_{\text{side}}-q_{\text{out}}-q_{\text{long}}$ -Bin durch die Anzahl der Einträge des gesamten Histogramms dividiert. Da man hierbei nicht berücksichtigt, dass sich in der Signalverteilung wegen der Bose-Einstein-Korrelation mehr Paare befinden, führt dies dazu, dass man die Signalverteilung bei der Normierung zu sehr herunter skaliert, so dass für große  $|\mathbf{q}|$  der Wert der Korrelationsfunktion kleiner als eins ist. Aus diesem Grund ist eine Normierungsmethode vorzuziehen, bei der man nur Paare aus einem Bereich verwendet, in dem Zwei-Teilchen-Korrelationen vernachlässigbar sind.

Um den systematischen Einfluss der Normierung auf die Korrelationsfunktion zu studieren, wurden die Ergebnisse dieser Normierungsmethoden verglichen. Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in den Abbildungen 5.1 für 40 und 5.2 für 158 A GeV dargestellt. Es zeigt sich, dass die Radien, bei denen die Normierung als freier Pa-

## 5 Systematische Unsicherheiten

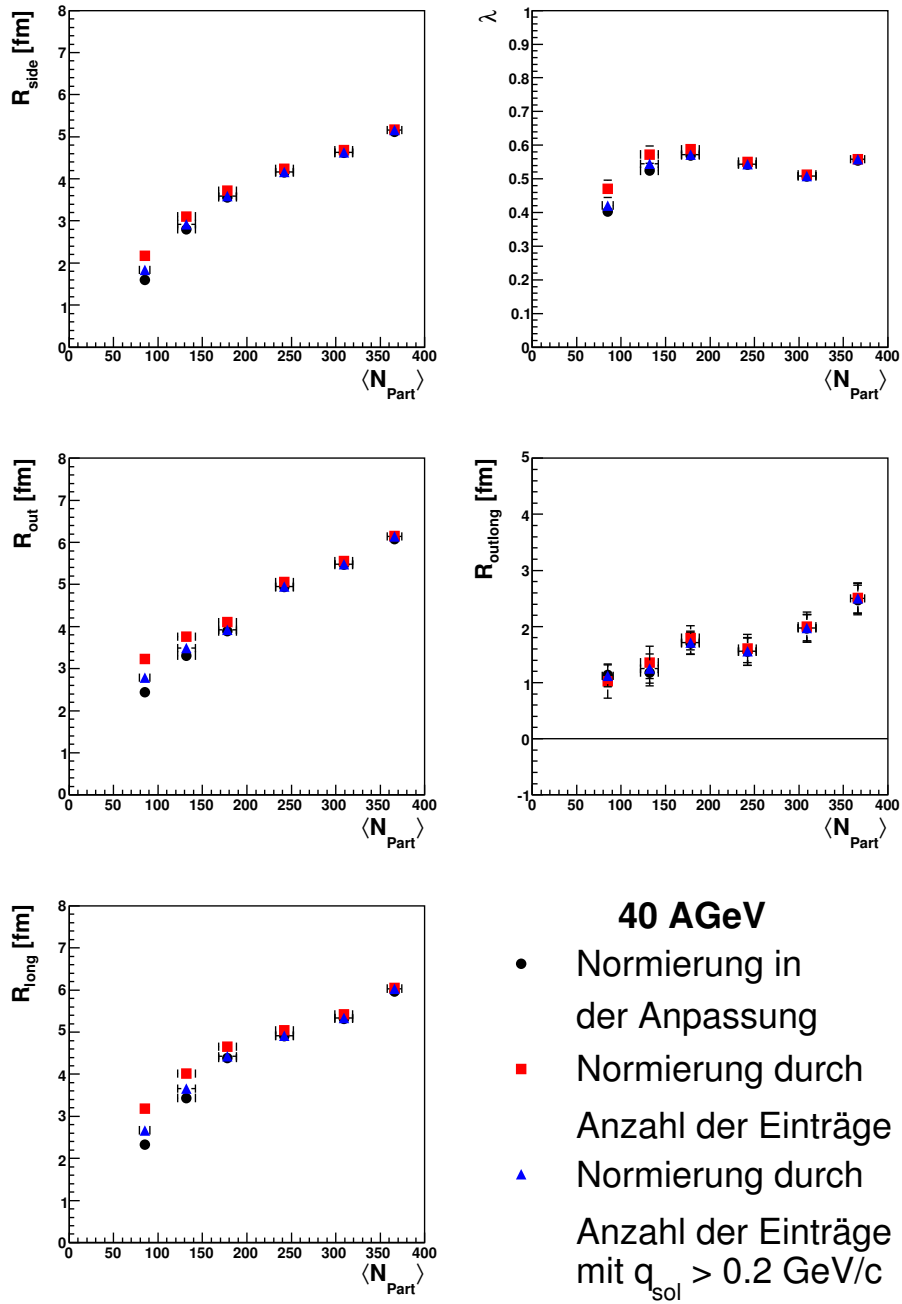


Abbildung 5.1: Einfluss der Normierung auf die HBT-Radien bei 40 AGeV

parameter angepasst wurden (schwarze Kreise), systematisch niedriger liegen als die bei denen die Normierung explizit vorgenommen wurde (rote Quadrate und blaue Dreiecke). Die Radien, bei denen die Signal- und Untergrundverteilungen auf die Gesamtzahl ihrer Einträge normiert wurde, sind am größten und die Radien, bei

## 5.1 Einfluss der Normierung der Korrelationsfunktion

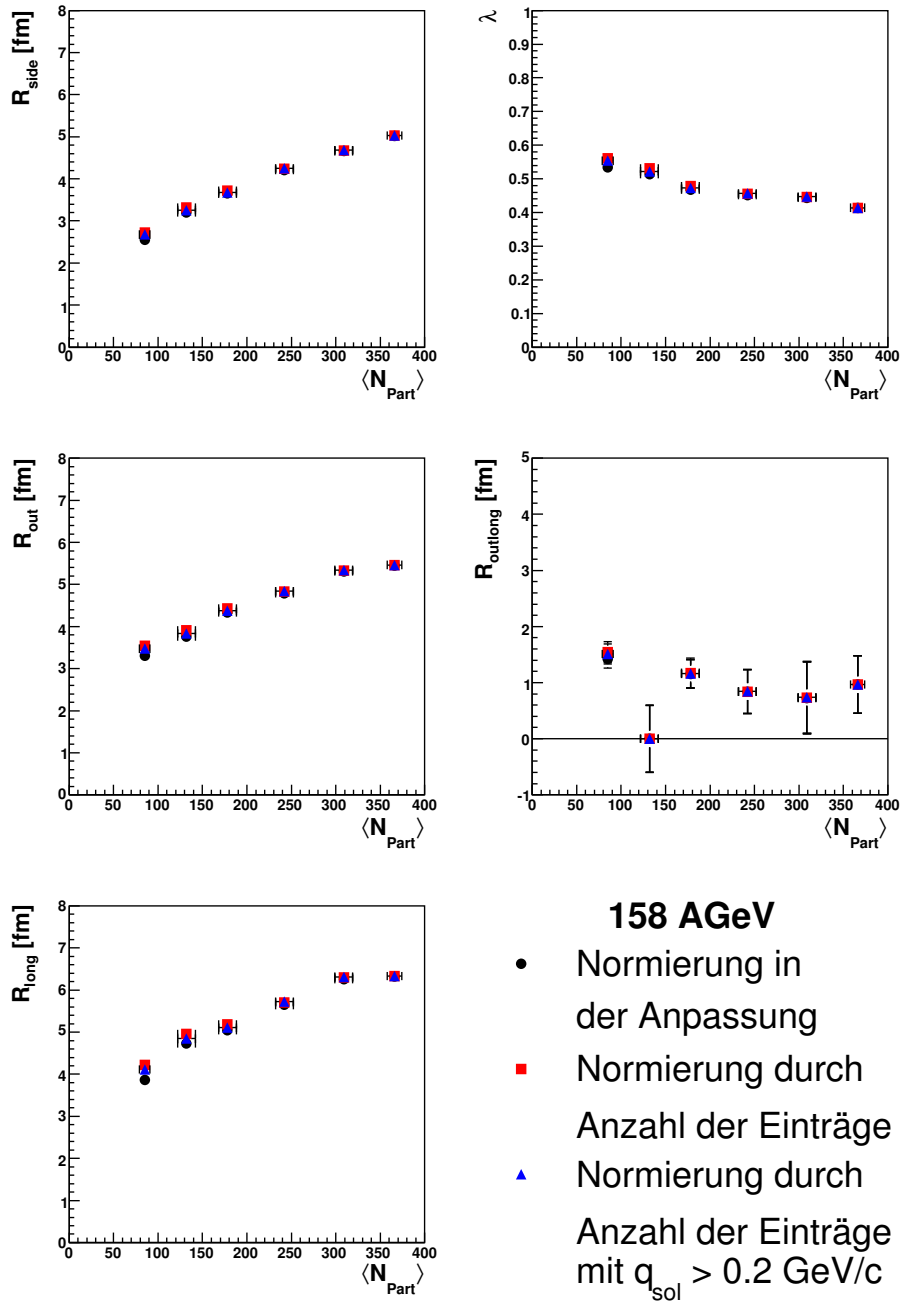


Abbildung 5.2: Einfluss der Normierung auf die HBT-Radien bei 158 A GeV

denen auf die Anzahl der Paare mit  $q_{\text{side}}, q_{\text{out}}, q_{\text{long}} > 0.2 \text{ GeV}/c$  normiert wurde liegen dazwischen. Der Unterschied der Radien ist am größten bei den peripheren Zentralitätsbins bei 40 A GeV, wo die Radien am kleinsten sind. Dort beträgt er etwas mehr als 1 fm in  $R_{\text{long}}$ . Dieses Verhalten lässt sich durch den Einfluss der

## 5 Systematische Unsicherheiten

Korrelationserhöhung in der Signalverteilung erklären: Werden sowohl Signal- als auch Untergrundverteilung auf die Anzahl ihrer Paare normiert, so hat man in der Signalverteilung für kleine Relativimpulse relativ zur Untergrundverteilung mehr Paare. Diese Art der Normierung führt daher dazu, dass die normierte Signalverteilung für hohe Relativimpulse relativ zur Untergrundverteilung niedriger ist, was zur Folge hat, dass die Korrelationsfunktion in diesem Bereich kleiner als eins ist. Bei der Anpassung wird nun versucht, den Unterschied der Anpassungsfunktion zu den Daten zu minimieren. Da die Grundlinie der Anpassungsfunktion auf eins festgelegt ist, wird nur der obere Teil der Korrelationserhöhung angepasst. Bei einer gaußförmigen Anpassung führt dies dazu, dass die Anpassungsfunktion schmäler als die Korrelationsfunktion ist. Da die HBT-Radien reziprok zu den Breiten der Anpassungsfunktion sind, führt diese Art der Normierung zu einer systematischen Überschätzung der Radien. Je breiter nun die Korrelationsfunktion ist, desto mehr fällt die Bose-Einstein-Überhöhung bei der Normierung ins Gewicht. Daher nimmt der Fehler aufgrund der Normierung mit abnehmenden Radien zu, wie man bei den peripheren Zentralitätsbins bei 40 A GeV in Abbildung 5.1 sehen kann.

## 5.2 Einfluss der Coulombkorrektur

Die aus den HBT-Radien abgeleiteten Korrekturparameter für den mittleren Paarabstand  $\langle r \rangle$  variieren zwischen 6 und 17 fm (Abbildung 5.3). Dabei ist ein mo-

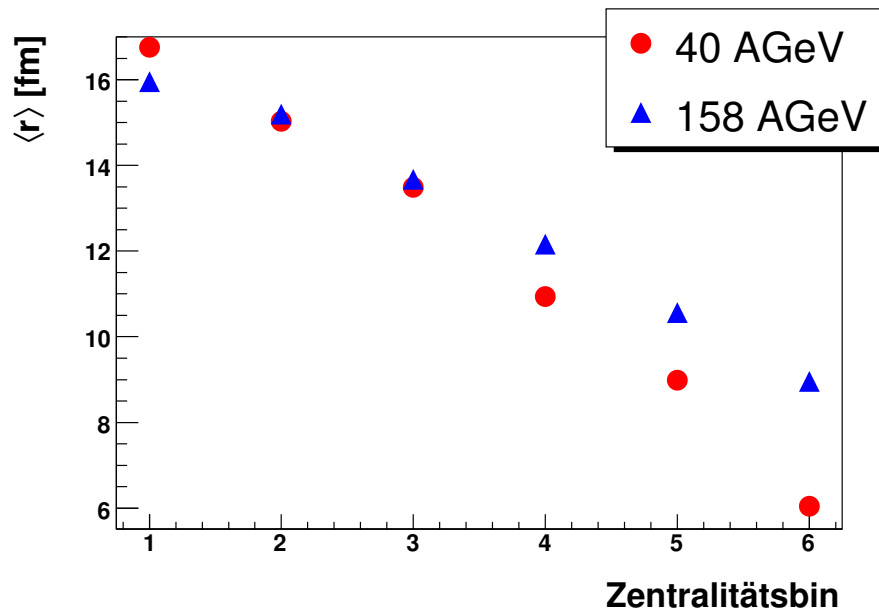


Abbildung 5.3: Mittlerer Paarabstand der Coulombkorrektur in Abhängigkeit von der Zentralität für 40 (rote Kreise) und 158 A GeV (rote Dreiecke).

ntoner Anstieg mit der Zentralität zu erkennen. Um den Einfluss der Stärke der



## 5.2 Einfluss der Coulombkorrektur

Coulombkorrektur auf die HBT-Radien zu untersuchen, wurden bei der Anpassung der Korrelationsfunktionen verschiedene Werte von  $\langle r \rangle$  für die Coulombkorrektur angenommen und die Ergebnisse dieser Anpassungen miteinander verglichen. Das Ergebnis dieses Vergleichs ist in den Abbildungen 5.4 für 40 und 5.5 für 158 A GeV dargestellt. Die Ergebnisse, bei denen die in Kapitel 4.1.2 beschriebene Standardkor-

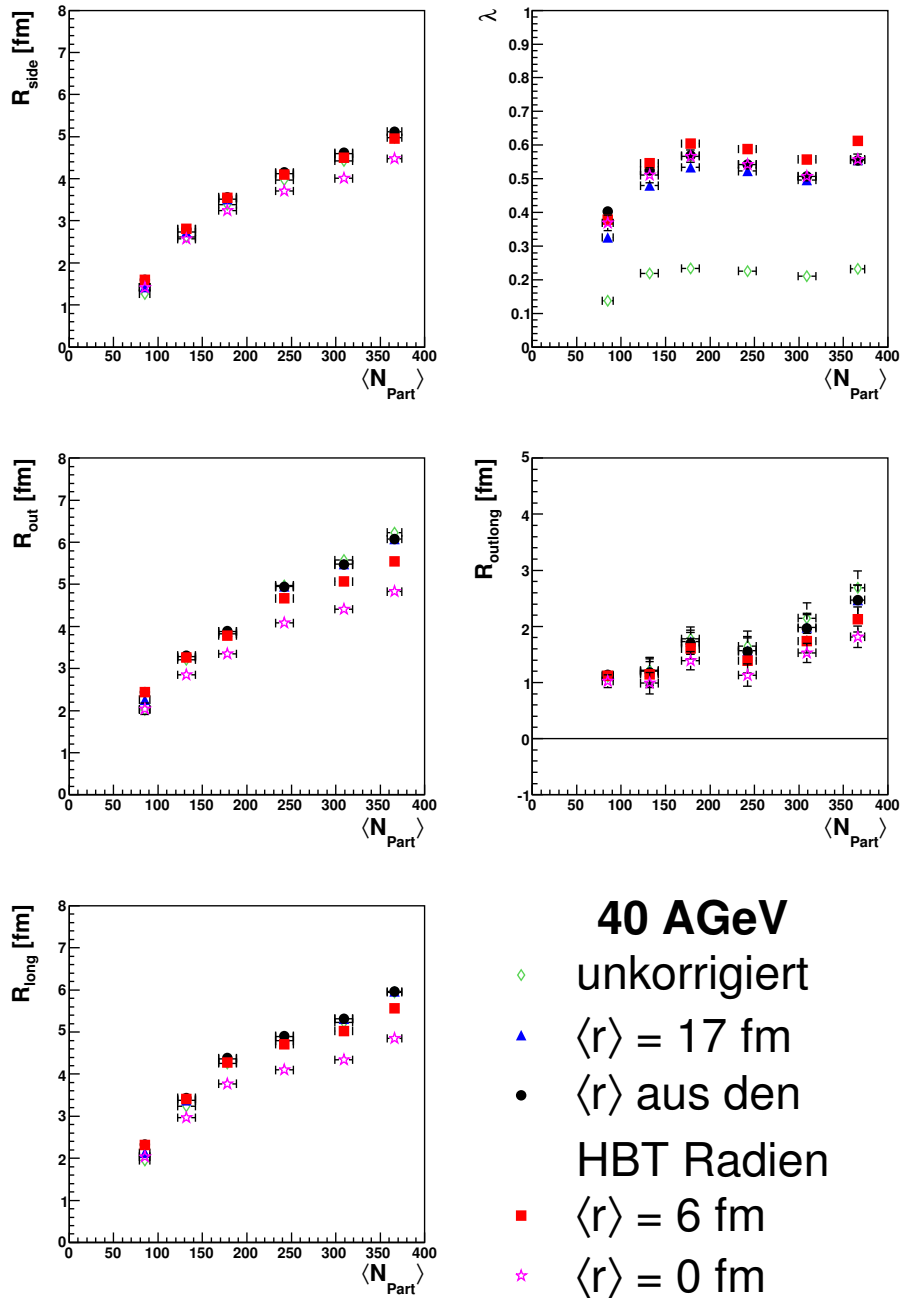


Abbildung 5.4: Einfluss der Coulombkorrektur auf die HBT-Radien bei 40 A GeV

## 5 Systematische Unsicherheiten

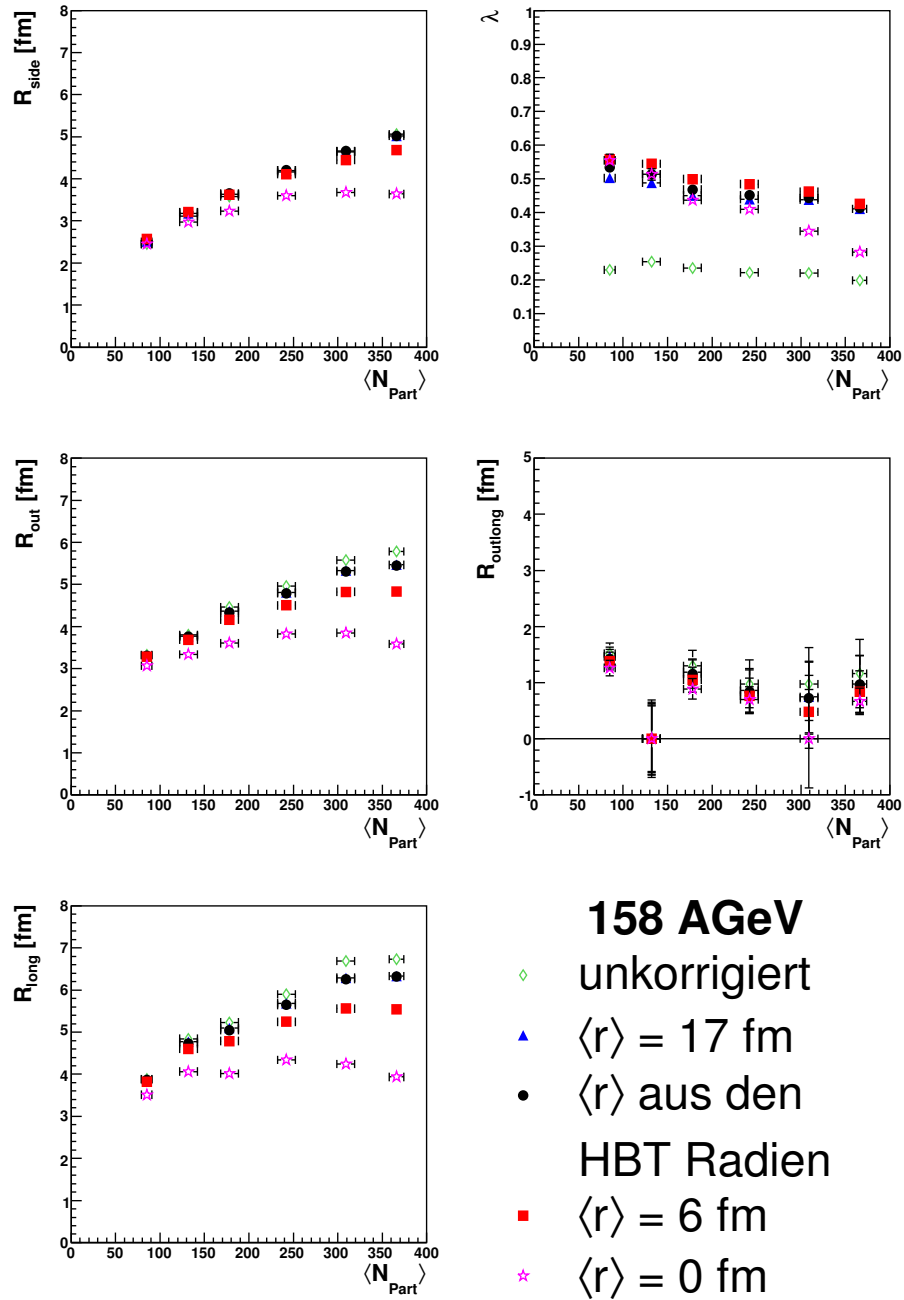


Abbildung 5.5: Einfluss der Coulombkorrektur auf die HBT-Radien bei 158 A GeV

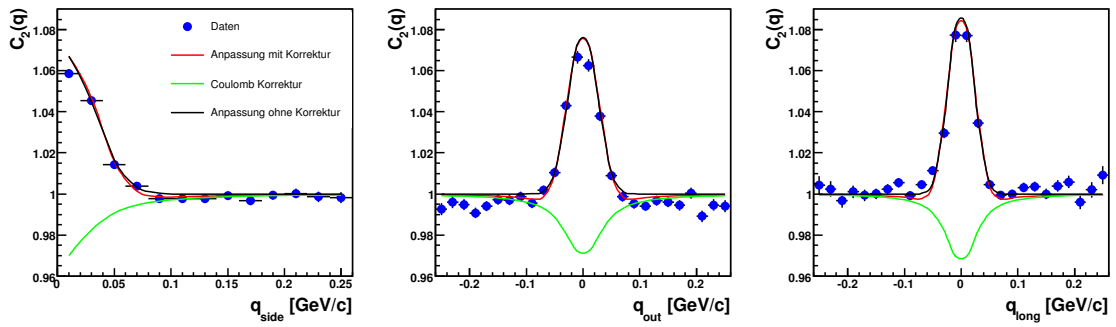
rektur verwendet wurde, sind durch schwarze Kreise dargestellt. Um den maximalen Einfluss der Coulombkorrektur zu studieren, wurden die Korrelationsfunktionen mit der maximalen ( $\langle r \rangle = 0$ ) und ohne Coulombkorrektur angepasst. Beide Extremfälle sind durch offene Symbole dargestellt. Eine realistischere Abschätzung, wie stark die HBT-Radien aufgrund der Coulombkorrektur in dieser Analyse variieren können

sind die Minimal- und Maximalwerte des mittleren Paarabstandes aus den Ergebnissen der Analyse, in den Abbildungen durch blaue Dreiecke ( $\langle r \rangle = 6 \text{ fm}$ ) und rote Quadrate ( $\langle r \rangle = 17 \text{ fm}$ ) dargestellt.

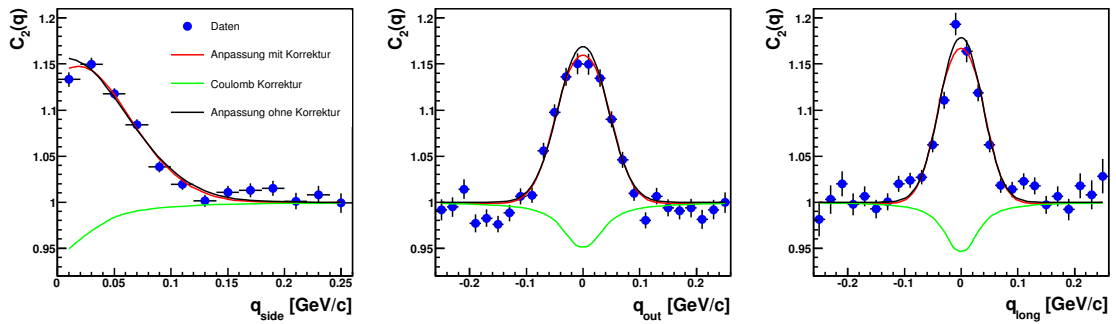
Beim Vergleich der korrigierten und unkorrigierten Werte wird deutlich, dass sich der Parameter  $\lambda$  am stärksten ändert. Eine Erklärung dafür ist, dass nach Gleichung (4.2)  $\lambda$  der Wert der Korrelationsfunktion für verschwindende Relativimpulse ist. Da für verschwindende Relativimpulse die Coulombabstoßung maximal wird, wird dort auch die Korrelationsfunktion am stärksten reduziert. Eine Nichtberücksichtigung der Coulombkorrektur führt daher zu viel kleineren Werten von  $\lambda$ . Beim Vergleich der Radien fällt auf, dass  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  am stärksten sensitiv auf die Coulombkorrektur sind. Der Unterschied ist am stärksten bei  $158 \text{ A GeV}$  ausgeprägt (etwa  $1 \text{ fm}$  in  $R_{\text{long}}$ ) und nimmt mit zunehmender Zentralität zu. Überraschend dabei ist, dass der Effekt für zentrale Ereignisse, bei denen man die größten Teilchenquellen und den größten mittleren Paarabstand und daher die niedrigste Coulombkorrektur hat, am größten ist. Vergleicht man jedoch die Korrelationsfunktionen für zentrale (Abbildung 5.6(a)) und periphere (Abbildung 5.6(b)) Ereignisse, so wird deutlich, dass wegen der breiteren Korrelationsfunktion bei peripheren Ereignissen der Einfluss des Coulombgewichtes nur innerhalb der Bose-Einstein-Erhöhung zum tragen kommt. Bei zentralen Ereignissen hingegen sind die Korrelationsfunktionen sehr schmal, so dass am Fuße der Korrelationserhöhung die Grundlinie durch die Coulombkorrektur merklich erniedrigt wird. Diese Erniedrigung führt zu einer schmaleren Gaußanpassung und somit zu größeren HBT-Radien.

Der Parameter  $R_{\text{side}}$  ist am schwächsten sensitiv auf die Coulombkorrektur und ändert sich durch das Verwenden der Coulombkorrektur um etwa nur  $0.2 \text{ fm}$ , was in der Größenordnung des statistischen Fehlers liegt.

## 5 Systematische Unsicherheiten



(a) 158 A GeV, zentral



(b) 158 A GeV, peripher

Abbildung 5.6: Projektion der Anpassungsfunktionen mit Coulombkorrektur (rot), ohne Coulomb-Korrektur (schwarz) und Projektion des Coulomb-Gewichtes  $A(q_{inv}; \langle r \rangle)$  (grün) für periphere und zentrale Ereignisse

## 5.3 Purity

Die aus der VENUS-Simulation abgeleiteten Werte für die purity sind in der Abbildung 5.7 dargestellt und variieren zwischen 0.5 und 0.6. Um den Einfluss der purity

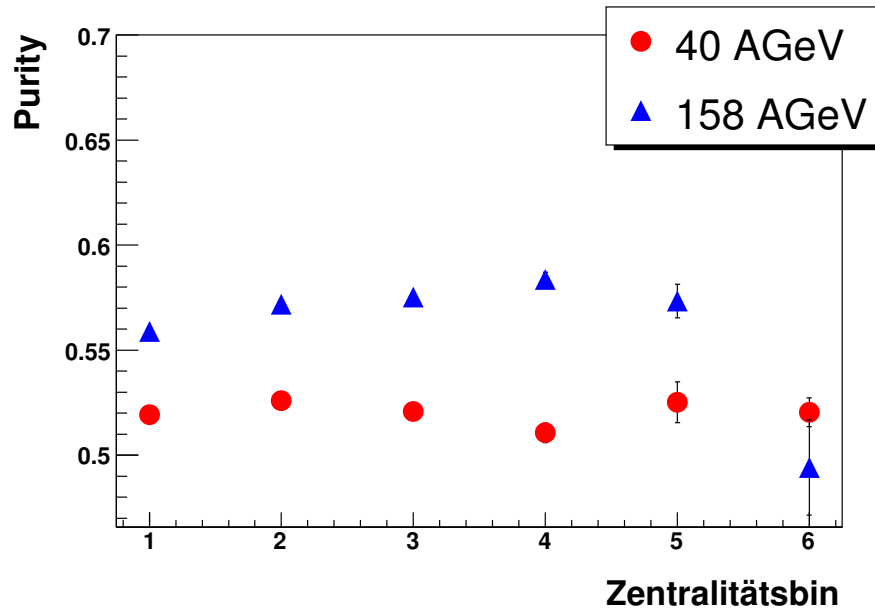


Abbildung 5.7: Purity aus VENUS-Simulation in Abhängigkeit von der Zentralität für 40 (rote Kreise) und 158 A GeV (blaue Dreiecke)

auf die Ergebnisse der Anpassung zu studieren, wurden die Korrelationsfunktionen mit unterschiedlichen Werten für die purity angepasst und miteinander verglichen. Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in den Abbildungen 5.8 für 40 A GeV und 5.9 für 158 A GeV dargestellt. Es wird deutlich, dass der Parameter  $\lambda$  am stärksten von der purity abhängt. Je größer man die purity wählt, desto kleiner wird  $\lambda$ . Dieser Einfluss der purity auf den Parameter  $\lambda$  folgt aus der Definition der Anpassungsfunktion (4.1), wonach für verschwindende Relativimpulse die Erhöhung der Korrelationsfunktion durch das Produkt  $\lambda p$  beschrieben wird:

$$\begin{aligned}
 C(\mathbf{q} = \mathbf{0}) &= 1 + \lambda p \\
 &\Downarrow \\
 \lambda &= \frac{C(0) - 1}{p}.
 \end{aligned}$$

Beim Einfluss der purity auf die Radien lässt sich eine ähnliche Tendenz wie bei der Coulombkorrektur beobachten. Demnach ist der Unterschied bei den zentralen Ereignissen in  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  am größten (bis zu 0.4 fm in  $R_{\text{long}}$ ), wobei  $R_{\text{side}}$  vergleichsweise stabil ist. Dieses Verhalten folgt aus der Gleichung (4.1) zugrundeliegenden Annahme, dass nur jene Teilchen zur Coulomb-Abstoßung beitragen, die auch

## 5 Systematische Unsicherheiten

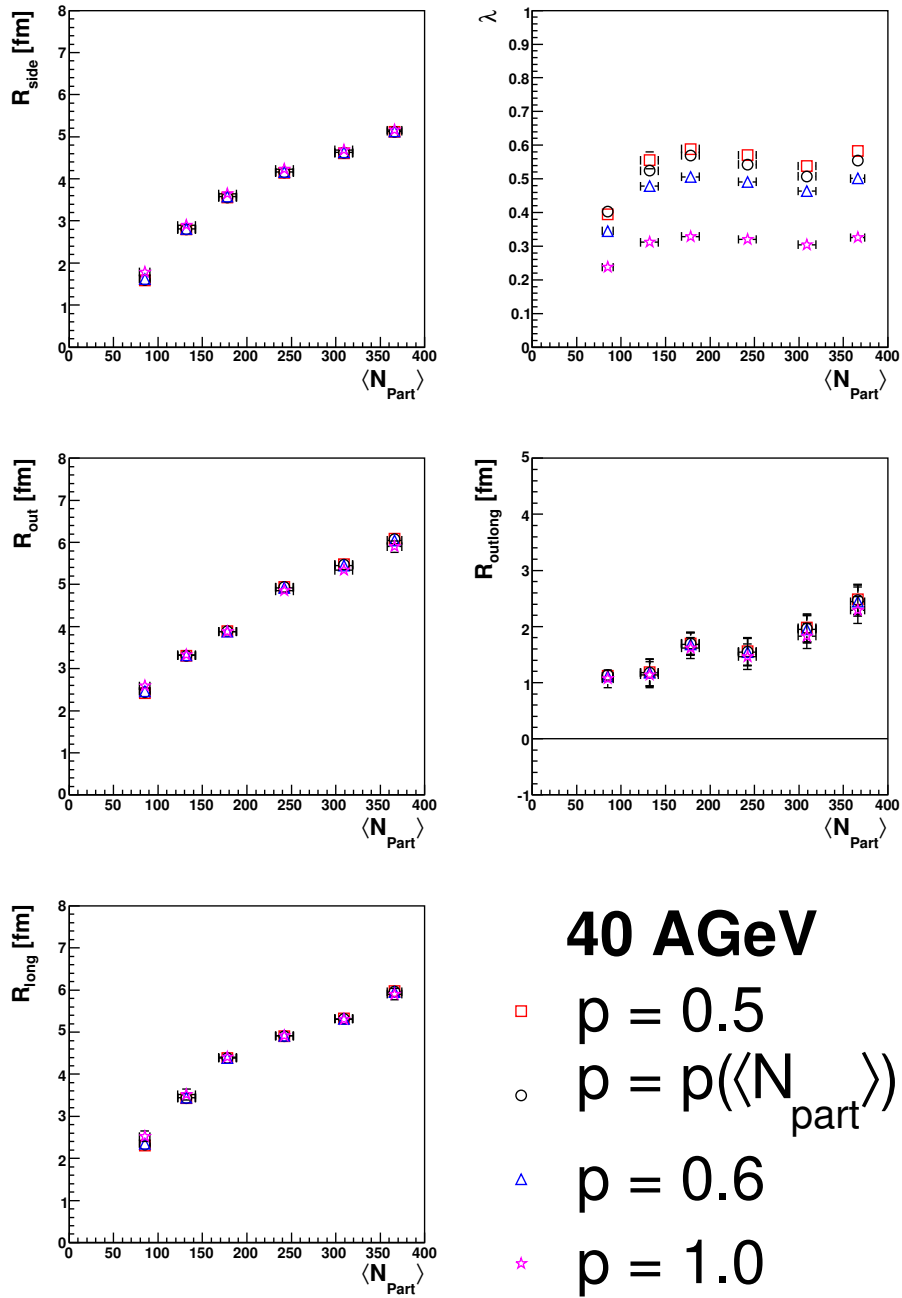


Abbildung 5.8: Einfluss der Verwendung unterschiedlicher purities auf die HBT-Radien bei 40 AGeV

zur Korrelationsfunktion beitragen. Die Korrelationsfunktion und die Coulombkorrektur haben daher dieselbe purity. Aus einer Erhöhung der purity folgt somit eine Erhöhung der Coulombkorrektur, die zu niedrigeren  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  führt.

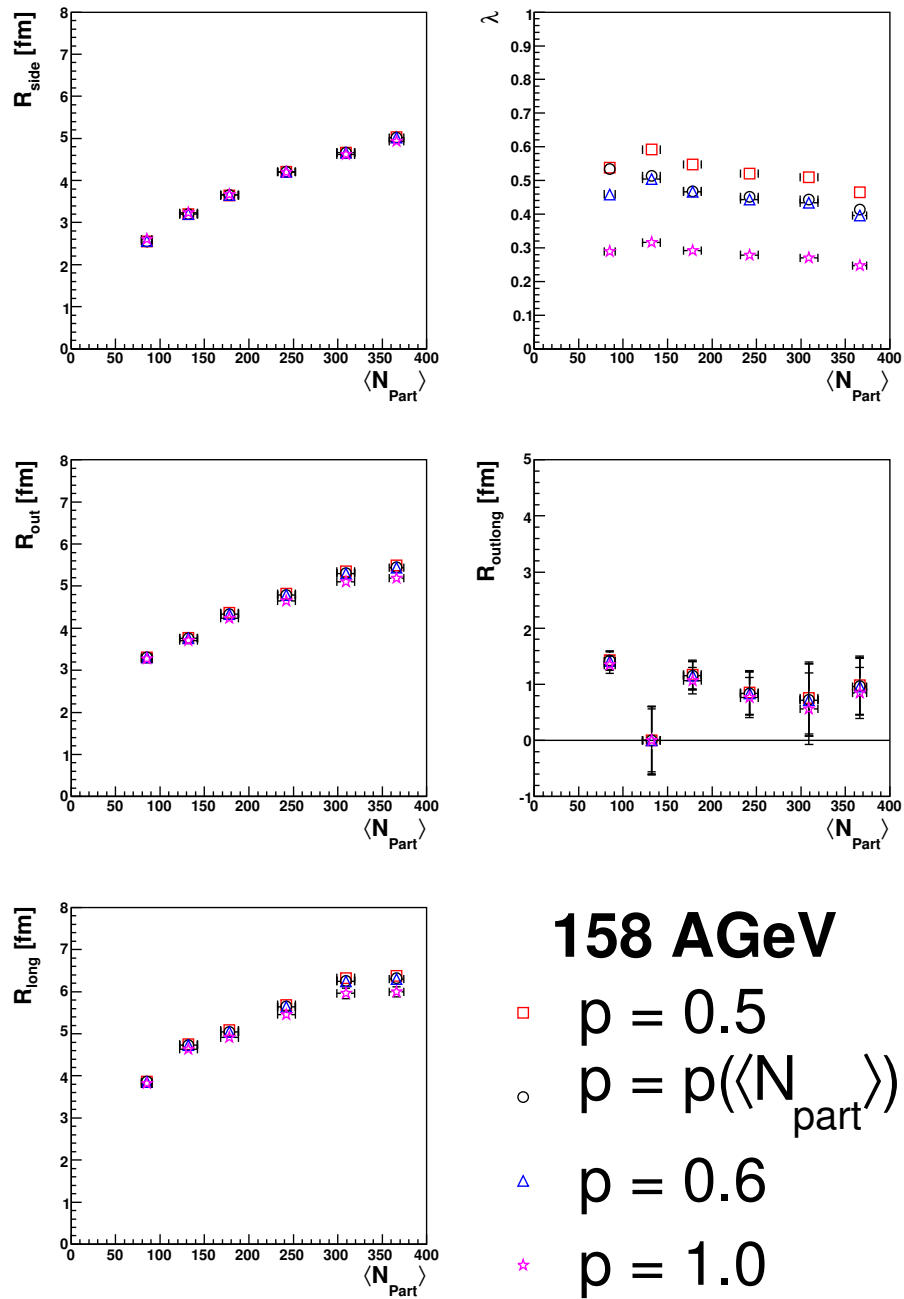


Abbildung 5.9: Einfluss der Verwendung unterschiedlicher purities auf die HBT-Radien bei 158 AGeV

## 5.4 Wahl des Anpassungsbereiches

Wählt man den Impulsraumbereich in der die Korrelationsfunktion angepasst wird so, dass genügend Datenpunkte für die Anpassung vorhanden sind und dass sie Korrelationserhöhung nicht drastisch beschnitten wird, so sollte das Ergebnis der Anpassung nicht von der Wahl dieses Impulsraumbereiches abhängen. Ein guter Test der Zuverlässigkeit der Ergebnisse ist daher ihre Abhängigkeit von der Wahl des Anpassungsbereiches. Um diese Abhängigkeit zu untersuchen wurden die Korrelationsfunktionen in verschiedenen Impulsraumbereichen angepasst und die Ergebnisse miteinander verglichen. Die Ergebnisse für 40 und 158  $A$  GeV sind in den Abbildungen 5.10 und 5.11 dargestellt. Dabei wurde die Korrelationsfunktion innerhalb eines Bereiches angepasst, in dem  $|q_{\text{side}}|$ ,  $|q_{\text{out}}|$  und  $|q_{\text{long}}|$  kleiner als ein Maximalimpuls sind. Dieser Maximalimpuls wurde auf 0.2 (blaue Dreiecke), 0.3 (rote Quadrate) und 0.4 (schwarze Kreise) GeV/ $c$  gesetzt. Bei 158  $A$  GeV ist innerhalb der statistischen Fehler keine Abweichung bei Variation des Anpassungsbereiches zu erkennen. Bei 40  $A$  GeV hingegen nimmt der Unterschied der Ergebnisse der verschiedenen Anpassungsbereiche mit abnehmender Zentralität zu und ist am stärksten in  $R_{\text{long}}$  ausgeprägt, wo er bis zu 0.5 fm beträgt.



## 5.4 Wahl des Anpassungsbereiches

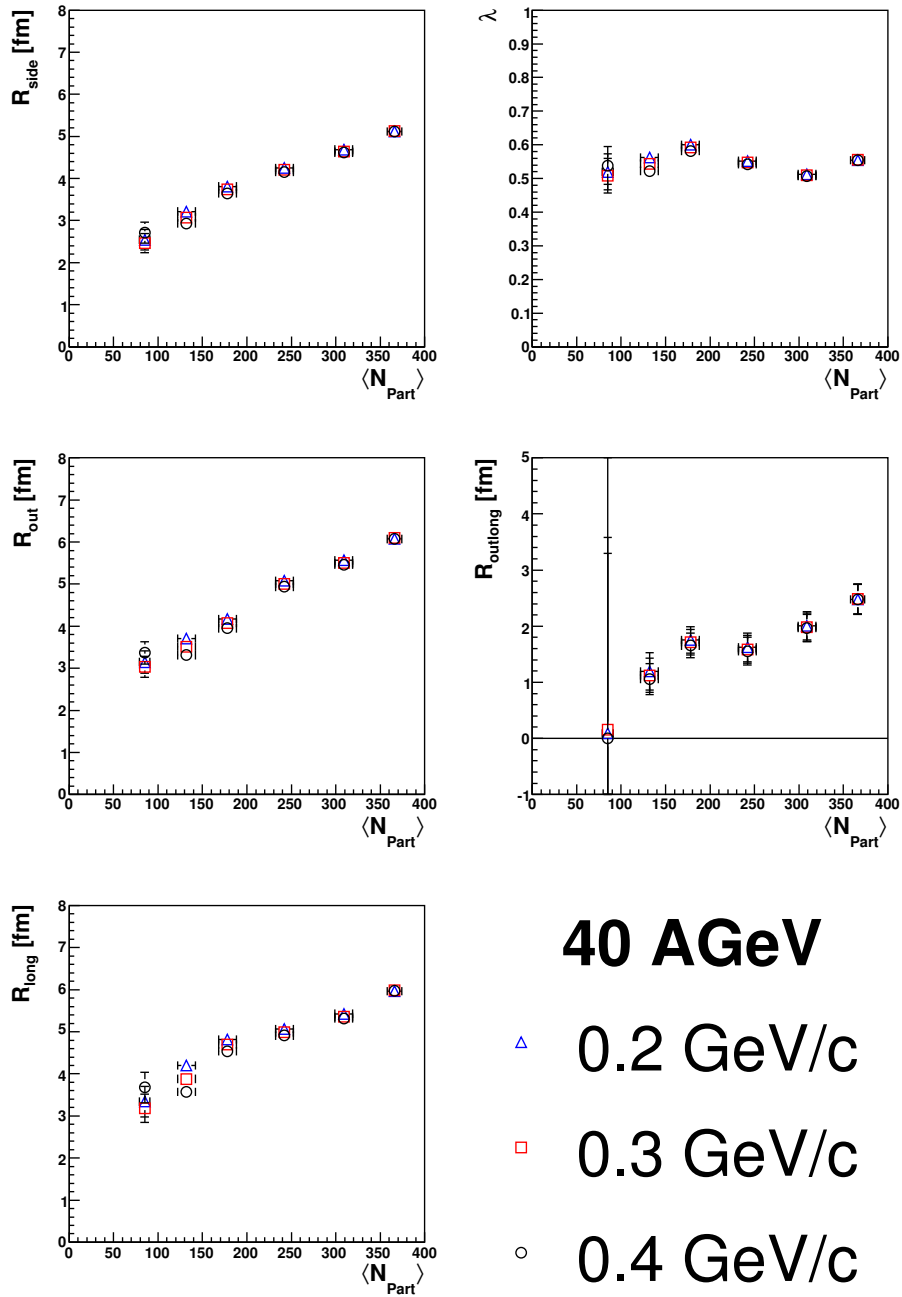


Abbildung 5.10: Einfluss der Wahl des Anpassungsbereiches auf die HBT-Parameter bei 40 AGeV

5 Systematische Unsicherheiten

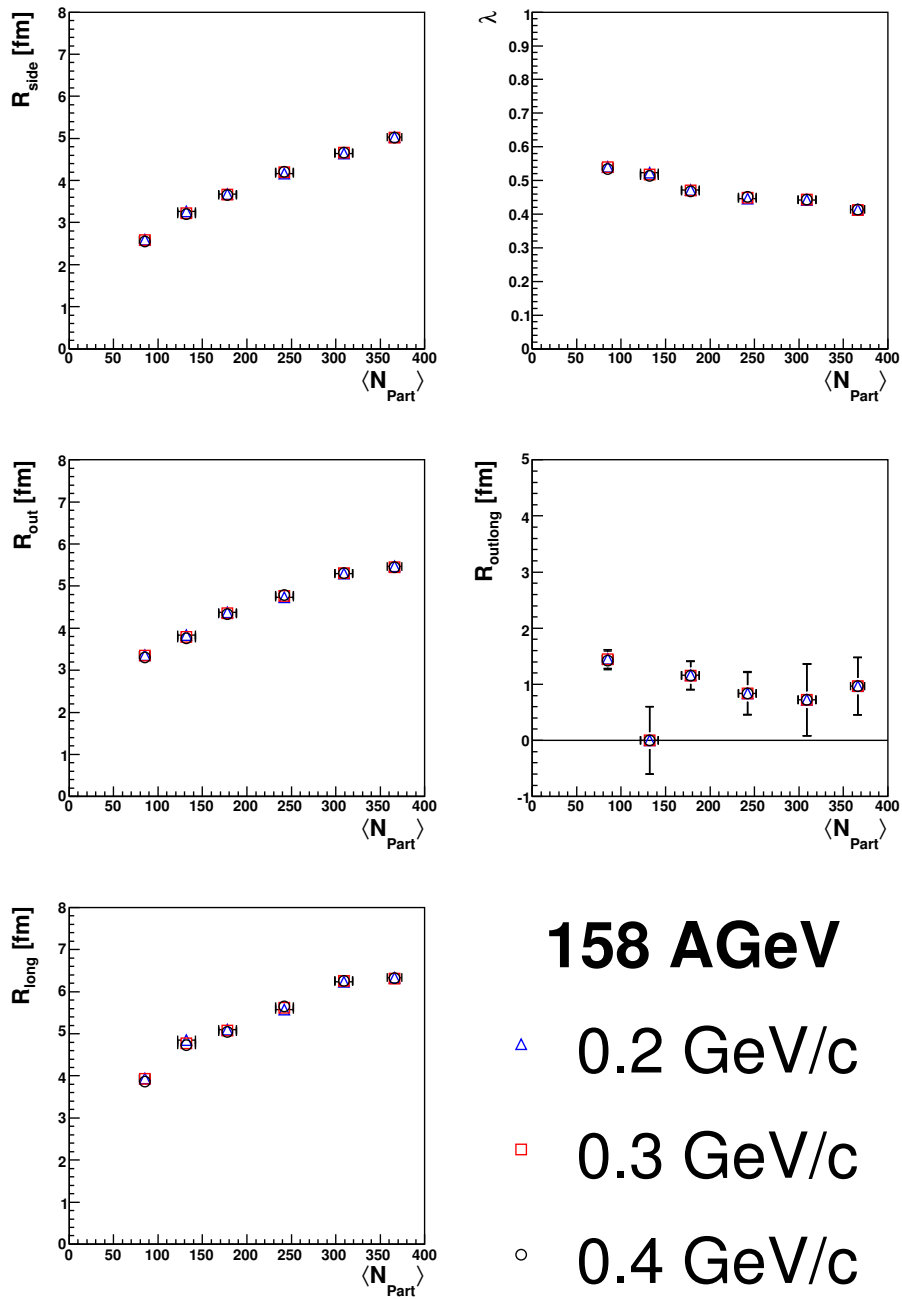


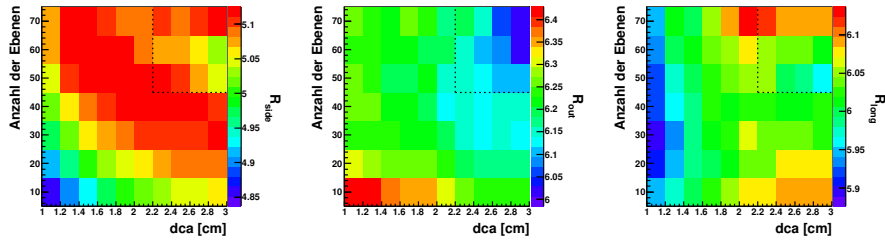
Abbildung 5.11: Einfluss der Wahl des Anpassungsbereiches auf die HBT-Parameter bei 158 AGeV

## 5.5 Einfluss des Schnittes auf die Zweispurauflösung

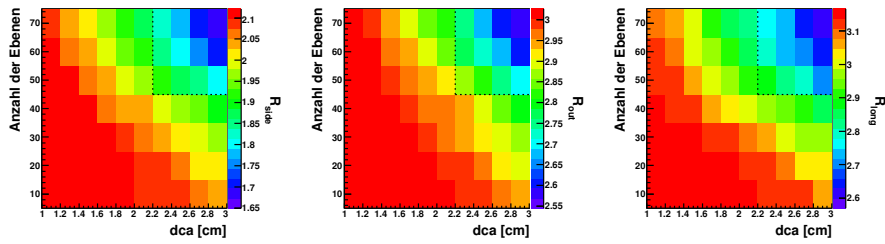
Um den systematischen Einfluss des Schnittes auf die Zweispurauflösung zu untersuchen, wurden die Zweispurschnittparameter Mindestabstand (dca) und die minimale Anzahl der Ebenen, auf denen der Mindestabstand überschritten sein muss, variiert und die resultierenden Korrelationsfunktionen angepasst. Das Ergebnis dieser Studie ist in den Abbildungen 5.12(a) bis 5.12(d) für periphere und zentrale Ereignisse der Strahlenergien 40 und 158 A GeV dargestellt. Der in dieser Analyse verwendete Schnitt ist dabei durch gestrichelte Linien dargestellt.

Im gesamten betrachteten Bereich der Schnittparameter variiert  $R_{\text{out}}$  bei zentralen Ereignissen bei 158 A GeV am stärksten (bis zu 1 fm, während die anderen Radien  $R_{\text{side}}$  und  $R_{\text{out}}$  um maximal 0.5 fm variieren), was sich auf die bereits erwähnte Zweispurineffizienz bei Schwerpunktsrapidität und hohem  $k_t$  zurückführen lässt[28]. Bei peripheren Ereignissen bei 158 A GeV ist  $R_{\text{out}}$  jedoch stabiler, da man wegen der niedrigeren Teilchenmultiplizität eine niedrigere Spurdichte hat. Innerhalb des selektierten Bereiches ändern sich die Radien bei peripheren Ereignissen bei 40 A GeV am stärksten. Der Unterschied beträgt bis zu 0.3 fm in  $R_{\text{out}}$ .

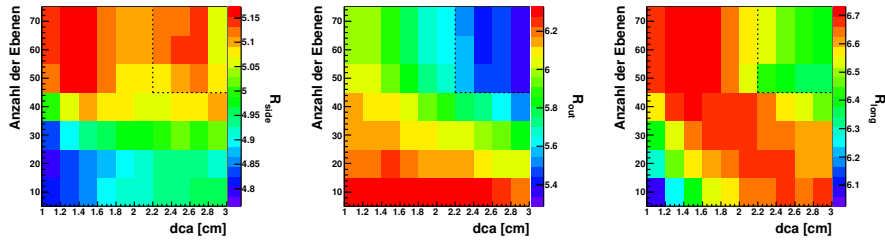
## 5 Systematische Unsicherheiten



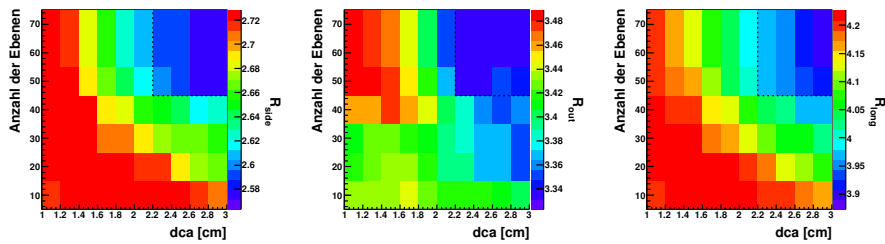
(a) 40 A GeV, zentral



(b) 40 A GeV, peripher



(c) 158 A GeV, zentral



(d) 158 A GeV, peripher

Abbildung 5.12: Einfluss der Schnittes auf die Zweispurauflösung auf die HBT-Radien  $R_{\text{side}}$ ,  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  für 40 und 158 A GeV. Der in dieser Analyse verwendete Schnitt ist durch gestrichelte Linien dargestellt.

## 5.6 Weitere systematische Einflüsse

### 5.6.1 Impulsauflösung

Die begrenzte Impulsauflösung des Detektors führt zu einer Verschmierung der Teilchenimpulse und somit zu einer verbreiterten Korrelationsfunktion. Die HBT-Radien der Quelle werden daher systematisch unterschätzt. In der Referenz [28] wurde der Einfluss der Impulsauflösung auf die HBT-Parameter für zentrale Ereignisse und unterschiedliche Energien untersucht. Es zeigte sich, dass die auf Impulsauflösung korrigierten und die unkorrigierten Ergebnisse sich nur geringfügig unterschieden (maximal etwa 0.3 fm). Dieser Unterschied war bei großen HBT-Radien und niedrigen Strahlenergien am stärksten ausgeprägt, was sich darauf zurückführen lässt, dass bei großen HBT-Radien die Korrelationsfunktion am schmalsten und somit sensitiver auf die Verschmierung der Teilchenimpulse aufgrund der begrenzten Impulsauflösung des Detektors ist. Bei niedrigen Energien hat man nun den Effekt, dass die Spuren in einem gegebenen Impulsbereich gerader durch den Detektor verlaufen als bei höheren Strahlenergien, da bei NA49 das Magnetfeld mit der Strahlenergie herunter skaliert wurde. Da bei der Rekonstruktion der Teilchenimpuls aus der Bahnkrümmung der Spur im Magnetfeld bestimmt wird, führt diese geringere Krümmung der Spuren bei niedrigen Energien zu einer ungenaueren Impulsbestimmung. Da der Einfluss der Impulsauflösung verglichen mit den anderen systematischen Einflüssen wie beispielsweise die Wahl des Anpassungsbereiches bei 40 A GeV nur sehr gering ist, wurde auf die Korrektur der Impulsauflösung verzichtet und der Einfluss bei der Abschätzung des systematischen Fehlers berücksichtigt.

### 5.6.2 Teilchenidentifikation

Bisher wurden für die Analyse negative Hadronen verwendet und die Kontamination durch Paare, bei denen es sich nicht um Pionen vom Hauptvertex handelt durch die purity berücksichtigt. Um Teilchenidentifikation mittels  $dE/dx$  zu betreiben, ist es notwendig, einen Schnitt auf den Teilchenimpuls zu setzen, da sich die Bethe-Bloch-Kurven der Teilchen überlappen. Um den Einfluss der Teilchenidentifikation zu untersuchen werden die Ergebnisse der Analyse, die nur mit dem Impulsschnitt gemacht wurde und der Analyse, bei der sowohl auf den Teilchenimpuls als auch auf den spezifischen Energieverlust geschnitten wurde miteinander verglichen. Da die mit diesen Schnitten die verbleibende Statistik nicht ausreicht, um die Zentralitätsabhängigkeit der Ergebnisse beider Analysemethoden miteinander zu vergleichen und bei zentralen Daten[28] kein großer Unterschied gefunden wurde, wird davon ausgegangen, dass der Fehler aufgrund fehlender Teilchenidentifikation nicht von der Zentralität abhängt und etwa 0.1 bis maximal 0.3 fm beträgt.

## 5.7 Vergleich zu den HBT-Ergebnissen für zentrale Kollisionen

Im Wesentlichen gleicht die in dieser Arbeit verwendete Analyseprozedur der der zentralen Daten. Ein wesentlicher Unterschied beider Analyseprozeduren ist jedoch, dass in dieser Analyse Paare aus einem sehr großen kinematischen Bereich verwendet wurden, um einen möglichst große Ausbeute an Paaren auch bei peripheren Zentralitäten zu haben. Eine weiterer Unterschied ist, dass die online zentral getriggerten Daten mit etwa 7 % eine niedrigere Zentralität als das zentralste Zentralitätsintervall der minimum bias Daten mit 5 % haben. Um die Konsistenz der beider Ergebnisse zu überprüfen, wurden die Ergebnisse dieser Analyse mit den Ergebnissen der zentralen Datensätze verglichen. In den Abbildungen 5.13 und 5.14 sind die HBT-Parameter dieser Analyse und der Analyse der zentral getriggerten Daten als Funktion vom mittleren Transversalimpuls  $k_t$  für 40 und 158 A GeV aufgetragen. Die zentralen HBT-Daten wurden der Arbeit [28] entnommen. Da der Mittelwert der Paarrapidität  $y_{\pi\pi} - y_{\text{mid}}$  der in dieser Analyse verwendeten Paare bei etwa 0.5 liegt, was zwischen den beiden Rapiditätsintervallen der zentralen Daten liegt, wurden für diesen Vergleich beide benachbarten Rapiditätsintervalle der zentralen Daten herangezogen (in den Abbildungen durch volle und offene Dreiecke dargestellt). Es zeigt sich, dass die Radien  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  nicht in die Systematik der zentralen Daten passen. Der Unterschied ist am größten bei  $R_{\text{long}}$  (etwa bis zu 0.5 fm), da dieser Radius am stärksten von  $k_t$  abhängt. Der Einfluss der unterschiedlichen Zentralitäten wurde durch die Extrapolation der Radien als Funktion der Anzahl der Partizipanten auf eine Zentralität von 7 %, die etwa einer Anzahl von Partizipanten von  $N_{\text{part}} \approx 350$  entspricht, abgeschätzt und beträgt etwa 0.1 fm. Der Unterschied zwischen minimum bias und zentralen Daten lässt sich also nicht allein durch die unterschiedlichen Zentralitäten erklären, sondern beruht vielmehr auf den Einfluss der größeren Binbreite in  $k_t$ : Während für niedrige  $k_t$  die Korrelationsfunktion für  $q_{\text{long}}$  sehr schmal ist, ist sie bei hohen  $k_t$  sehr breit. Benutzt man nun für die Analyse Paare aus dem gesamten  $k_t$ -Bereich, so entspricht die resultierende Korrelationsfunktion dem Mittel der Korrelationsfunktionen aller  $k_t$ -Bins. Nimmt man nun an, dass die Korrelationsfunktion der einzelnen  $k_t$ -Bereiche durch ideale Gaußfunktionen beschrieben werden, so ist die Korrelationsfunktion des gesamten Bereiches nicht mehr gaußförmig, da sie sich aus mehreren Gaußfunktionen unterschiedlicher Breiten zusammensetzt. Es ist daher nicht klar, auf welche Weise die Anpassungsparameter einer Korrelationsfunktion des gesamten  $k_t$ -Bereiches dem Mittel der Anpassungsparameter der einzelnen  $k_t$ -Bins entspricht.

5.7 Vergleich zu den HBT-Ergebnissen für zentrale Kollisionen

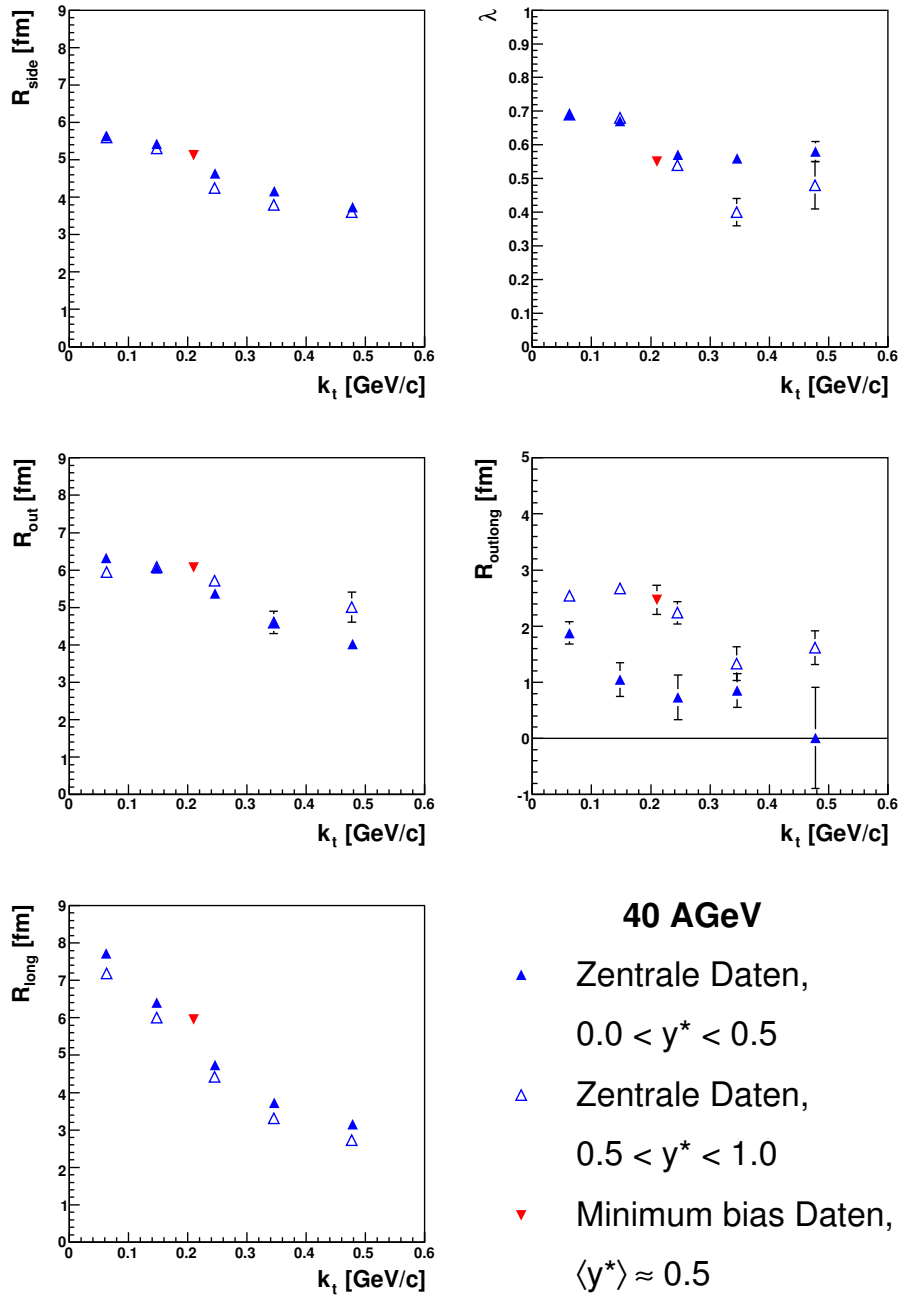


Abbildung 5.13: Vergleich mit den HBT-Ergebnissen der zentralen Daten für 40 A GeV.

5 Systematische Unsicherheiten

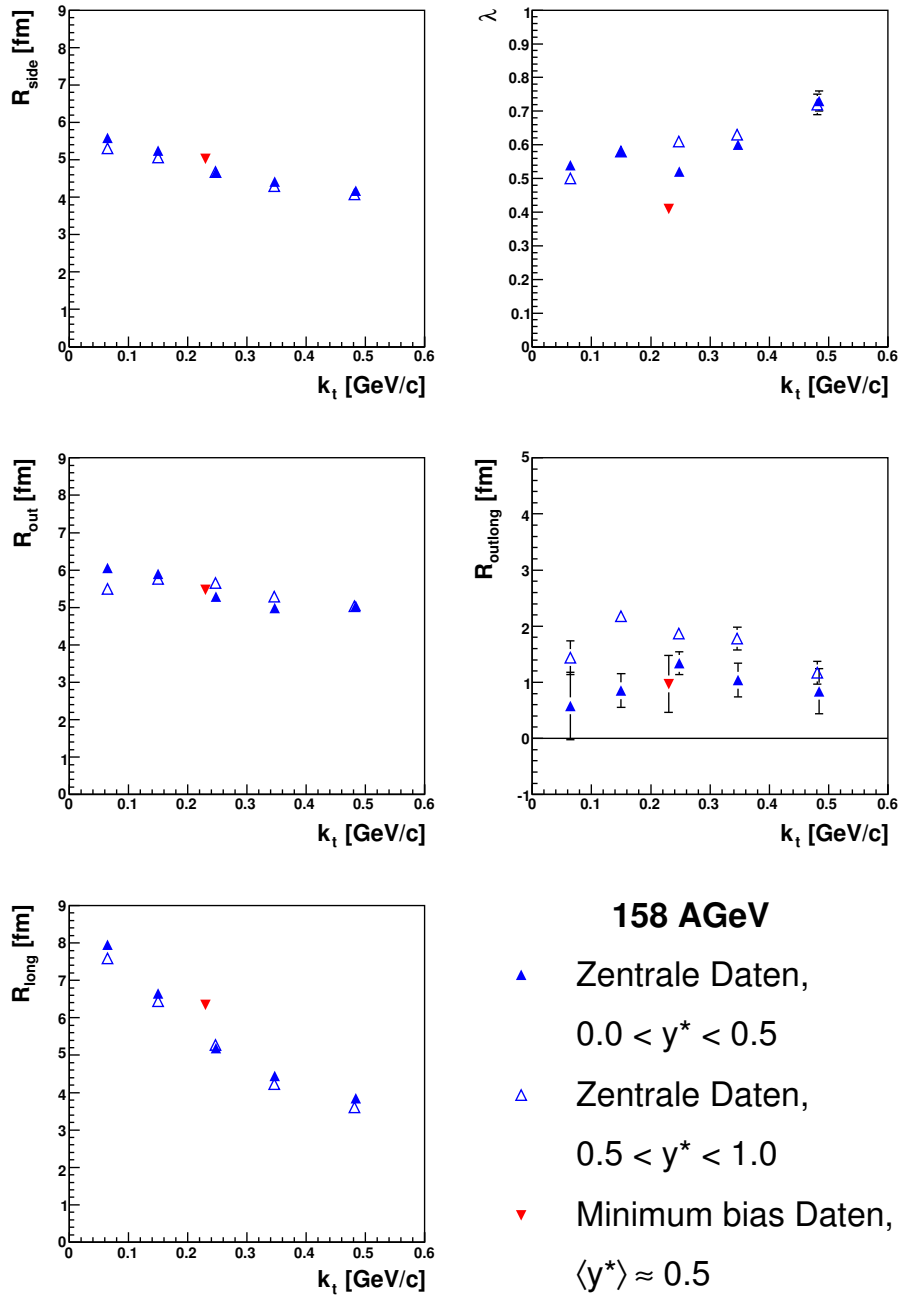


Abbildung 5.14: Vergleich mit den HBT-Ergebnissen der zentralen Daten für 158 A GeV.



## 5.8 Abschätzung des Systematischen Fehlers

In den letzten Abschnitten wurde untersucht, wie sensitiv die HBT-Parameter auf unterschiedliche experimentelle Faktoren wie die Normalisierungsmethode, Coulombkorrektur, purity, Wahl des Anpassungsbereiches und Zweispurauflösung sind. Es stellte sich heraus, dass die Radien  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  bei 158 A GeV überraschend stabil verglichen mit den Ergebnissen bei 40 A GeV sind. Bei letzteren nimmt der systematische Fehler mit abnehmender Zentralität zu (maximal etwa 1 fm). Der HBT-Radius  $R_{\text{side}}$  zeigt die geringste Abhängigkeit von den hier diskutierten Größen (maximaler Fehler etwa 0.5 fm), während  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  vor allen durch die Coulombkorrektur beeinflusst werden. Der Parameter  $\lambda$  ist am stärksten beeinflusst durch die Wahl der purity und der Coulombkorrektur. Der relative Fehler des  $\lambda$ -Parameters wird hier mit 10 - 20% abgeschätzt.

## 5 *Systematische Unsicherheiten*

## 6 Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisse dieser Analyse für 40 und 158 A GeV sind in der Abbildung 6.1 zusammengestellt und die Zahlenwerte in Tabelle 6.1 tabelliert. Dabei wurde sich auf einen kinematischen Bereich von  $0.0 < y_{\pi\pi} - y_{\text{mid}} < 2.0$  und  $0.0 < k_t < 0.6$  beschränkt. Auf eine weitere Unterteilung in  $k_t$  und Rapiditätsintervalle wurde wegen niedriger Statistik bei peripheren Zentralitäten bei 40 A GeV verzichtet. Die Mittelwerte für die Paarrapidität  $\langle y \rangle$  und den mittleren transversalen Impuls  $\langle k_t \rangle$  für jeden Zentralitätsbin sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Es zeigt sich, dass die Werte der Parameter  $R_{\text{side}}$ ,  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  monoton mit der Zentralität ansteigen, wobei die Parameter  $\lambda$  und  $R_{\text{outlong}}$  bei 40 A GeV Maxima, bzw. Minima durchlaufen. Da jedoch der Parameter  $\lambda$  sehr sensitiv auf die mit Unsicherheiten behaftete Puritykorrektur ist, sind die Zahlenwerte dieses Parameters mit zu großen Unsicherheiten behaftet, so dass sich nur Aussagen über seinen Verlauf als Funktion der Zentralität treffen lassen. Betrachtet man die Projektion auf die  $q_{\text{out}}-q_{\text{long}}$ -Ebene bei verschwindendem  $R_{\text{outlong}}$ , so beschreiben die Äquipotenziallinien der Korrelationsfunktion Ellipsen, deren Hauptachsen durch die Parameter  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  beschrieben werden. Bei endlichem  $R_{\text{outlong}}$  sind die Hauptachsen der Ellipsen gegenüber der  $q_{\text{out}}$  und  $q_{\text{long}}$ -Achsen geneigt. Da  $R_{\text{outlong}}$  rapiditätsabhängig ist und bei dieser Analyse Teilchen aus einem relativ großen Rapiditätsbereich verwendet wurden, sind die Zahlenwerte auch bei diesem Parameter mit sehr großen Unsicherheiten betrachtet.

Vergleicht man die Radien  $R_{\text{side}}$ ,  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  beider Energien miteinander, so wird deutlich, dass der Radius  $R_{\text{side}}$  keine große Energieabhängigkeit aufweist. Die Differenzen der Radien beider Energien sind überall kleiner als der maximale systematische Fehler von 1 fm. Bei  $R_{\text{long}}$  jedoch, liegen die 40 A GeV Daten systematisch etwa 0.5 fm unter den 158 A GeV Daten.

Bei peripheren Ereignissen stimmen beide Energien in  $R_{\text{out}}$  überein. Je zentraler nun die Ereignisse werden, desto größer wird der Unterschied zwischen 40 und 158 A GeV, wobei die Steigung der 40 A GeV Ergebnisse steiler ist als bei 158 A GeV. Für zentrale Ereignisse ist der Unterschied daher am größten. Hier ist der Wert für  $R_{\text{out}}$  bei 40 A GeV um etwa 0.5 fm *größer* als der entsprechende Wert für 158 A GeV.

## 6 Ergebnisse und Diskussion

Zentralität	$\lambda$	$R_{\text{side}}$ [fm]	$R_{\text{out}}$ [fm]	$R_{\text{long}}$ [fm]	$R_{\text{outlong}}$ [fm]
40 A GeV					
1	$0.55 \pm 0.02$	$5.12 \pm 0.12$	$6.07 \pm 0.15$	$5.96 \pm 0.16$	$2.47 \pm 0.26$
2	$0.51 \pm 0.02$	$4.69 \pm 0.11$	$5.57 \pm 0.13$	$5.43 \pm 0.14$	$2.01 \pm 0.25$
3	$0.55 \pm 0.02$	$4.25 \pm 0.09$	$5.08 \pm 0.11$	$5.07 \pm 0.12$	$1.62 \pm 0.25$
4	$0.59 \pm 0.02$	$3.78 \pm 0.10$	$4.18 \pm 0.12$	$4.75 \pm 0.14$	$1.84 \pm 0.22$
5	$0.58 \pm 0.03$	$3.18 \pm 0.12$	$3.88 \pm 0.14$	$4.17 \pm 0.18$	$1.41 \pm 0.30$
6	$0.48 \pm 0.03$	$2.26 \pm 0.13$	$3.35 \pm 0.15$	$3.32 \pm 0.17$	$0.98 \pm 0.35$
158 A GeV					
1	$0.41 \pm 0.02$	$5.03 \pm 0.10$	$5.47 \pm 0.12$	$6.34 \pm 0.14$	$0.97 \pm 0.51$
2	$0.44 \pm 0.02$	$4.65 \pm 0.09$	$5.29 \pm 0.11$	$6.24 \pm 0.14$	$0.72 \pm 0.64$
3	$0.45 \pm 0.01$	$4.17 \pm 0.07$	$4.74 \pm 0.08$	$5.58 \pm 0.11$	$0.84 \pm 0.38$
4	$0.47 \pm 0.02$	$3.68 \pm 0.07$	$4.37 \pm 0.09$	$5.10 \pm 0.11$	$1.16 \pm 0.26$
5	$0.52 \pm 0.02$	$3.26 \pm 0.08$	$3.84 \pm 0.09$	$4.85 \pm 0.12$	$0.00 \pm 0.60$
6	$0.54 \pm 0.02$	$2.59 \pm 0.07$	$3.36 \pm 0.09$	$3.94 \pm 0.11$	$1.45 \pm 0.17$

Tabelle 6.1: Zahlenwerte und statistische Fehler der Ergebnisse für 40 und 158 A GeV.

Zentralität	$\langle y_{\pi\pi} \rangle$	$\langle y_{\pi\pi} \rangle - y_{\text{mid}}$	$\langle k_t \rangle$ [GeV/c]	$\langle y_{\pi\pi} \rangle$	$\langle y_{\pi\pi} \rangle - y_{\text{mid}}$	$\langle k_t \rangle$ [GeV/c]
	40 A GeV			158 A GeV		
1	2.69	0.49	0.21	3.38	0.48	0.23
2	2.71	0.51	0.21	3.39	0.49	0.23
3	2.73	0.53	0.21	3.40	0.50	0.22
4	2.74	0.54	0.21	3.40	0.50	0.22
5	2.76	0.56	0.21	3.41	0.51	0.22
6	2.77	0.57	0.20	3.41	0.51	0.22

Tabelle 6.2: Übersicht der Mittelwerte der Paarrapidität  $y_{\pi\pi}$  und des mittleren Transversalimpuls  $k_t$  für die verschiedenen Energien und Zentralitäten

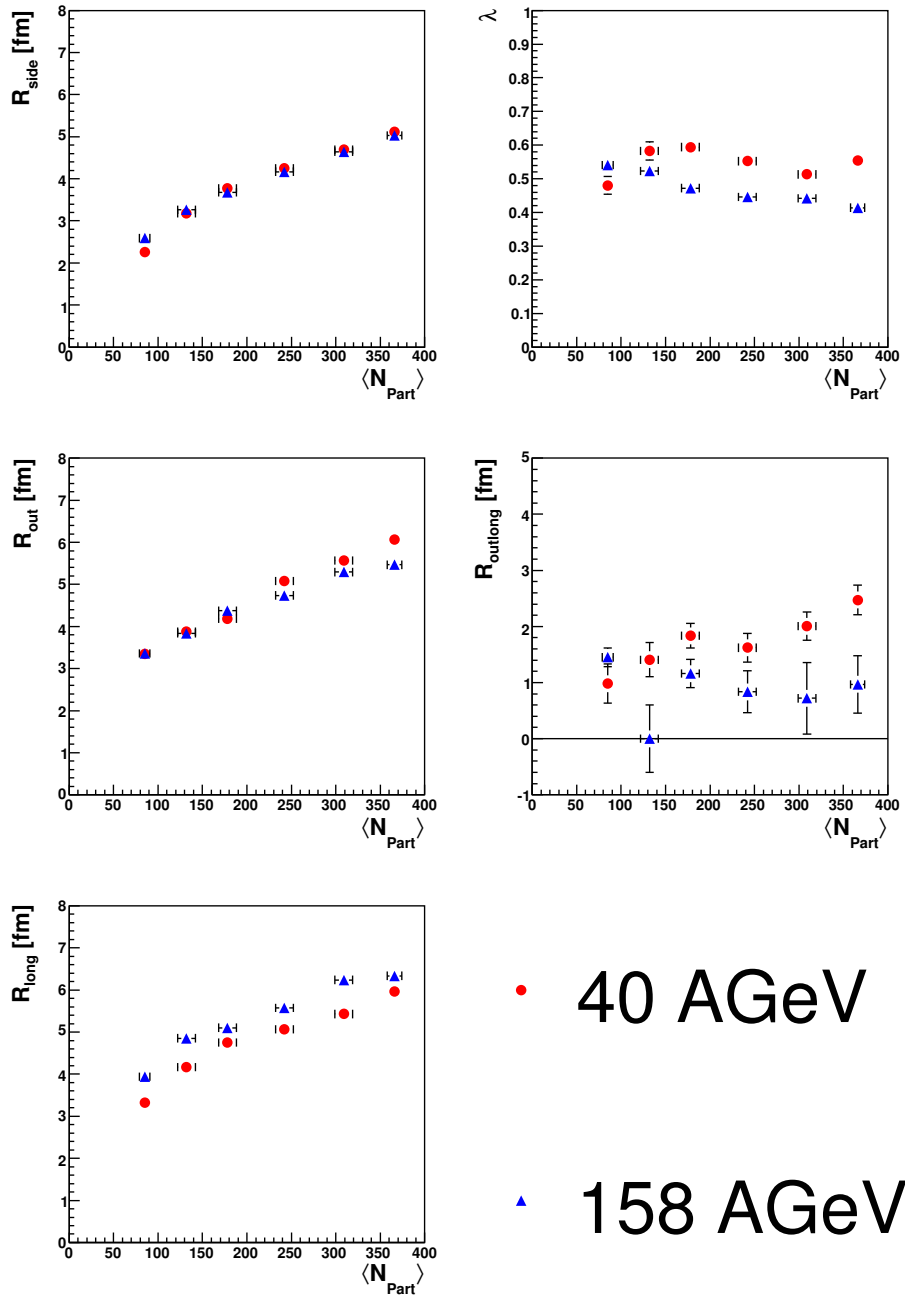


Abbildung 6.1: Ergebnisse der HBT-Parameter für 40 und 158 AGeV

## 6.1 Zentralitätsabhängigkeit der Emissionsdauer

### 6.1.1 Das Verhältnis $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$

Eine wichtige Observable bei der Suche nach einem Phasenübergang ist das Verhältnis von  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$ , das nach Gleichung (2.18) ein Maß für die Emissionsdauer ist. Da für  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}} < 1$  das Quadrat der Emissionsdauer negativ wird, erwartet man, dass  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  stets größer als 1 ist. Bei einem Phasenübergang ändert sich das Verhältnis von Druck und Energiedichte. Für ein hadronisches System erwartet man einen höheren Druck als für ein partonisches System gleicher Energiedichte. Dieser höhere Druck führt zur einer schnelleren Expansion des Systems. Die Teilchenemission erstreckt sich somit über einen kürzeren Zeitraum. Demzufolge ist auch die Längenskala der Teilchenemission in Expansionsrichtung kleiner. Bei einem partonischen System hat man wegen des niedrigeren Druckes eine langsamere Expansion. Teilchen werden über einen längeren Zeitraum emittiert. Die Längenskala der Teilchenemission in Expansionsrichtung ist daher größer als beim hadronischen Szenario. Der HBT-Radius  $R_{\text{out}}$  ist nun ein Maß für die mit der Expansionsgeschwindigkeit und der Emissionsdauer einhergehende Längenskala der Teilchenemission in transversaler Richtung, während  $R_{\text{side}}$  ein Maß für die räumliche Ausdehnung der Quelle ist. Daher erwartet man, dass beim Vorliegen einer partonischen Phase im frühen Stadium der Kollision das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  deutlich größer als eins ist. Hydrodynamischen Modellrechnungen zufolge liegt das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  beim Vorliegen einer partonischen Phase in der Größenordnung 3-7[36]. Ein derart hoher Unterschied zwischen beiden Radien wurde bislang jedoch nicht experimentell beobachtet. Nimmt man an, dass die Dichteprofile der bei einer Schwerionenkollision miteinander kollidierenden Kerne einer Woods-Saxon-Verteilung genügen, so folgt, dass man für Stöße unterschiedlicher Zentralitäten nicht nur unterschiedliche große, sondern auch unterschiedlich dichte Systeme erzeugt. Daher wird bei Variation der Zentralität vermutlich auch die Energiedichte der erzeugten Materie variiert. Im Hinblick auf die Suche nach den Anzeichen eines Phasenübergangs ist es daher auch aufschlussreich, das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  als Funktion der Zentralität zu betrachten. In Abbildung 6.2 sind die Ergebnisse dieser Analyse bezüglich des Verhältnisses  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  als Funktion der Zentralität für 40 und 158 A GeV dargestellt. Für alle betrachteten Zentralitäten ist das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  größer als eins und liegt zwischen 1.2 und 1.5.

### 6.1.2 Emissionsdauer

Das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  ist vor allem in Hinblick auf die Emissionsdauer  $\Delta\tau$  interessant. Da bei den Ergebnissen  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  größer als eins ist, ist die Lösung von Gleichung (2.18) reell und man kann die Emissionsdauer als Funktion der Zentralität studieren. In Abbildung 6.3 ist die Emissionsdauer als Funktion der Zentralität für beide Energien dargestellt. Für die transversale Geschwindigkeit  $\beta_{\text{out}}$  wurde die Näherung  $\beta_{\text{out}} \approx \frac{k_t}{m_t}$  verwendet. Bei einer Strahlenergie von 158 A GeV ist keine si-

## 6.1 Zentralitätsabhängigkeit der Emissionsdauer

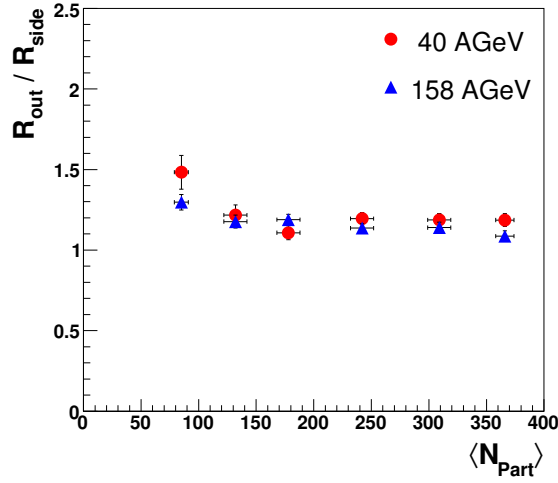


Abbildung 6.2: Das Verhältnis  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  als Funktion der Zentralität.

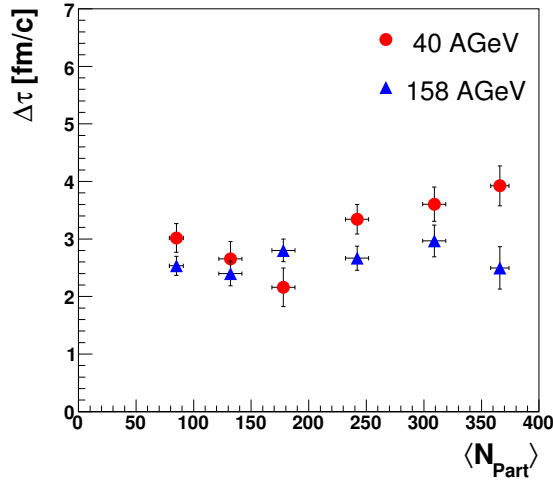


Abbildung 6.3: Emissionsdauer  $\Delta\tau$  als Funktion der Zentralität.

gnifikante Zentralitätsabhängigkeit der Emissionsdauer zu erkennen. Bei 40 A GeV jedoch durchläuft die Emissionsdauer bei  $N_{\text{Part}} \approx 180$  ein Minimum. Beim Betrachten der Abbildung 6.1 wird deutlich, dass die Parameter  $\lambda$  und  $R_{\text{outlong}}$  bei 40 A GeV an dieser Stelle Extremstellen durchlaufen. Wegen der großen systematischen Fehler bei 40 A GeV lässt sich allerdings nicht sagen, ob es sich hierbei um ein signifikantes systematisches Verhalten handelt.

## 6.2 Skalierung mit der Anzahl der Partizipanten

Der HBT-Radius  $R_{\text{side}}$  ist ein Maß, für die transversale Ausdehnung der Teilchenquelle,  $R_{\text{long}}$  ein Maß für die longitudinale Ausdehnung und  $R_{\text{out}}$  ist ein Maß für die Emissionsdauer. Die Anzahl der Partizipanten ist ein Maß dafür, wie stark die Kerne bei einer Schwerionenkollision überlappen. Das Volumen der Partizipanten ist in erster Näherung proportional zur Anzahl der Partizipanten. Betrachtet man Kollisionen mit gleicher Energie, so ist dieses Volumen ein Maß für das Volumen der Überlappregion beider Kerne. Will man jedoch Kollisionen unterschiedlicher Energien miteinander vergleichen, so muss man berücksichtigen, dass im Schwerpunktsystem der Kollision bei hohen Kollisionsenergien beide Kollisionspartner stärker lorentzkontrahiert sind als bei niedrigen und daher Kollisionen mit der selben Anzahl der Partizipanten bei unterschiedlichen Energien unterschiedliche Überlappvolumina haben. Da das Volumen mit der dritten Potenz der Länge zunimmt, ist die dritte Wurzel des Volumens eine charakteristischen Längenskala, die seine räumliche Ausdehnung charakterisiert. Da das Volumen der Partizipanten proportional zur Anzahl der Partizipanten ist, ist die dritte Wurzel der Anzahl der Partizipanten  $N_{\text{Part}}^{1/3}$  die charakteristischen Längenskala des Überlappvolumens bei Schwerionenkollisionen mit der gleichen Energie.

Wenn nun die HBT-Radien ein Maß für die räumliche Ausdehnung dieses Anfangszustandes sind, folgt daraus, dass sie mit dieser Größe linear skalieren. Um dies zu überprüfen, wurden die HBT-Radien  $R_{\text{side}}$ ,  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  gegen  $N_{\text{Part}}^{1/3}$  aufgetragen und mit einer linearen Funktion  $R(N_{\text{Part}}^{1/3}) = a + bN_{\text{Part}}^{1/3}$  angepasst (Abbildung 6.4). Die Anpassungsgeraden wurden dabei mit durchgezogenen Linien dargestellt. Die

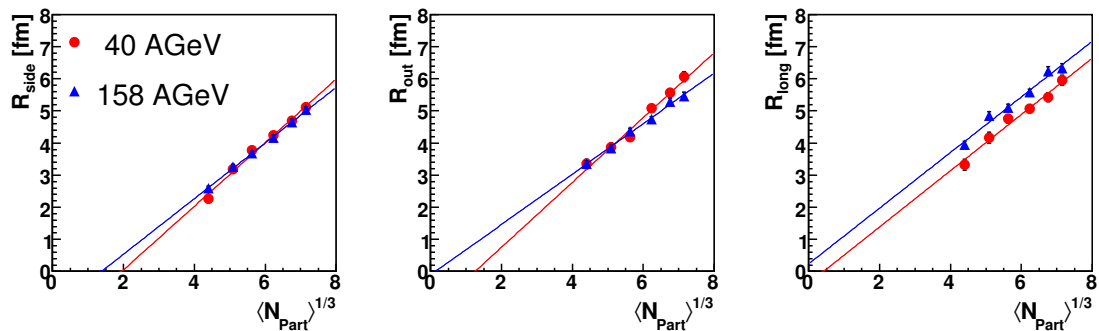


Abbildung 6.4: HBT-Radien als Funktion von  $N_{\text{Part}}^{1/3}$ .

Resultate der Anpassungen sind in der Tabelle 6.3 zusammengefasst. Die Radien lassen sich offensichtlich sehr gut als Funktion von  $N_{\text{Part}}^{1/3}$  beschreiben. Auffallend ist der geringe Unterschied der Geradensteigung in  $R_{\text{long}}$ : Während sich die Steigungen in  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{side}}$  um bis zu 20 % unterscheiden, beträgt der Unterschied bei  $R_{\text{long}}$  nur 1 %. Dabei haben die 158 AGeV Daten in  $R_{\text{long}}$  einen um etwa 0.1 fm höheren Achsenabschnitt  $a$  als die 40 Daten, so dass sie auf einer parallelen Geraden über



### 6.3 Zentralitätsabhängigkeit der HBT-Radien von AGS bis RHIC Energien

40 A GeV			
	$R_{\text{side}}$	$R_{\text{out}}$	$R_{\text{long}}$
$a$	$-1.93 \pm 0.31$	$-1.26 \pm 0.37$	$-0.38 \pm 0.42$
$b$	$0.99 \pm 0.05$	$1.01 \pm 0.06$	$0.88 \pm 0.07$
$\chi^2/N_{\text{DF}}$	4.40/4	6.11/4	3.95/4
158 A GeV			
	$R_{\text{side}}$	$R_{\text{out}}$	$R_{\text{long}}$
$a$	$-1.20 \pm 0.21$	$-0.11 \pm 0.25$	$0.24 \pm 0.32$
$b$	$0.87 \pm 0.04$	$0.79 \pm 0.04$	$0.87 \pm 0.05$
$\chi^2/N_{\text{DF}}$	0.86/4	1.97/4	5.41/4

Tabelle 6.3: Übersicht der Parameter der linearen Anpassung in Abbildung 6.4

ihnen liegen.

## 6.3 Zentralitätsabhängigkeit der HBT-Radien von AGS bis RHIC Energien

In der Abbildung 6.5 wurden die Ergebnisse dieser Analyse bereits veröffentlichten HBT-Daten verschiedener Kollisionsenergien als Funktion von  $N_{\text{Part}}^{1/3}$  dargestellt. Da die HBT-Radien abhängig von mittleren transversalen Impuls der Paare sind,

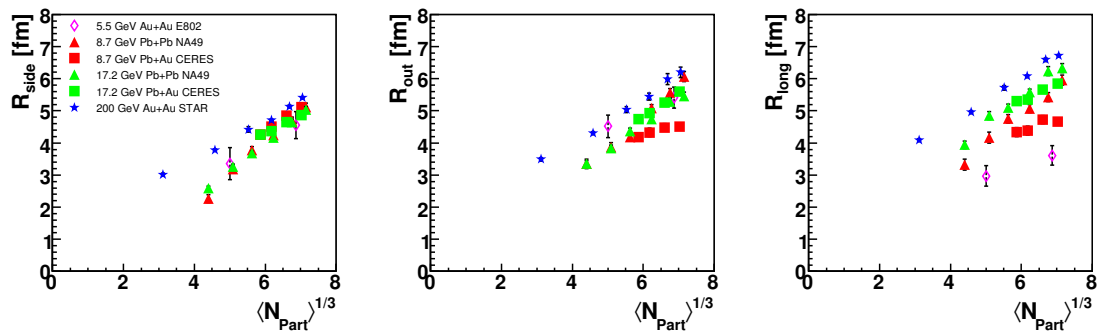


Abbildung 6.5: Vergleich der HBT-Radien als Funktion der Anzahl der Partizipanten  $N_{\text{Part}}^{1/3}$ .

wurden zum Vergleich nur die Daten herangezogen, die einen vergleichbaren mittleren transversalen Paarimpuls haben. Die Daten der Experimente E802, CERES, und STAR wurden den Publikationen [19], [18] und [22] entnommen. In Tabelle

## 6 Ergebnisse und Diskussion

Experiment	Kollisionsenergie		Kollisions- system	$y^* = y_{\pi\pi} - y_{\text{mid}}$	$k_t$
	Strahl- energie A GeV	$\sqrt{s_{\text{NN}}}$ GeV			
E802	11.6	4.8	Au + Au	$\langle y^* \rangle \approx -0.2$	$\langle k_t \rangle \approx 0.27$
CERES	40	8.7	Pb + Au	$[-0.25; 0.25]$	$[0.15; 0.25]$ , $\langle k_t \rangle \approx 0.19$
CERES	158	17.2	Pb + Au	$[-1.0; -0.5]$	$[0.15; 0.25]$ , $\langle k_t \rangle \approx 0.20$
NA49	40	8.7	Pb + Pb	$[0.0; 2.0]$ , $\langle y^* \rangle \approx 0.5$	$[0.0; 0.6]$ , $\langle k_t \rangle \approx 0.21$
NA49	158	17.2	Pb + Pb	$[0.0; 2.0]$ , $\langle y^* \rangle \approx 0.5$	$[0.0; 0.6]$ , $\langle k_t \rangle \approx 0.22$
STAR		200	Au + Au	$[-0.5; 0.5]$	$[0.15; 0.25]$ , $\langle k_t \rangle \approx 0.20$

Tabelle 6.4: Kinematische Bereiche der Daten in Abbildung 6.5

6.4 befindet sich eine Zusammenfassung der für den Vergleich verwendeten kinematischen Regionen. Beim Betrachten von Abbildung 6.5 fällt auf, dass für  $R_{\text{side}}$  die HBT-Radien der AGS und SPS-Energien relativ gut übereinstimmen. Bei  $R_{\text{out}}$  stimmen die NA49-Daten beider Energien miteinander überein, während die  $R_{\text{out}}$  von CERES für zentrale Ereignisse bei 40 A GeV kleiner sind und eine abweichende Tendenz zeigen. Diese Diskrepanz beider Experimente wird seit langem diskutiert und ist bislang noch nicht verstanden. Im Folgenden wird daher diese Diskrepanz zu den CERES-Daten außer acht gelassen und sich auf die Ergebnisse von NA49 beschränkt.

Des Weiteren sieht man in Abbildung 6.5, dass  $R_{\text{out}}$  für AGS und SPS-Energien die geringste Energieabhängigkeit aufweist, während die Energieabhängigkeit bei  $R_{\text{long}}$  von AGS- bis RHIC-Energien am stärksten ausgeprägt ist. Bei den STAR-Daten fällt auf, dass alle Radien etwas größer sind als bei AGS- und SPS-Energien. Außerdem ist der Anstieg der HBT-Radien mit zunehmender Zentralität bei STAR schwächer als bei niedrigen Energien.

## 7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Abhängigkeit der HBT-Radien im Rahmen des NA49-Experimentes bei einer Strahlenergie von 40 und 158  $A$  GeV untersucht. Es zeigte sich, dass die Radien  $R_{\text{side}}$ ,  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{long}}$  monoton mit der Zentralität von 2-3 fm bis 5-6 fm anwachsen, jedoch nur eine sehr geringe Energieabhängigkeit aufweisen. Dabei ist die Energieabhängigkeit bei  $R_{\text{side}}$  am schwächsten und bei  $R_{\text{long}}$  am stärksten ausgeprägt. Bei  $R_{\text{out}}$  zeigte sich, dass die Werte bei 40  $A$  GeV steiler mit der Zentralität ansteigen als die entsprechenden Werte bei 158  $A$  GeV, was zur Folge hat, dass für zentrale Ereignisse  $R_{\text{out}}$  bei 40  $A$  GeV um etwa 0.5 fm größer ist, als bei 158  $A$  GeV. Die Signifikanz dieses Befundes ist wegen der statistischen (maximal 0.3 fm) und systematischen Fehler (maximal 1 fm) jedoch sehr gering. Allerdings wurde auch bei der Analyse zentraler Blei-Blei-Kollisionen[28] beobachtet, dass die Werte für  $R_{\text{out}}$  bei 40  $A$  GeV größer sind als bei 158  $A$  GeV.

Die Radien beider Energien lassen sich als eine lineare Funktion der dritten Wurzel der Anzahl der Partizipanten beschreiben. Letztere sind ein Maß für die transversale Größe des Ausgangszustandes. Aus diesem Verhalten folgt, dass die HBT-Radien aus dem Ausgangszustand der Kollision bestimmt werden. Betrachtet man jedoch die geringe Energieabhängigkeit der HBT-Radien, so liegt der Schluss nahe, dass die HBT-Radien eher durch den Anfangszustand der Kollision bestimmt werden als durch den Endzustand. Dies steht im Widerspruch zu der üblichen Interpretation der Bose-Einstein-Korrelation in Schwerionenkollisionen.

Beim Betrachten des Verhältnisses  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  als Funktion der Zentralität stellte sich heraus, dass es größer als eins ist und nur sehr schwach von der Zentralität abhängt. Der Wert von  $R_{\text{out}}/R_{\text{side}}$  nimmt dabei Werte zwischen 1.2 und 1.5 an. Ermittelt man aus  $R_{\text{out}}$  und  $R_{\text{side}}$  die Emissionsdauer, so stellt man fest, dass diese Größe bei beiden Energien nicht signifikant von der Zentralität abhängt und die Werte zwischen 2 und 4 fm/ $c$  liegen.

## 7 Zusammenfassung

# A Kinematische Variablen

Im Folgenden findet sich eine Zusammenstellung häufig in der Hochenergie- und Teilchenphysik verwendeter kinematischer Variablen.

## A.1 Koordinatensystem

In der Hochenergie- und Teilchenphysik verwendet man häufig ein kartesisches Koordinatensystem, bei dem man die  $z$ -Achse entlang der Strahlachse definiert. Die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten spannen dann die transversale Ebene senkrecht zur Kollisionsachse auf.

## A.2 Schwerpunktsenergie

Die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_{\text{NN}}}$  ist die Energie pro Paar von Nukleonen im Schwerpunktsystem der Kollision. Man verwendet sie häufig um Daten von Fixed-Target- und Colliding-Beam-Experimente miteinander zu vergleichen. Für die Kollisionspartner A und B ist sie definiert durch

$$s = (E_A + E_B)^2 - (\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)^2.$$

Dabei sind  $E_A$  und  $E_B$  die Energien und  $\mathbf{p}_A$  und  $\mathbf{p}_B$  die Dreierimpulse beider Kollisionspartner A und B. Für Fixed-Target-Experimente verschwindet der Targetimpuls  $p_{\text{Targ}} = 0$  im Laborsystem. Man erhält daher unter Ausnutzung der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = p^2 + m^2$  für die Schwerpunktsenergie

$$\begin{aligned} s &= (E_{\text{Beam}} + m_{\text{Targ}})^2 - p_{\text{Beam}}^2 \\ &= m_{\text{Beam}}^2 + m_{\text{Targ}}^2 + 2m_{\text{Targ}}E_{\text{Beam}} \\ &= m_{\text{Beam}}^2 + m_{\text{Targ}}^2 + 2m_{\text{Targ}}\sqrt{m_{\text{Beam}}^2 + p_{\text{Beam}}^2} \end{aligned}$$

wobei  $m_{\text{Targ}}$  die Masse des Targetkerns, und  $E_{\text{Beam}}$  die Energie und  $p_{\text{Targ}}$  der Impuls des Strahlteilchens sind.

## A.3 Rapidität

Die Rapidität  $y$  ist ein Maß für die Bewegung eines Teilchens in longitudinaler Richtung. Der Vorteil dieser Variablen besteht darin, dass sie sich additiv unter Lorentztransformationen verhält. Dies hat zur Folge, dass die Rapiditätsverteilungen

## A Kinematische Variablen

unter Lorentztransformationen in longitudinaler Richtung ihre Form nicht ändern. Ein typisches Beispiel dafür sind bei Fixed-Target-Experimenten Transformationen zwischen dem Schwerpunktsystem der Kollision und dem Laborsystem. Die Rapidität ist definiert durch

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \end{aligned}$$

Bei Abhandlungen über HBT betrachtet man oft die Paarrapidität eines Pionenpaares  $y_{\pi\pi}$ . Für ein Paar der Pionen 1 und 2 ist sie definiert wie folgt

$$y_{\pi\pi} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E_1 + E_2 + p_{z1} + p_{z2}}{E_1 + E_2 - p_{z1} - p_{z2}} \right).$$

Die *Schwerpunktsrapidität*  $y_{\text{mid}}$  (“midrapidity”) gibt bei Schwerionenkollisionen die Rapidität der Reaktionszone an. Sie berechnet sich aus dem Mittel der Rapidität beider Kollisionspartner A und B

$$y_{\text{mid}} = \frac{1}{2} (y_A + y_B).$$

Bei Fixed-Target-Experimenten verschwindet im Laborsystem die Targetrapidität. Daher ergibt sich für die Schwerpunktsrapidität

$$y_{\text{mid}} = \frac{1}{2} y_{\text{Beam}},$$

wobei  $y_{\text{Beam}}$  die Rapidität des Strahlteilchen ist.

Häufig verwendet man die Rapidität relativ zur Schwerpunktsrapidität  $y^*$ , die wie folgt definiert ist

$$y^* = y - y_{\text{mid}}.$$

## A.4 Pseudorapidität

Da die Bestimmung der Rapidität die Teilchenidentifikation voraussetzt, verwendet man häufig die Pseudorapidität  $\eta$ . Sie beschreibt wie die Rapidität die Bewegung in longitudinaler Richtung. Der Nachteil dieser Variablen, besteht jedoch darin, dass Pseudorapiditätsverteilungen nicht lorentzinvariant sind. Die Pseudorapidität ist definiert durch

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|p| + p_z}{|p| - p_z} \right)$$

## A.5 Der Transversalimpuls

Der Transversalimpuls eines Teilchens  $p_t$  ist definiert als der Betrag seines Impulses in der Ebene transversal zur Strahlachse

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}.$$

Der Transversalimpuls ist invariant bei Lorentz-Transformation in longitudinaler Richtung. In HBT-Abhandlungen wird oft der mittlere transversale Impuls eines Paares  $k_t$  verwendet. Für ein Paar der Teilchen 1 und 2 ist er definiert als

$$k_t = \frac{1}{2} \sqrt{(p_{x1} + p_{x2})^2 + (p_{y1} + p_{y2})^2}$$

## A.6 Die Transversale Masse

Die transversale Masse  $m_t$  eines Teilchens ist definiert durch

$$m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}.$$

Sie entspricht der Energie eines Teilchens ohne longitudinale Bewegung.

In Abhandlungen über HBT- verwendet man oft die transversale Masse eines Paares. Sie ist definiert durch

$$m_t = \sqrt{m^2 + k_t^2}.$$

Sie lässt sich näherungsweise als Energie des Paares im longitudinalen Ruhesystem (LCMS) betrachten.

## A.7 Die invariante Impulsdifferenz

Die invariante Impulsdifferenz  $q_{\text{inv}}$  ist definiert als der Betrag der Viererimpulsdifferenz beider Teilchen

$$\begin{aligned} q_{\text{inv}} &= \sqrt{(E_1 - E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2} \\ &= \sqrt{(\Delta E)^2 - q^2} \end{aligned}$$

wobei  $q = \sqrt{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}$  die Dreierimpulsdifferenz des Paares ist. Die invariante Impulsdifferenz ist invariant unter Lorentz-Transformationen. Man kann zeigen, dass sie äquivalent zur Dreierimpulsdifferenz im Ruhesystem des Paares ist.

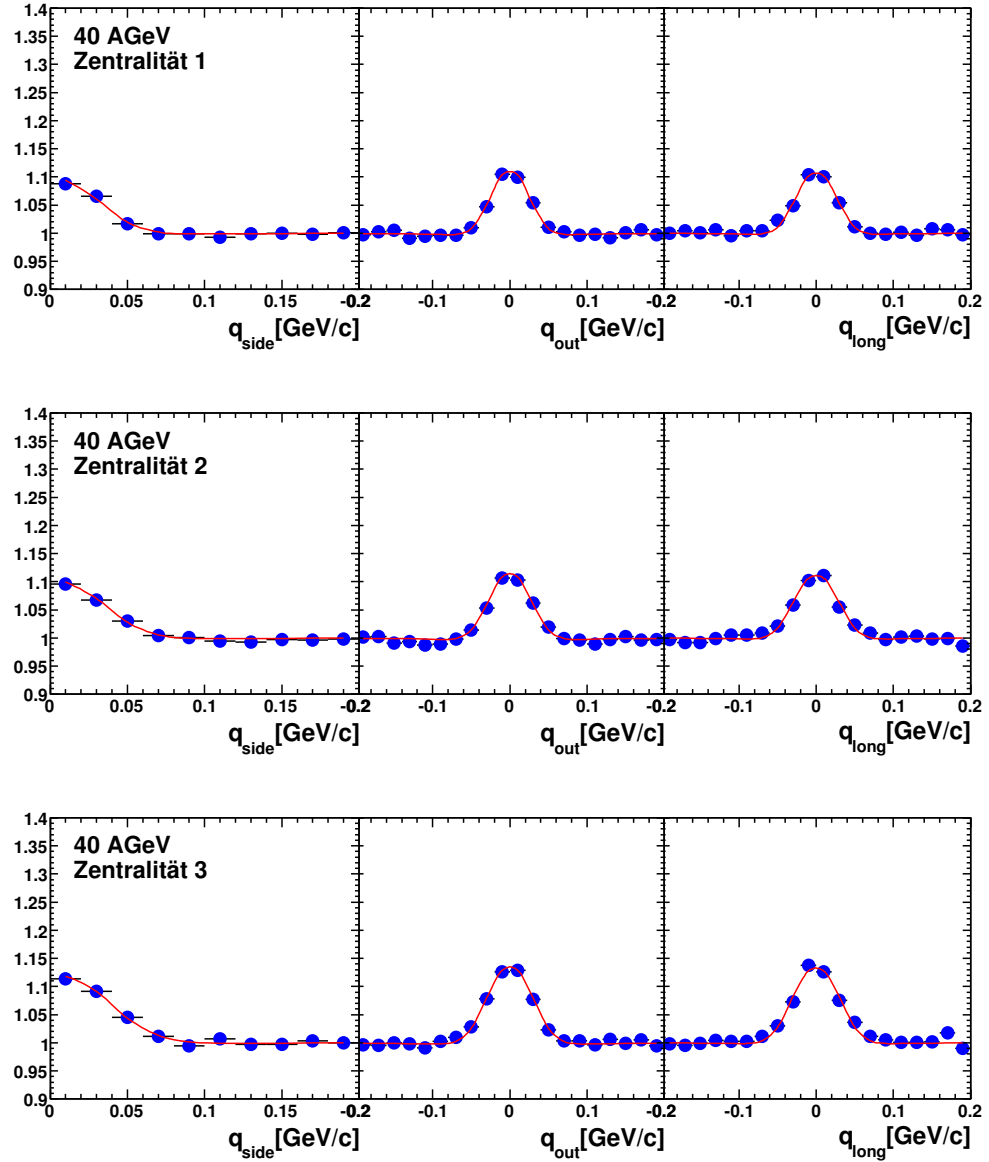
## *A Kinematische Variablen*



## B Korrelationsfunktionen

Im Folgenden sind die Projektionen der Korrelationsfunktionen und Anpassungsfunktionen für 40 und 158  $A$  GeV entlang der  $q_{\text{side}}$ ,  $q_{\text{out}}$  und  $q_{\text{long}}$ -Achsen zusammengestellt. Für die Projektionen der einzelnen Impulskomponenten, wurde die dreidimensionale Korrelationsfunktion über einen Impulsbereich von 40 MeV der jeweils anderen Impulskomponenten projiziert.

## B.1 Projektionen für 40 A GeV



Fortsetzung dieser Abbildung: Abbildung B.2 auf Seite 99

Abbildung B.1: Projektionen der Korrelationsfunktionen und Anpassungsfunktionen für die verschiedenen Zentralitätsklassen bei 40 A GeV

Fortsetzung von Abbildung B.1 auf Seite 98

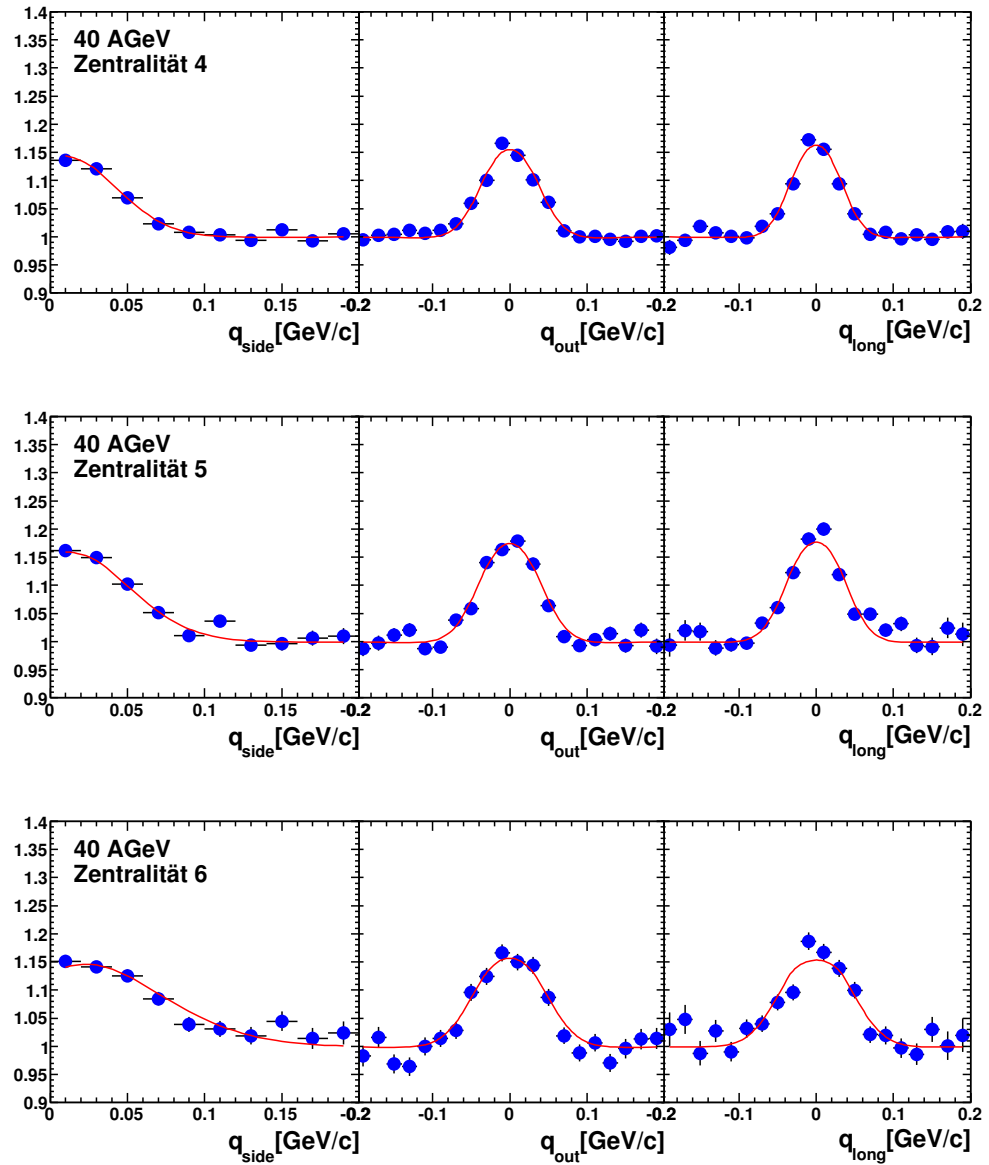
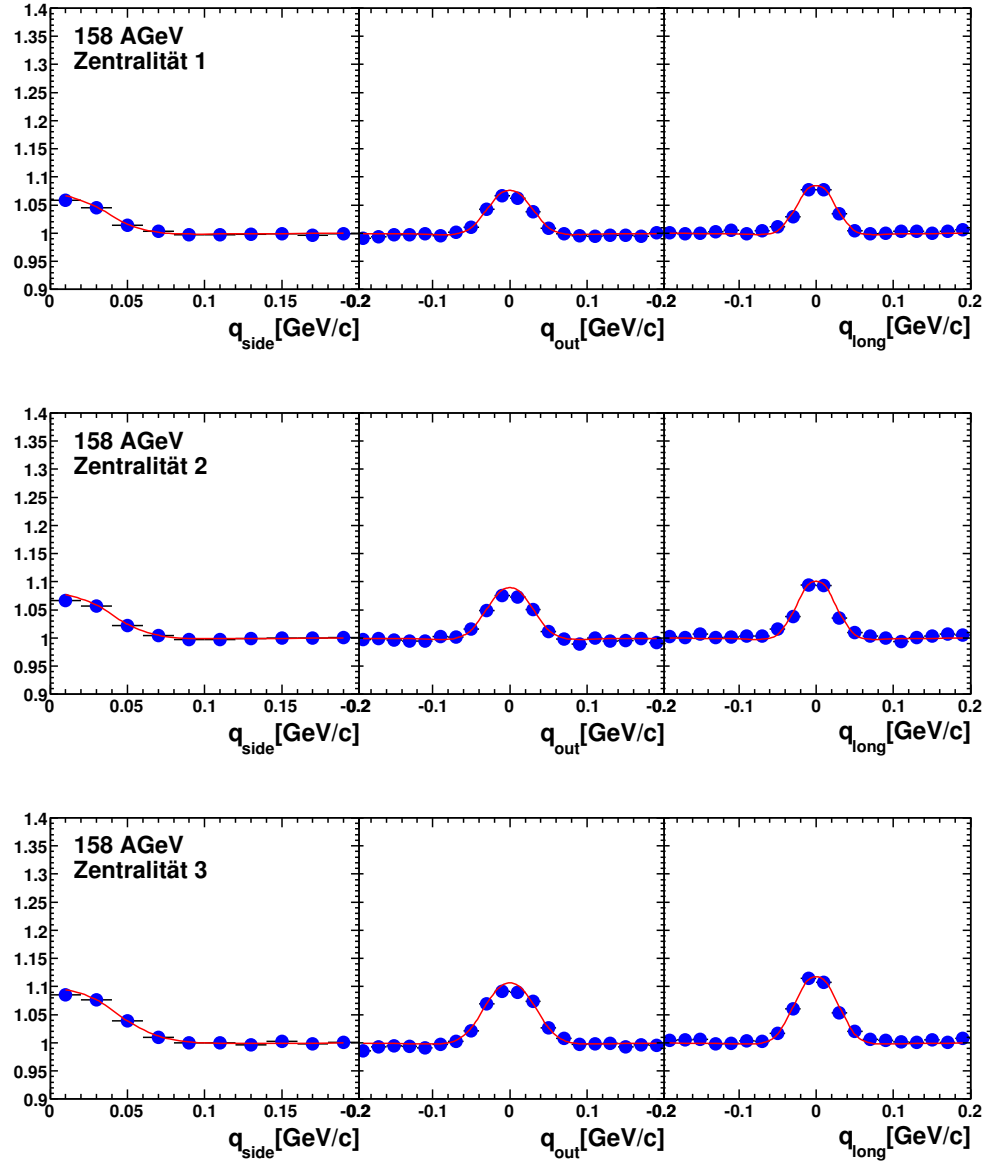


Abbildung B.2: Projektionen der Korrelationsfunktionen und Anpassungsfunktionen für die verschiedenen Zentralitätsklassen bei 40 A GeV

## B.2 Projektionen für 158 A GeV



Fortsetzung dieser Abbildung: Abbildung B.4 auf Seite 101

Abbildung B.3: Projektionen der Korrelationsfunktionen und Anpassungsfunktionen für die verschiedenen Zentralitätsklassen bei 158 A GeV

Fortsetzung von Abbildung B.3 auf Seite 100

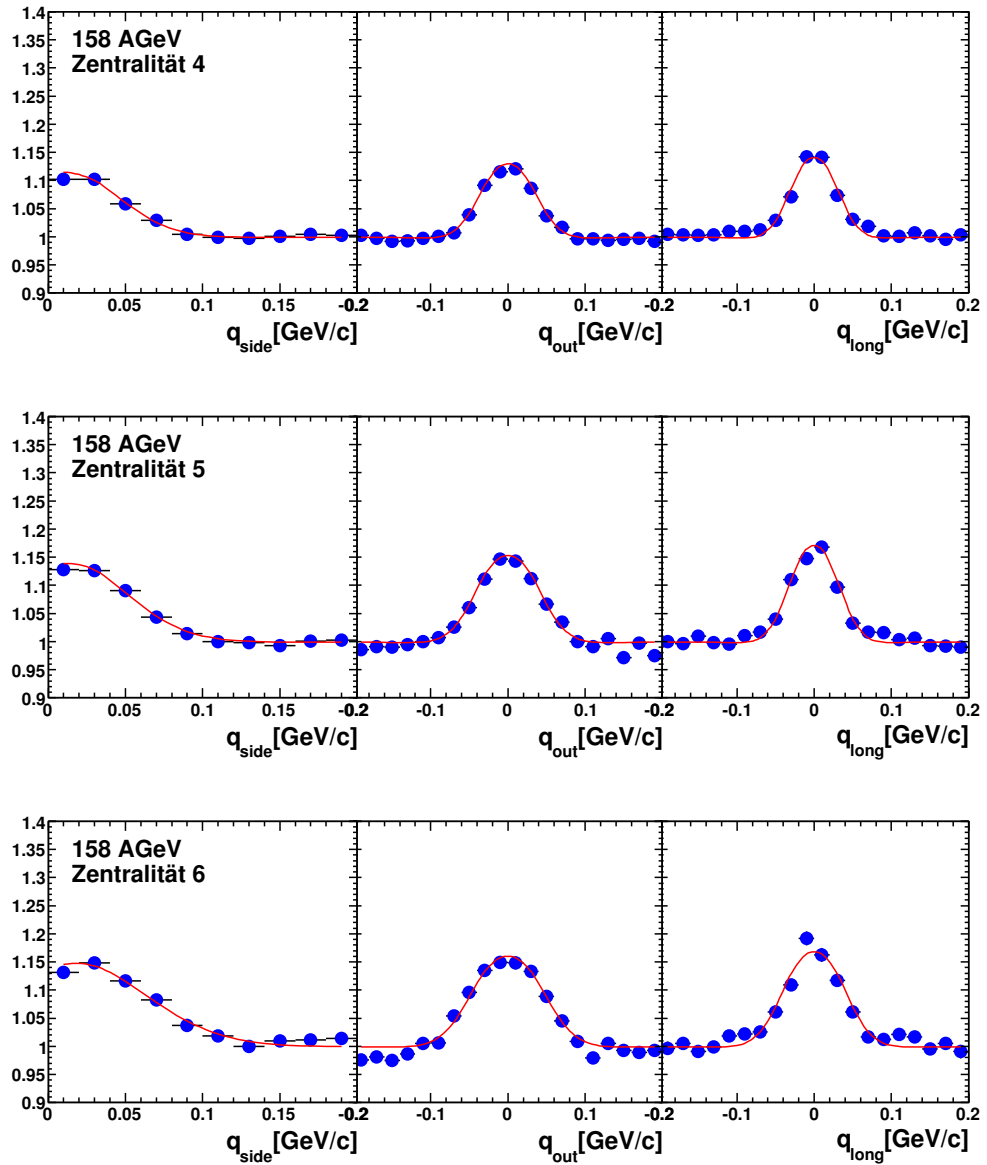


Abbildung B.4: Projektionen der Korrelationsfunktionen und Anpassungsfunktionen für die verschiedenen Zentralitätsklassen bei 158 A GeV

## *B Korrelationsfunktionen*

# Literaturverzeichnis

- [1] Ion sources and electron guns.  
<http://linac2.home.cern.ch/linac2/seminar/seminar.htm>.
- [2] The ROOT System Home Page. <http://root.cern.ch/>.
- [3] Christopher Alt. Calibration of the Veto-Energy for the 2000 160 AGeV Pb + Pb runs.  
[http://www.ikf.physik.uni-frankfurt.de/~calt/040812\\_2000pbpb\\_recalib/tex.pdf](http://www.ikf.physik.uni-frankfurt.de/~calt/040812_2000pbpb_recalib/tex.pdf).
- [4] Harald Appelshäuser. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 1997.
- [5] G. F. Bertsch. *Nucl. Phys. A*, 498:173, 1989.
- [6] H. A. Bethe. *Annalen der Physik*, 5:325, 1930.
- [7] J. D. Bjorken. *Phys. Rev. D*, 27:140, 1983.
- [8] F. Bloch. *Z. Physik*, 81:363, 1933.
- [9] Roland Bramm. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2001.
- [10] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. *Nature*, 177:27, 1956.
- [11] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. *Nature*, 178:1046, 1956.
- [12] R. Brun. *Nuclear Instruments and Methods*, A389:81, 1997.
- [13] R. Zybent, P. Buncic. In *Proceedings CHEP '95*, page 245. World Scientific, Singapore, 1996.
- [14] G. E. Cooper. Dissertation, University of California, 2000.
- [15] Folker Eckhardt. Dissertation, Universität Marburg/Lahn, 1996.
- [16] Yu. Sinyukov, R. Lednicki, S. V. Akkelin, J. Pluta, B. Erazmus. *Phys. Lett.*, B432:248–257, 1998.

*Literaturverzeichnis*

- [17] C. DeMarzo et al. *Nuclear Instruments and Methods*, 217:405, 1983.
- [18] D. Adamova et al. (CERES Collaboration). *Nucl. Phys. A*, 714:124–144, 2003.
- [19] L. Ahle et al. (E-802 Collaboration). *Phys. Rev. C*, 66:054906, 2002.
- [20] F. Bieser et al. (NA49 collaboration). *Nuclear Instruments and Methods*, A385:535–546, 1997.
- [21] S. Afanasiev et al. (NA49 collaboration). *Nuclear Instruments and Methods A*, 430:210–244, 1999.
- [22] J. Adams et al. (STAR Collaboration). *Phys. Rev. C*, 71:044906, 2005.
- [23] Dominik Flierl. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2003.
- [24] Jörg Günther. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 1997.
- [25] C. Hoehne. Dissertation, Philipps-Universität Marburg, 2003.
- [26] D. Irmscher. Philosophy and parts of the global tracking chain. 1997. NA49 note.
- [27] U.Heinz, B. Jacak. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 49:529–579, 1999.
- [28] Stefan Kniege. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2005.
- [29] Thorsten Kollegger. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2001.
- [30] William R. Leo. *Technics for Nuclear and Particle Physics*. Springer-Verlag, 1994.
- [31] F.Retière, M. A. Lisa. *Phys. Rev.*, 70:044907, 2004.
- [32] C. Markert. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2000.
- [33] R. J. Glauber, G. Matthiae. *Nucl. Phys.*, B21:135, 1970.
- [34] Andre Mischke. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2002.
- [35] S. Pratt. *Phys. Rev. D*, 33:72, 1986.
- [36] M. Gyulassy, D. Rischke. *Nucl. Phys.*, A608:479, 1996.



- [37] A. Wetzler. Diplomarbeit, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 2002.
- [38] U. Heinz, U. Wiedemann. *Phys. Rept.*, 319:145–230, 1999.
- [39] C. Y. Wong. *Introduction to High Energy Heavy Ion Collisions*. World Scientific, 1994.

*Literaturverzeichnis*

# Danksagung

Mein erster Dank geht an Herrn Prof. Dr. Herbert Ströbele für die hervorragende Betreuung dieser Arbeit und die zahlreichen lehrreichen Diskussionen, Ideen und Anregungen. Insbesondere möchte ich ihm für die Förderung meiner Arbeit danken.

Ein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Reinhard Stock, für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe und die Ermöglichung der Teilnahme an vielen internationalen Konferenzen. Sein ansteckender Enthusiasmus an der Physik verlieh mir neue Motivation beim Studium und hat mein Interesse an der Hochenergiephysik geweckt.

Herrn Prof. Dr. Marek Gaździcki möchte ich danken, dass er immer für Fragen ansprechbar war.

Bei Herrn Dr. Dominik Flierl möchte ich mich unter anderem für die Betreuung dieser Arbeit, die Einführung in die Programmierung mit ROOT, das geduldige Probehören meiner Präsentationen und für die zahlreichen lehrreichen Diskussionen über HBT bedanken. In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. Harald Appelshäuser bedanken aus dessen anschaulicher Vermittlung ich neue Motivation schöpfen konnte.

Prof. Dr. Christoph Blume danke ich insbesondere für die Pflege von ROOT49 und der Beantwortung zahlreicher Fragen.

Meinem Studienkollegen Herrn Dipl.-Phys. Stefan Kniege möchte ich für die Entwicklung des Schnittes auf die Zweispurauflösung und zahlreicher Diskussionen über das Verständnis von HBT danken.

Für die Instandhaltung der Linux-Rechner und Hilfe und Tipps bei Linux relevanten Problemen bedanke ich mich insbesondere bei Dr. Boris Wagner, Dr. Constantin Loizides, Dipl.-Phys. Mateusz Ploskon, Dr. Roland Bramm und Dipl.-Phys. Alexander Wetzler. Letzteren möchte ich auch danken für die Entwicklung eines Algorithmus zur Zentralitätsbestimmung. In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei Andras Laszlo bedanken.

Bei Herrn Werner Amend möchte ich mich bedanken für die Instandhaltung der Infrastruktur des Instituts und dass er immer für einen Spaß zu haben war.

Bei Jutta Berschin möchte ich mich für die zahlreichen aufmunternden und unterhaltsamen Gespräche jenseits der Physik bedanken.

Dipl.-Phys. Peter Dinkelaker möchte ich danken, dass er immer offen für organisatorische Fragen war, dass er mir den Einstieg als Neuling in die Arbeitsgruppe erleichterte, für diverse abendliche Unternehmungen während Konferenzaufenthalten und für seinen Beitrag zur Gestaltung des Wochenausklangs im neuen Seminarraum. In diesem Zusammenhang möchte ich auch bei Dipl.-Phys. Thomas Dietel und Dipl.-Phys. Wolfgang Sommer bedanken.

## *Danksagung*

Für die Unterstützung bei der Betreuung des Fortgeschrittenen-Praktikums möchte ich mich bei Dipl.-Phys. Michael Kliemant und Dipl.-Phys. Christine Meurer bedanken.

Dipl.-Phys. Benjamin Lungwitz danke unter anderem für die Hilfe bei der Analyse der C + C und Si + Si Daten.

Meinen Studienkollegen Tim Schuster, Claudia Strabel und Frederick Kramer möchte ich danken für die aufmunternden Treffen im neuen Seminarraum.

Für die zahlreichen abendlichen Erfrischungen und Unternehmungen jenseits der Physik bedanke ich mich bei Dipl.-Phys. Michael Mitrovski, Dipl.-Phys. Jacek Zaranek und Dipl.-Phys. Jens Wiechula.

Für informative detailreiche Gespräche und Vorträge über die Funktionsweise von Detektoren möchte ich mich bei Dr. Rainer Renfordt bedanken.

Des Weiteren möchte ich mich bei der NA49-Kollaboration für das Funktionieren eines derart komplexen Experimentes bedanken und dass sie die Daten für diese Analyse aufnahm und rekonstruierte. Nicht zuletzt möchte ich mich auch dafür bedanken, dass während der Kollaborationstreffen und CERN-Aufenthalte immer ein angenehmes soziales Klima herrschte, das als gute Kommunikationsbasis diente. An dieser Stelle möchte ich insbesondere Dr. Peter Seyboth, Daniel Barna, Dr. Volker Friese, Katarzyna Grebieszkow, Dr. Claudia Höhne, Dr. Ingrid Krauss, Marco van Leeuwen, Maciej Rybczynski, Grzegorz Stefanek, Andres Sandoval, Tatjana Susa und Dr. In-Kwon Yoo erwähnen.

Außerdem geht mein Dank an alle Mitarbeiter des IKF, die für die angenehme Arbeitsumgebung während meiner Zeit als Diplomand beigetragen haben. Namentlich sein an dieser Stelle unter anderem Dr. Clemens Adler, Dr. Anja Billmeier, Claudia Freudenberger, Marianne Frey, Hannelore Hinke, Dipl.-Phys. Thorsten Kollegger, Heidrun Rheinfels-Immans und Dipl.-Phys. Agnes Richard erwähnt. An dieser Stelle möchte ich noch einen Willkommensgruß an alle neuen Institutsmitglieder, wozu Dr. Matthias Hartig, Martin Kessenbrock und Dipl.-Phys. Manuela Otto zählen, richten.

Ein weiteren Dank richte an meine Freunde und Kommilitonen, die ich hier nicht erwähnt habe, nicht zuletzt dafür, dass ich von Leben außerhalb der Physik noch genug mitbekam.

Meinen größten Dank möchte ich an dieser Stelle meinen Eltern und an meiner Großmutter widmen, die mich immer unterstützten und mir das Studium ermöglichten.

# Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet und sämtliche Stellen, die benutzten Werken im Wortlaut oder dem Sinne nach entnommen sind, mit Quellen- bzw. Herkunftsangaben kenntlich gemacht habe.

Frankfurt am Main, den 30. November 2005, Christopher Alt