



Sensitivität der Modellergebnisse gegenüber unsicheren Eingangsdaten

N. Fohrer*, A. van Griensven

***CAU Kiel**

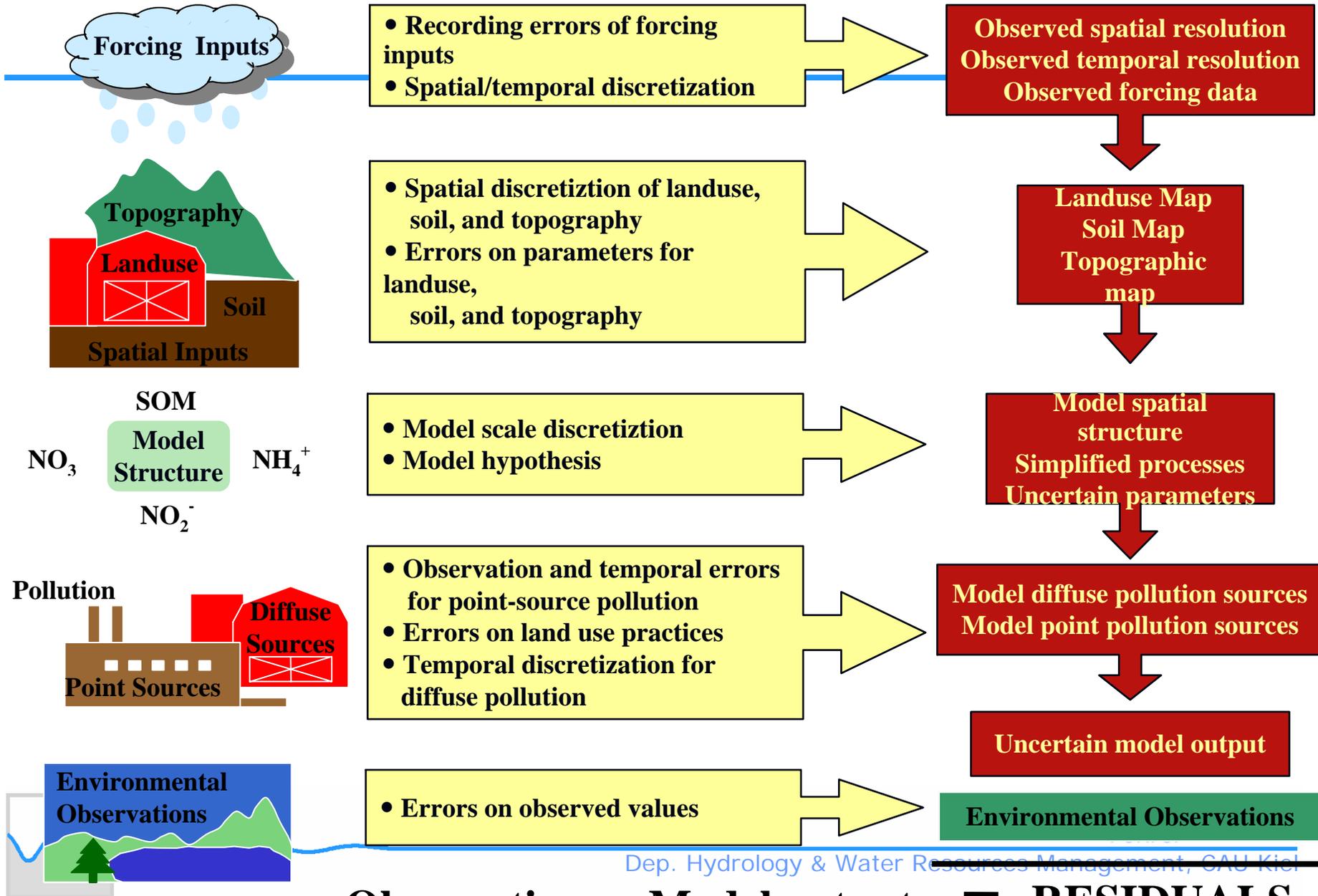
Ursachen für Unsicherheit in den Eingangsdaten

Reale Werte

Im Raum/Zeitkontinuum

Quellen für Unsicherheit

Abstraktion im Modell

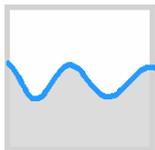


Dep. Hydrology & Water Resources Management, GAU Kiel

Observations – Model output = RESIDUALS

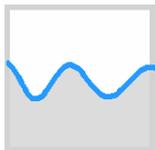
Grundprobleme

- Nicht alle Parameter sind direkt, fehlerfrei messbar oder im voraus abschätzbar.
- Modell-Kalibrierung notwendig
- Optimierung der Parameterauswahl durch Vergleich von gemessener und simulierter Ganglinie
- Hoher Parametrisierungsgrad
- Problem der Equifinalität



Implikationen

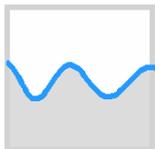
- Durch Eichung ermittelte Parameter sind nur innerhalb der Modellstruktur, die für die Eichung genutzt wurde valide. Man kann sie nicht für andere Modellparametrisierungen verwenden.
- Es gibt nicht nur ein optimales Parameterset.
- Innewohnende Unsicherheit muß quantifiziert werden.
- Die Aussageschärfe von Modellen muss zur Unsicherheit in Bezug gesetzt werden.



Sensitivitätsanalyse

Ziele der Sensitivitätsanalyse (SA)

- Quantifizierung der Änderung der Modellausgabe, die von der Änderung der Modelleingabe verursacht wird.
 - Identifikation der Parameter, für die man besonders genaue Eingangsinformation braucht
 - Verständnis des Modellsystems
 - Beurteilung der Anwendbarkeit des Modells auf eine bestimmte Fragestellung



Many parameters



Sensitivity analysis

Important parameters



Optimisation

Good parameter sets



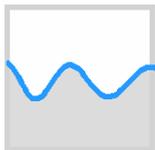
Uncertainty analysis

Effect of uncertainty on results

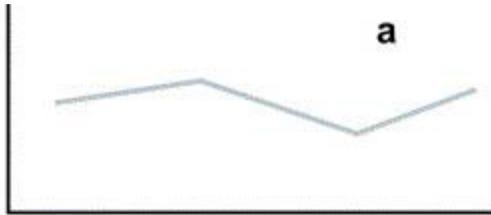


Scenario analysis

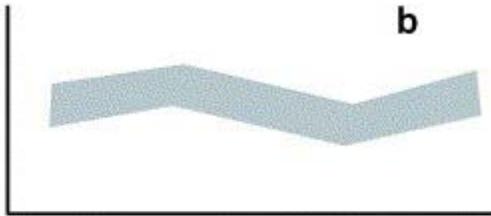
Reliability of scenario results



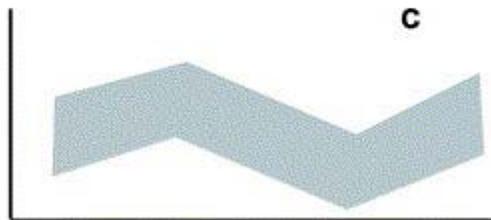
Beziehung zwischen Parameterunsicherheit und Aussageschärfe der Modellergebnisse



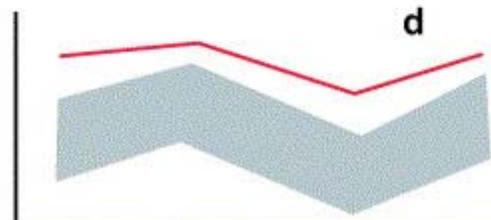
Die Realisierung eines einzigen Parametersets liefert eine eindeutige Modellreaktion (a),



Unsichere Eingangsparameter verursachen je nach Streubreite Unschärfen in der Modellausgabe (b and c).



Je größer die Parameterunsicherheit und je sensibler ein Parameter ist, um so größer wird die Aussageunschärfe des Modells (c).



Wenn trotz Ausschöpfung des physikalisch sinnvollen Parameterraums die Messwerte nicht abgebildet werden können, dann muss die Modellstruktur re-evaluiert werden. (d).

Methoden der Sensitivitätsanalyse

Merkmale der SA

- 1. Beprobungsstrategie im Parameterraum
- 2. numerische oder visuelle Methode zur Quantifizierung der Parameterwirkung auf das Modellergebnis
- 3. lokale Methoden (z.B. PEST)
- 4. Global Methods (z.B. RSA, ANOVA, Sobol's)



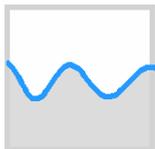
Vergleich von Methoden der Sensitivitätsanalyse

Table 1. Summary of sensitivity analysis tools in the study.

Tools	Local/Global	Interactions	Sampling	Quantify/Visualize
PEST	Local	No	Local Perturbation	Composite Sensitivity
RSA	Global	No	Latin Hypercube Sampling	CDF Plots
ANOVA	Global	Yes	Iterated Fractional Factorial Design	F-Values
Sobol's	Global	Yes	Quasirandom	Sensitivity Indices

Sobol's > ANOVA >> RSA >>> PEST

Tang et al., 2007



Lokale Sensitivitätsanalyse

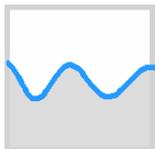
- Vorteile:

- Einfach zu implementieren und durchzuführen
- Recheneffizient und schnell
- Sensitivität ist eindeutig einem Eingangsparameter zugeordnet

- Nachteil:

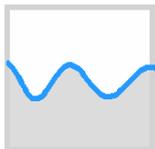
- Ausschließlich Erfassung der lokalen Sensitivität
- Keine **Interaktion** zwischen den Parametern

Slide after Huisman, 2004

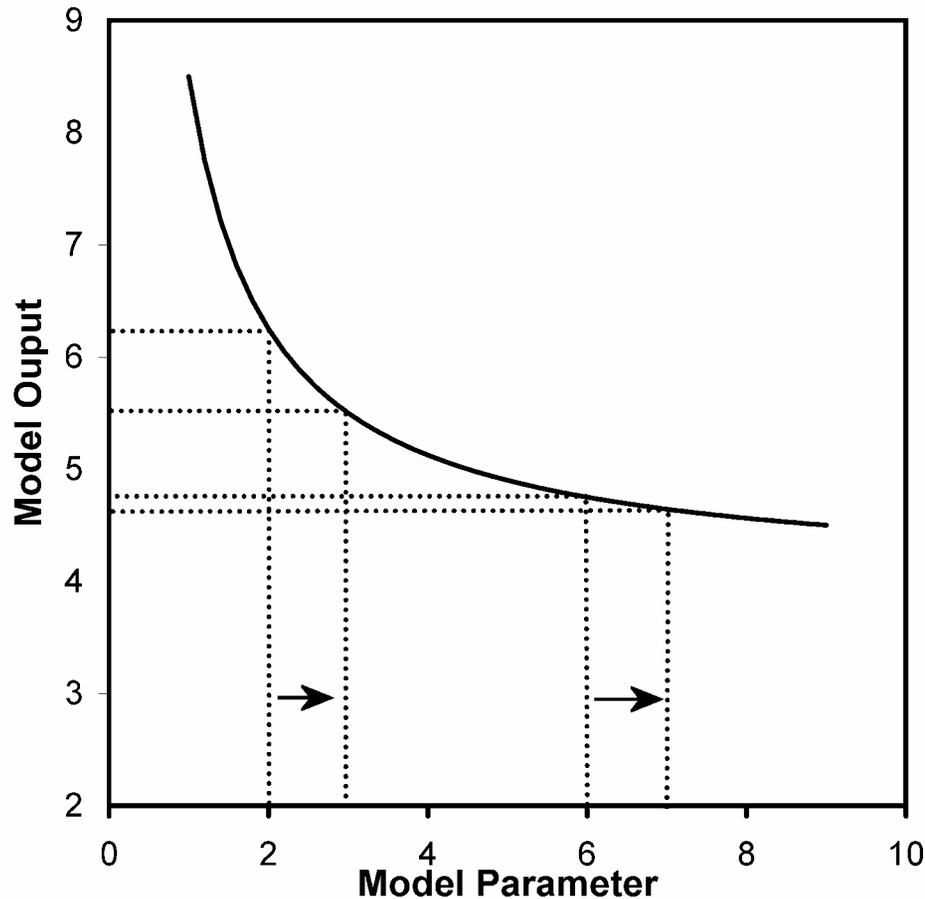


Beispiel: lokale Sensitivität bodenphysikalischer Eingabeparameter für das Modell SWAT

Parameter	Getesteter Wertebereich	Sensitivitätsindices	
		Zwischenabfluss	Grundwasserneubildung
Gesättigte Wasserleitfähigkeit [cm/d]	350 bis 860	0,9	0,2
Trockenrohdichte [g/cm ³]	1,4 bis 1,6	0,8	0,1
Nutzbare Feldkapazität [mm]	65 bis 115	0,2	0,2
Horizontmächtigkeit [mm]	500 bis 700	0,0	0,1



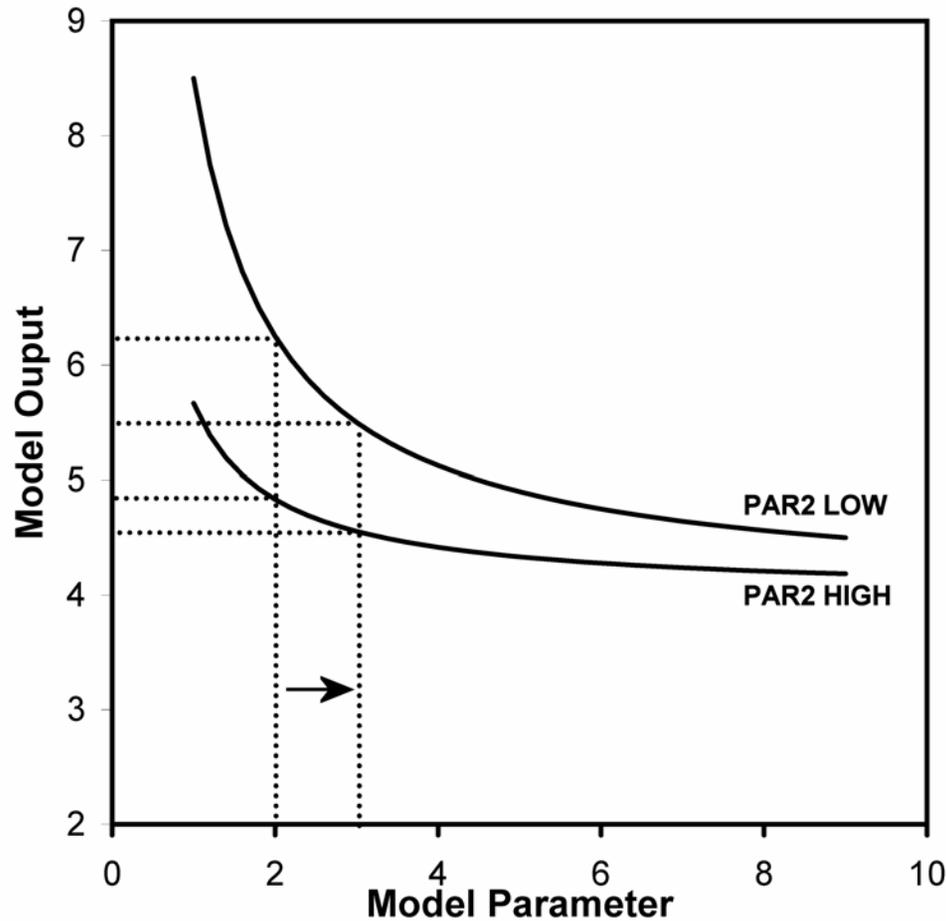
Ist die Sensitivität eines Parameters unabhängig von der Höhe des eingesetzten Wertes?



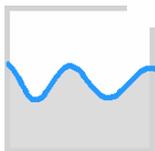
Slide after Huisman, 2004



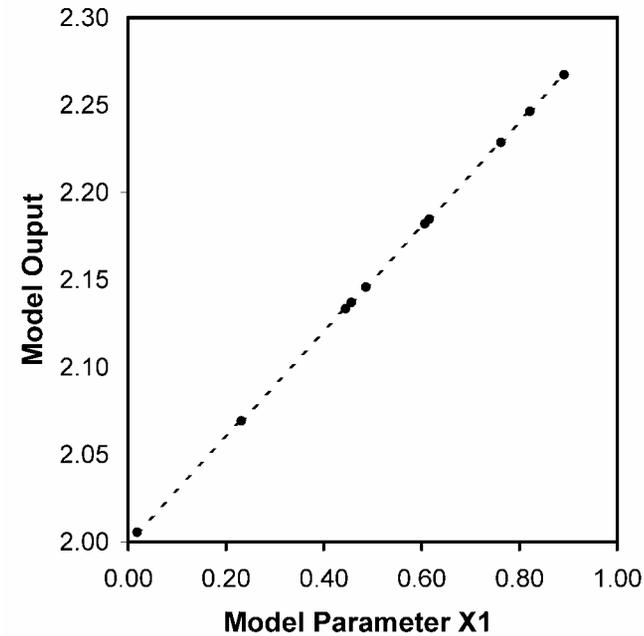
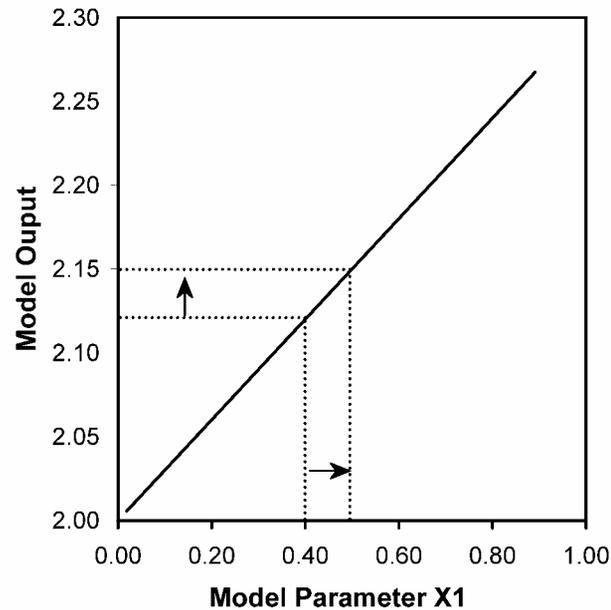
Ist die Sensitivität eines Parameters unabhängig von anderen Parametern?



Slide after Huisman, 2004



Globale Methoden: z.B. Monte Carlo SA I



1. Draw n parameter sets from predefined probability distributions

2. Run model n times

Slide after Huisman, 2004

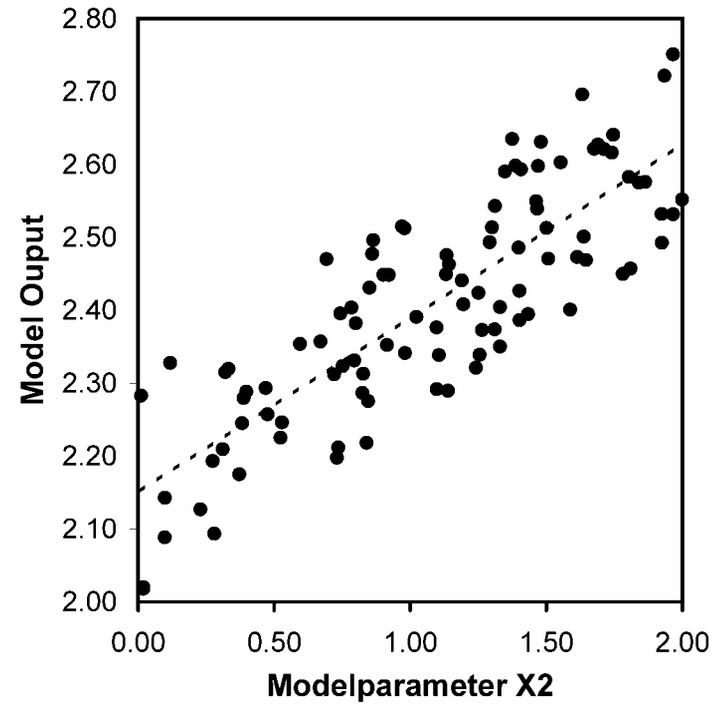
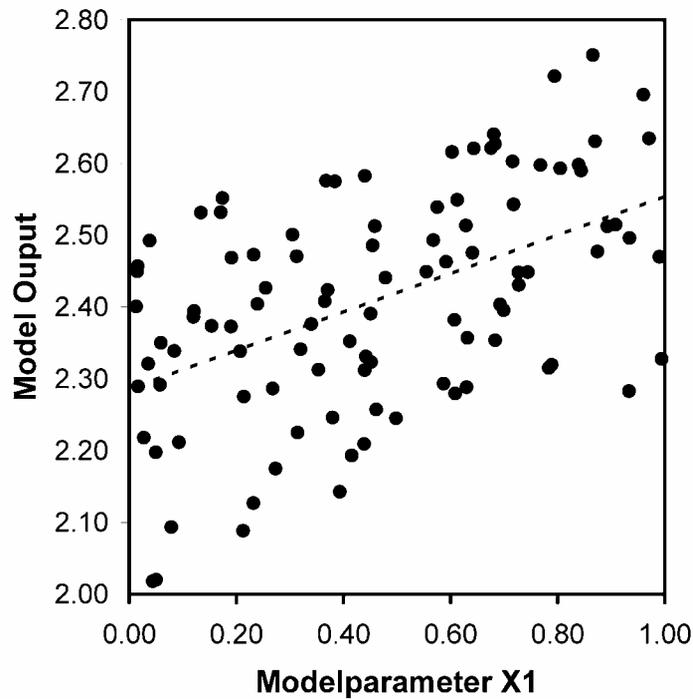
3. Determine sensitivity of each model parameter

Fohrer

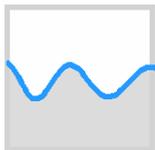
Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

Monte Carlo SA II

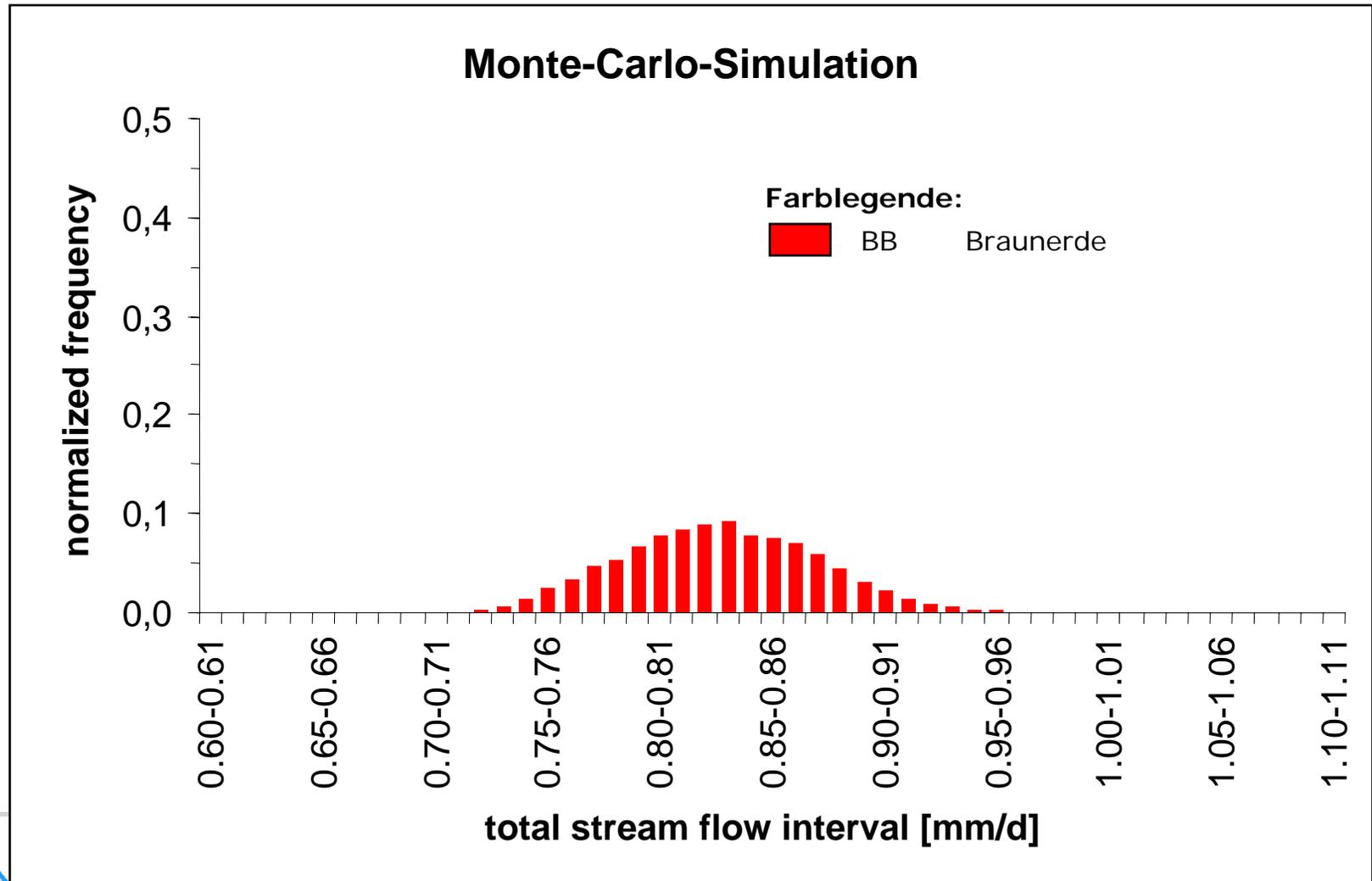
Slide after Huisman, 2004



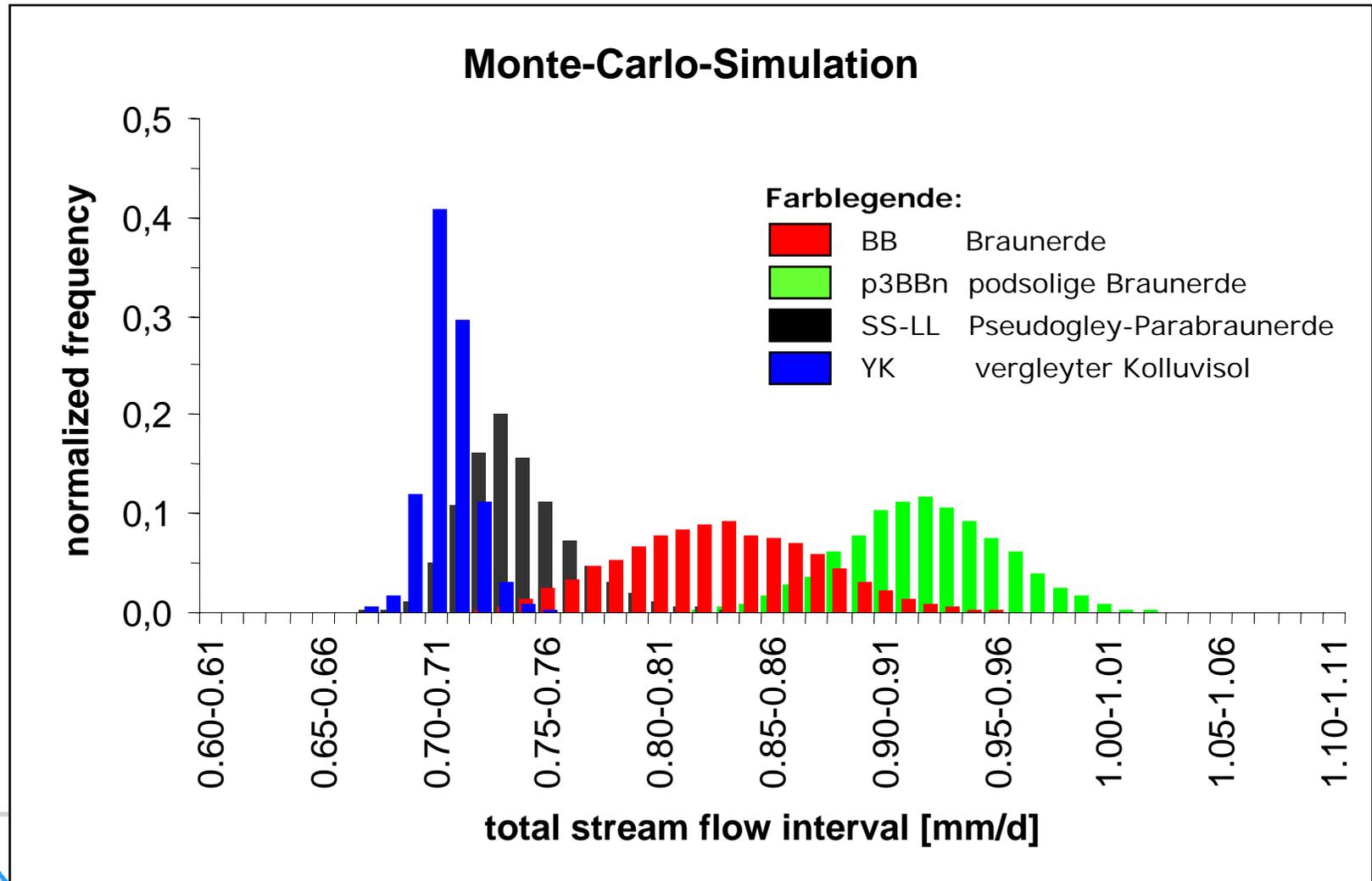
$$y(s) = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\beta}_i x_i(s) + \hat{e}(s)$$

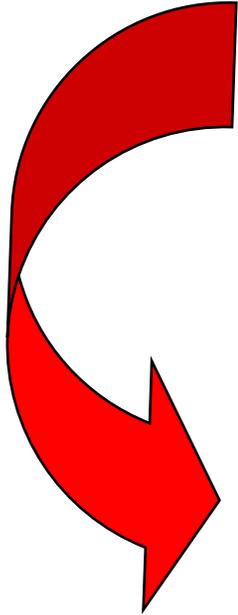


Ausprägung der Bodenformen auf den Gerinneabfluss - Regionale Skala -

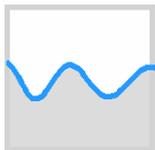


Ausprägung der Bodenformen auf den Gerinneabfluss - Regionale Skala -





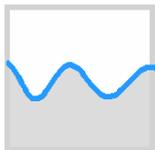
Die Bodenparameter sind hoch sensitiv, dennoch ist die Unsicherheit in den Eingangsdaten so groß, dass sie sich in ihrer hydrologischen Wirkung hydrologisch nicht unterscheiden lassen.



Sensitivitätsanalyse durch Monte Carlo Simulation

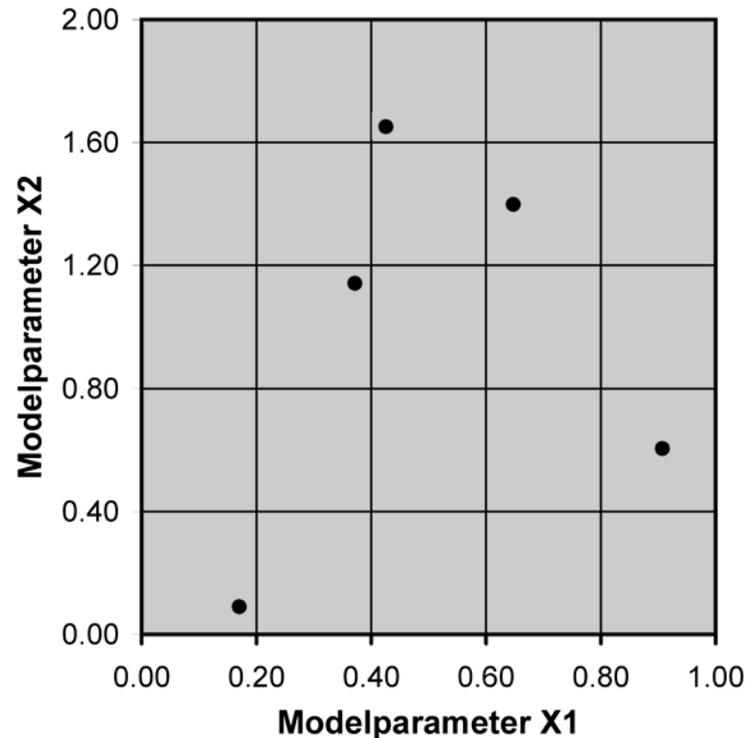
- Vorteile:
 - Sensitivität wird für den gesamten Parameterraum bestimmt
 - Korrelationen zwischen den Parametern werden berücksichtigt
- Nachteile:
 - Annahme der Linearität in multiplen Regressionen
 - Sensitivität wird kann nicht eindeutig einem Parameter zugeordnet werden
 - **Hoher Rechenzeitbedarf**
 - **Kein Ranking der Parameter möglich**

Slide after Huisman, 2004



Latin Hypercube Sampling

Nimm N Stichproben. Jedes Stratum darf nur max. einmal beprobt werden.



Vorteil: weniger
Rechenläufe nötig

Nachteil:
Kein Bezug zum
Einzelparameter

Fohrer

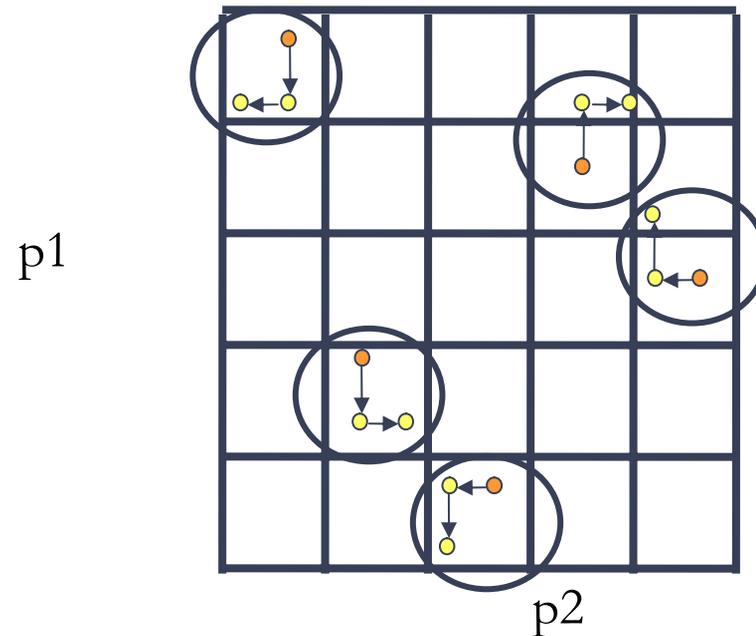
Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel



LH-OAT

Latin Hypercube sampling

- divide parameter range in m intervals
- “Randomly” sample m points in a way that each interval has 1 point



v. Griensven, 2005

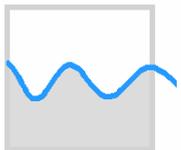
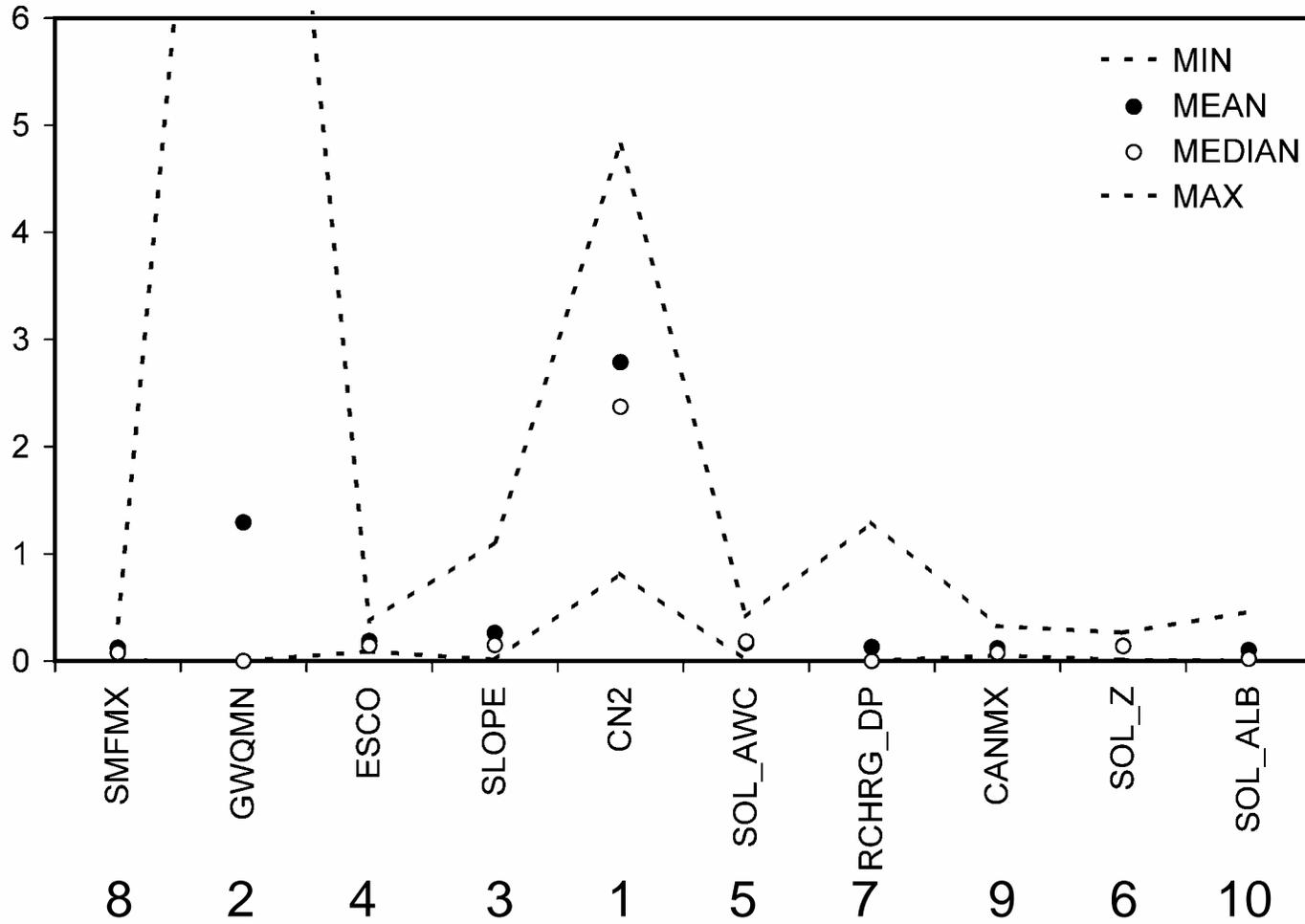
One factor at a Time:

- Change at each Latin Hypercube point each parameter one by one
- m sensitivity results: mean and variance
- Ranked parameters

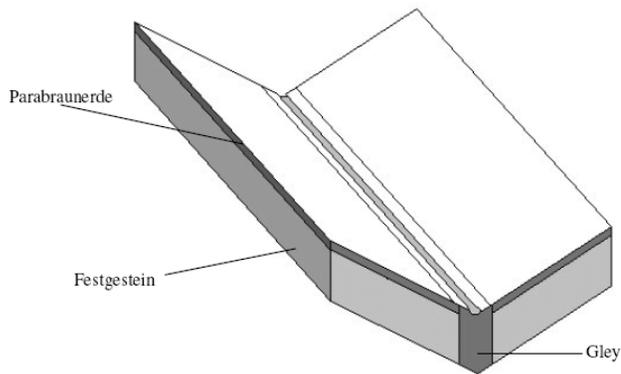
Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

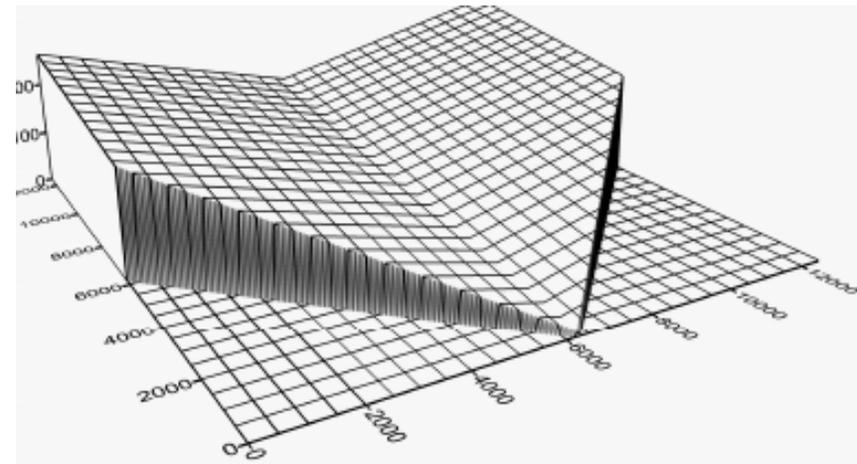
LH-OAT



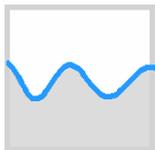
Einsatz von künstlichen Einzugsgebieten



Lenhart et al., 2002



Horn et al., 2005



Wirkung von Eingangsdatenunsicherheit

Einfluss der Niederschlagsregionalisierung auf die Wasserhaushaltskomponenten

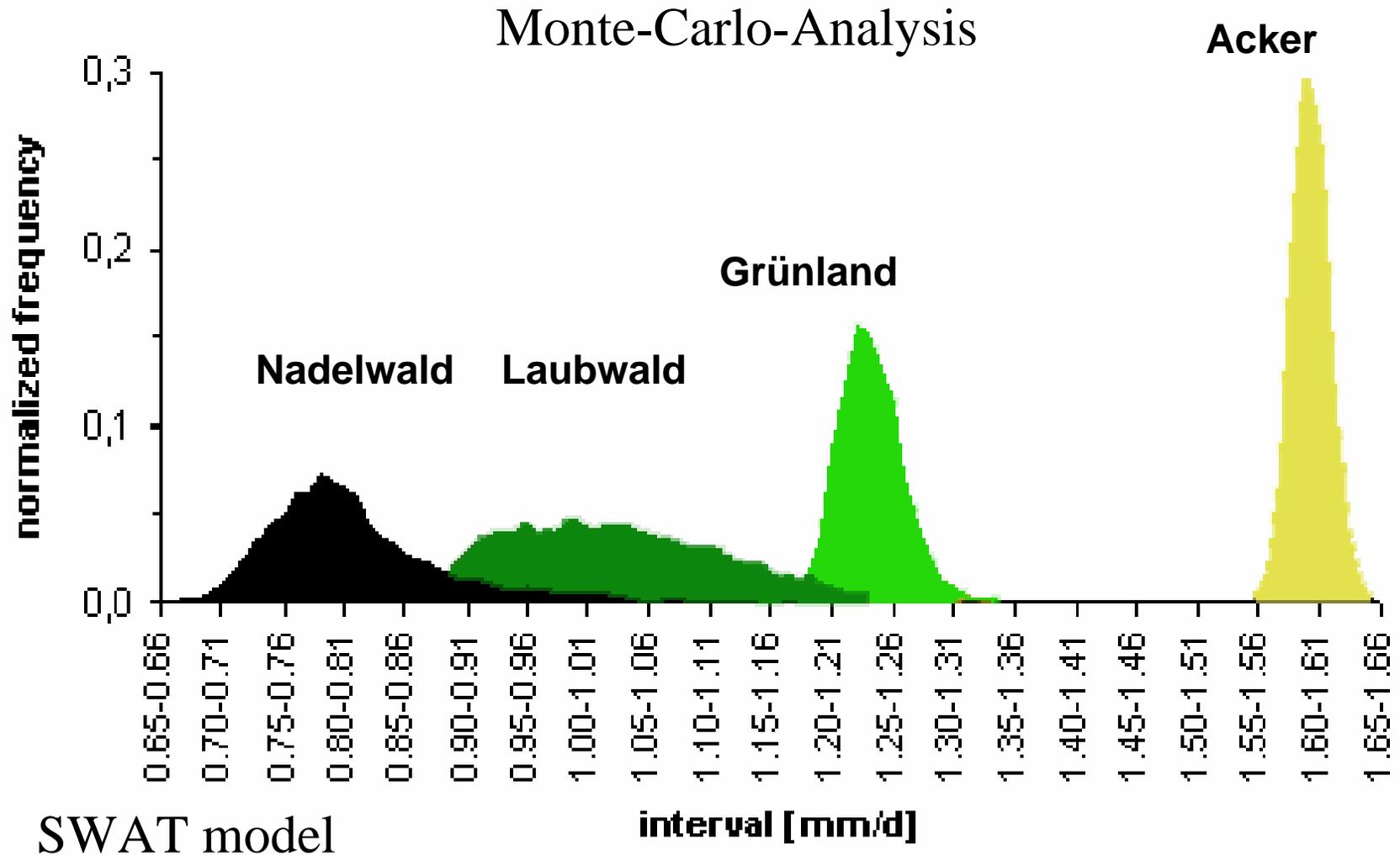
	N mm	Eta mm	Qsurf mm	Qlat mm	Qbase mm	GWR mm
Nearest neighbour	850	486	28	281	41	18
Inv. distance	888	492	32	291	48	29
Inv. Sq distance	877	490	31	288	44	27
Ordinary kriging	870	488	31	286	42	25

Modellierung mit SWAT, Dill-Einzugsgebiet

Maletta et al., 2005



Unsicherheit in der Landnutzungsparametrisierung und die Auswirkung auf den Abfluss



Wirkung der Unsicherheit im Mineraldüngungsniveau auf den Nitrataustrag

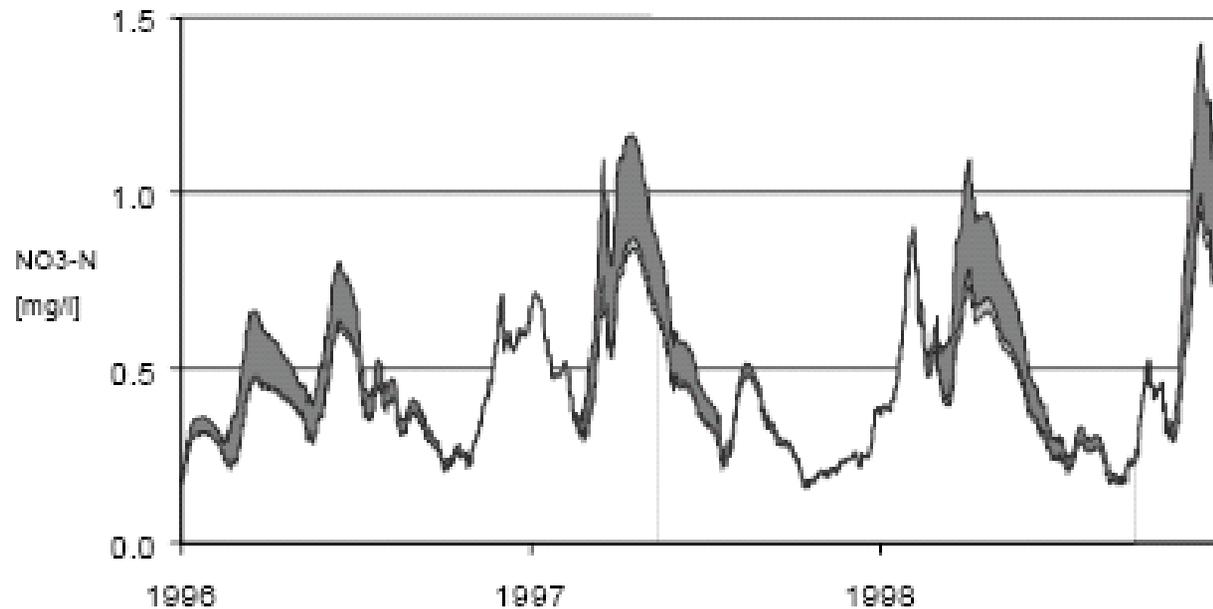


Fig. 3. Effect of different amounts of mineral nitrogen fertilisers on the daily nitrate concentration in the Nuthe for the time period 1996–1998. Middle line shows the reference case with 100 kgN/(ha*a), and the dark/light grey shadowed areas indicate cases with increased/decreased amounts of fertilisers by 40%.

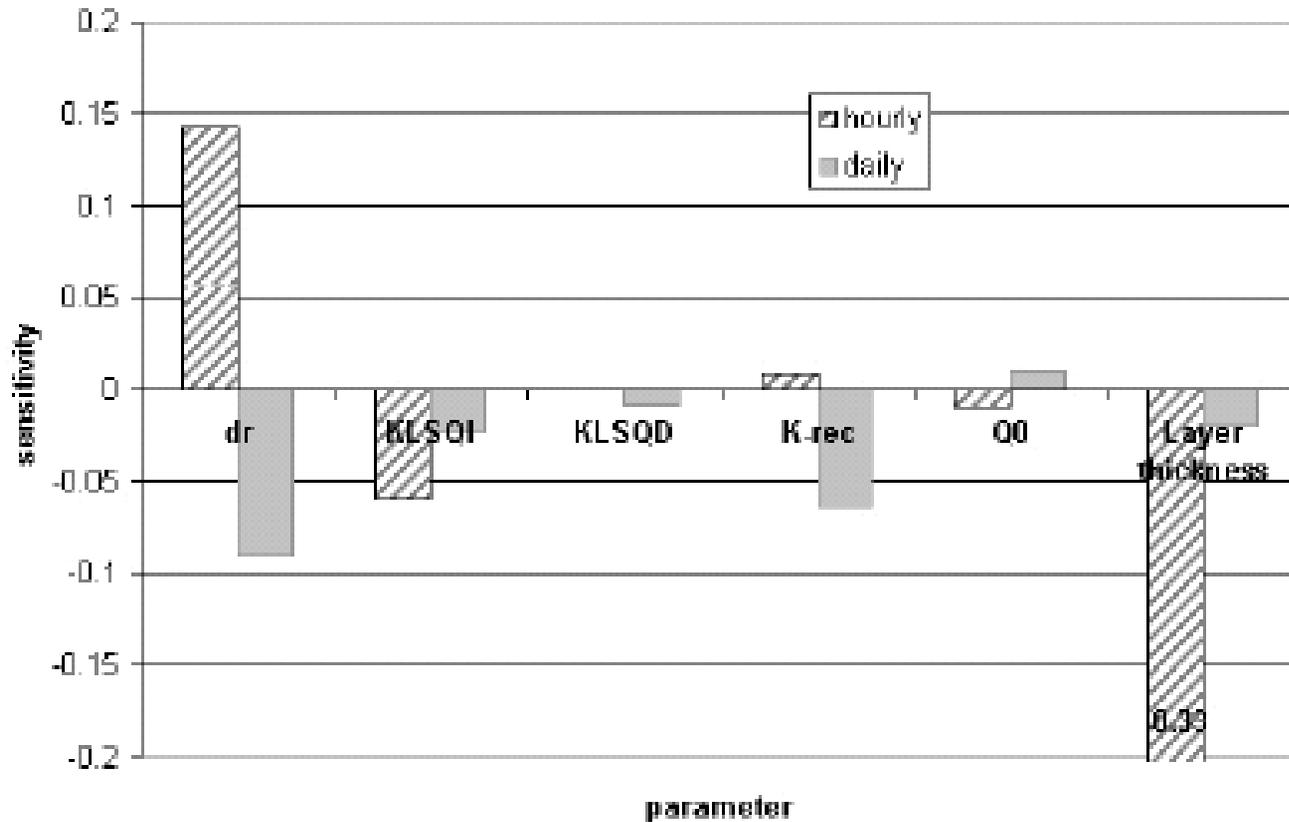
Habeck et al., 2005

Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

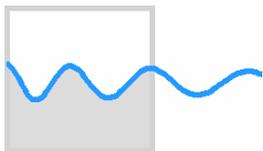
Einflussfaktoren auf die Sensitivität

Einfluss des Zeitschritts



WASIM-ETH

Fig. 3. Sensitivity measure (Eq. 3) for different modelling time steps.



Einfluss der Rastergröße

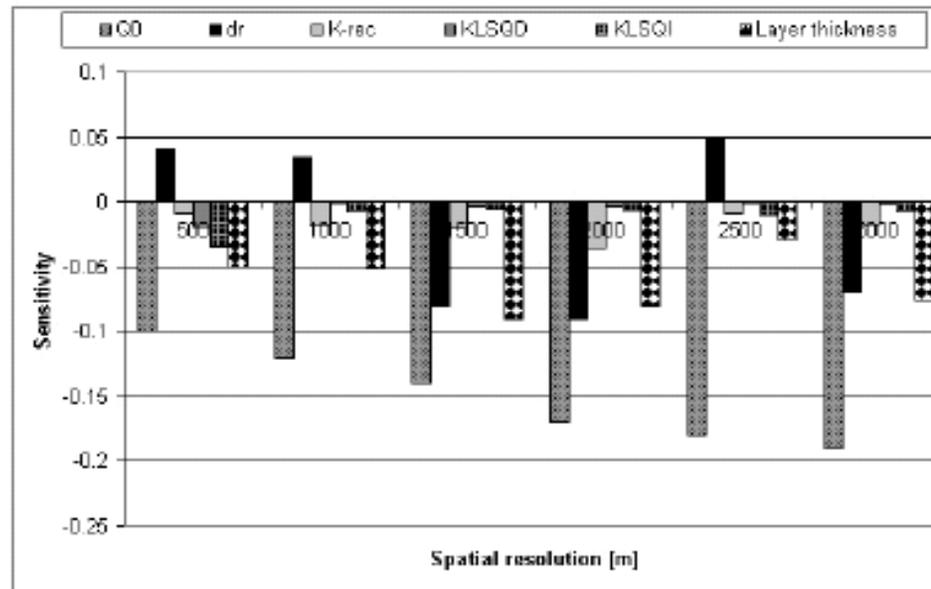
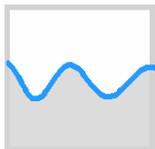


Fig. 4. Sensitivity measure S (Eq. 3) for selected model parameters on different grid resolutions.

WASIM-ETH



Einfluss der Komplexität

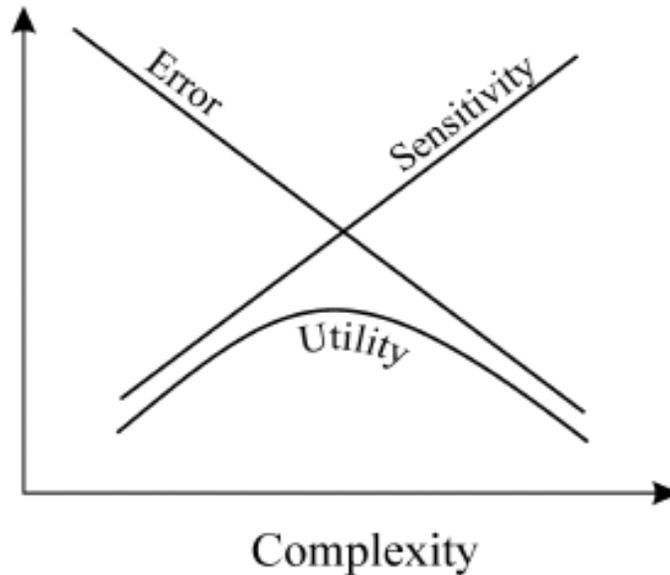


Fig. 3. Complexity versus the uncertainty components, sensitivity and error (adapted from Snowling and Kramer (2001) and Lindenschmidt et al. (accepted)).

Skaleneinfluss

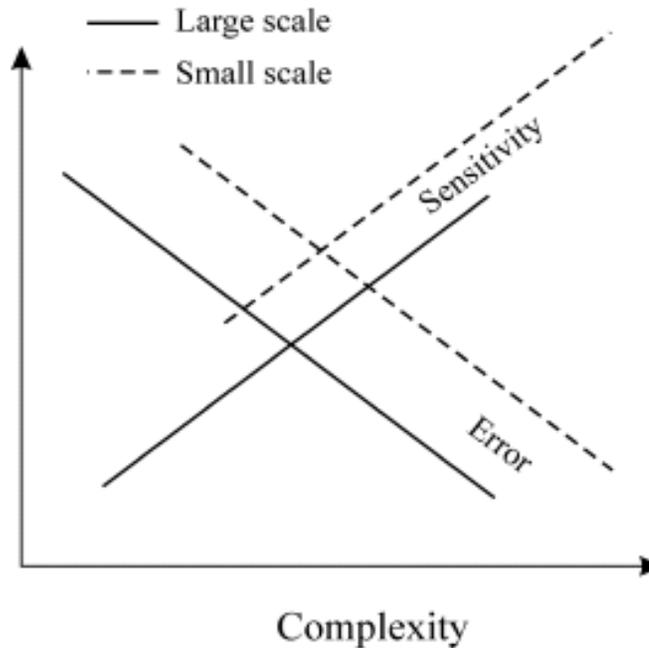


Fig. 4. The complexity vs. uncertainty relation shifts at different scales, as proposed by Lindenschmidt et al. (accepted).

Lindenschmidt et al., 2005

A scenic view of a river with a wooden boat in the foreground and trees in the background. The boat is partially visible in the lower-left corner, with an oar resting inside. The river flows towards the background, reflecting the sky and trees. The background shows a line of trees under a clear blue sky. The overall scene is peaceful and natural.

Thank you for your attention!
nfohrer@hydrology.uni-kiel.de

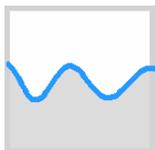
Sensitivity analysis

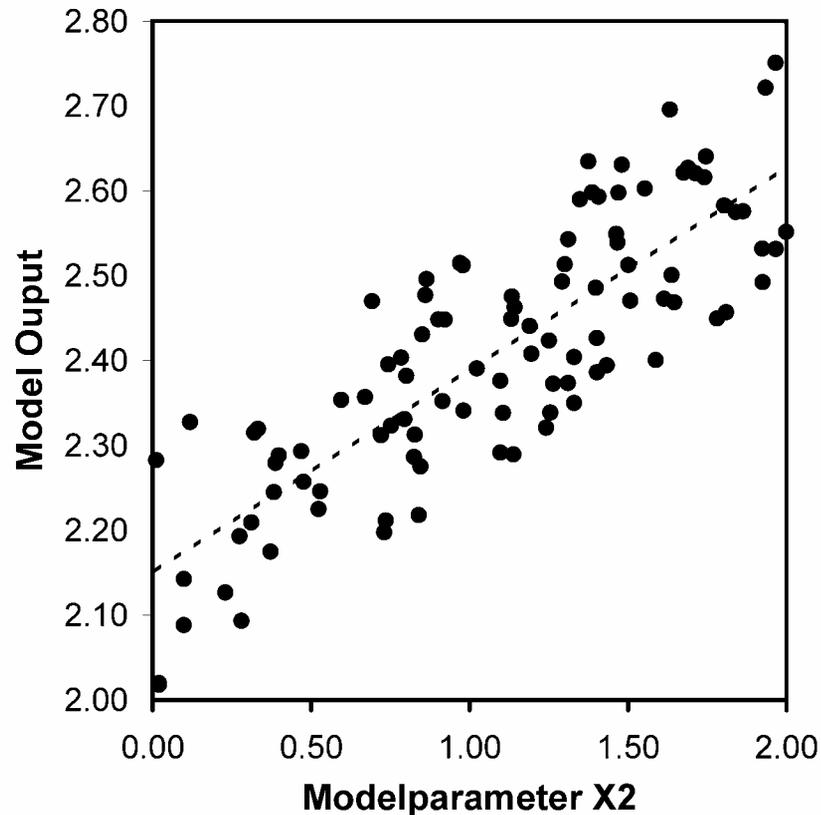
- **Definition:**

Sensitivity analysis studies the “sensitivity” of the output of a system to changes in the parameters, input variables or initial conditions

$$\frac{dy}{dt} = f(y, \theta) \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{S}(t) = \frac{\partial y(t)}{\partial(\theta)}$$

- **Local / global sensitivity**





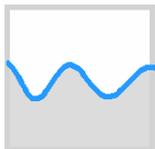
$$y(s) = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\beta}_i x_i(s) + \hat{e}(s)$$

$$ORC = \hat{\beta}_i$$

$$SRC = \hat{\beta}_i \frac{s_{x_i}}{s_y}$$

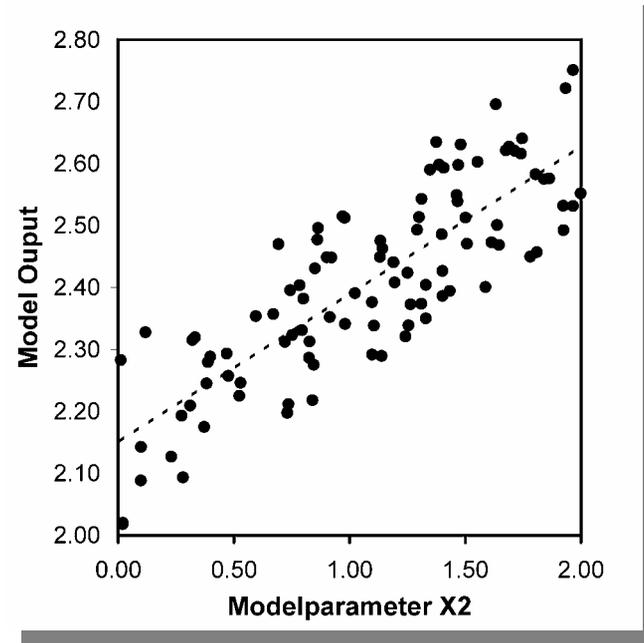
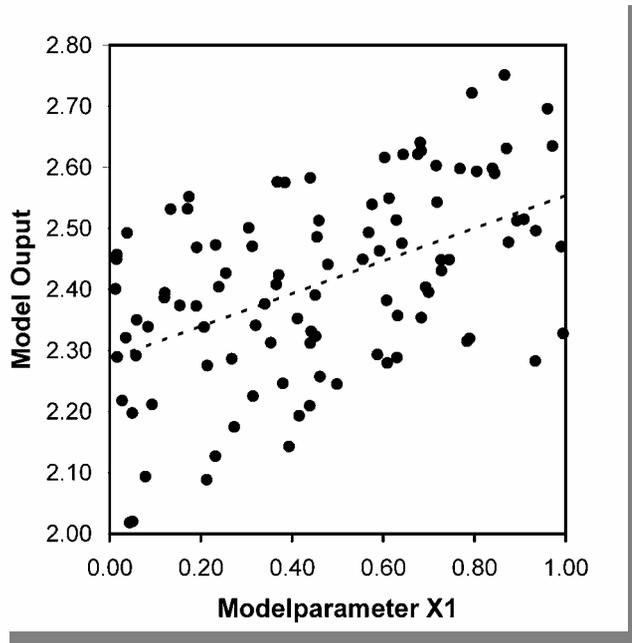
$$LCC = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_x s_y}$$

Also see Christiaens and Feyen (2002)



Monte Carlo SA IV

Slide after Huisman, 2004



ORC	0.301	0.249
SRC	0.559	0.866
LCC	0.503	0.830

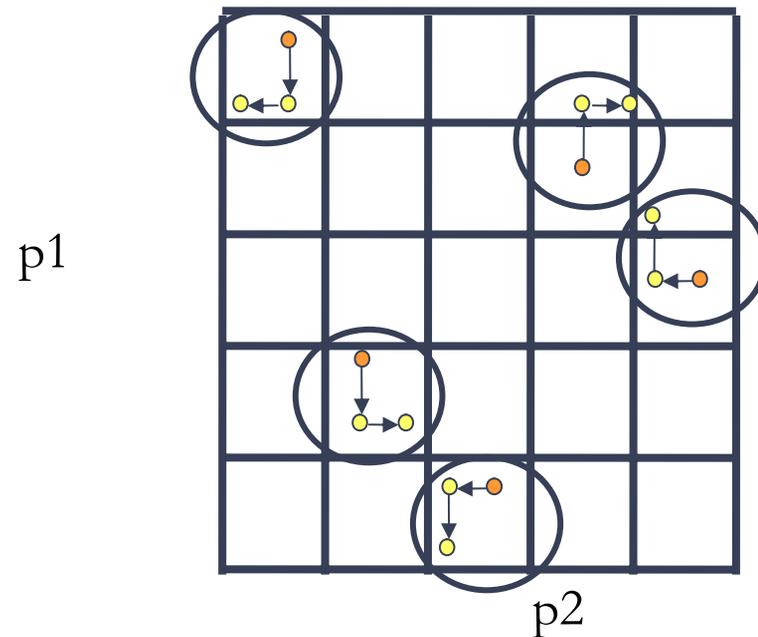
Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

Sensitivity Analysis using LH-OAT

Latin Hypercube sampling

- divide parameter range in m intervals
- “Randomly” sample m points in a way that each interval has 1 point

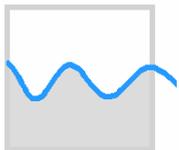
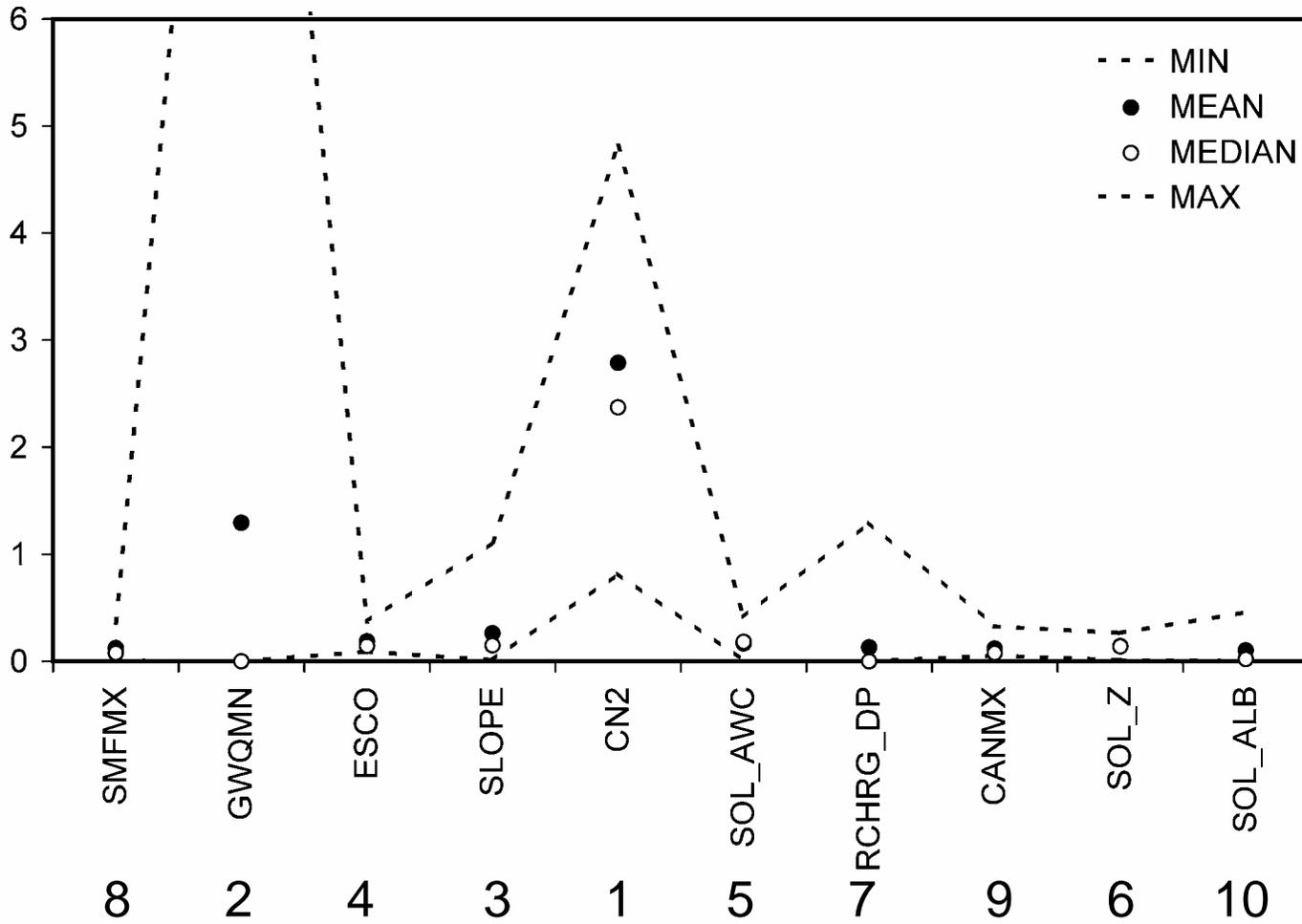


One factor at a Time:

- Change at each Latin Hypercube point each parameter one by one
- m sensitivity results: mean and variance
- Ranked parameters

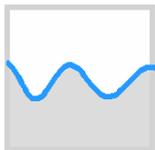
LH-OAT Sensitivity Analysis I

Slide after Huisman, 2004



LH-OAT Sensitivity Analysis II

- The LHS-OAT sensitivity analysis combines the advantages of the OAT and the LHS sensitivity analysis:
 - Sensitivity is determined over the entire parameter space
 - Sensitivity clearly attributed to one model parameter
 - Computationally efficient
 - No assumptions on linearity in multiple regression
 - Parameter correlation can be included



Quantifizierung der Auswirkung unsicherer Eingangsdaten

Prediction uncertainty intervals

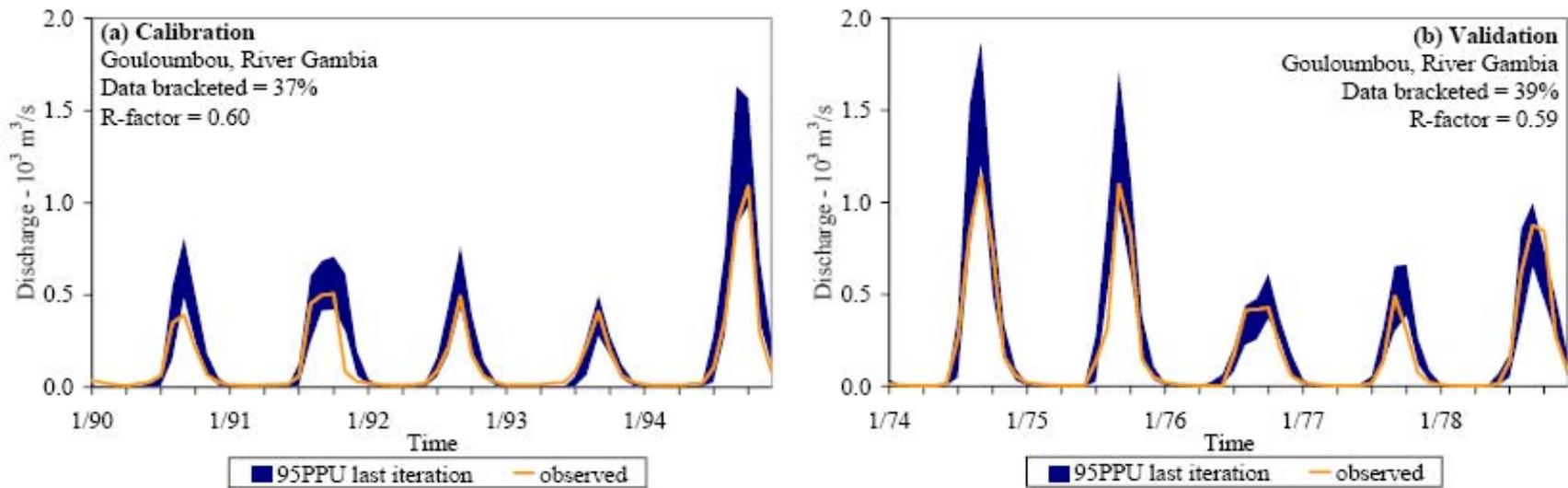
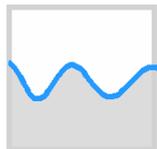


Fig. 4. Monthly calibration (a) and validation (b) results for Gouloumbou (River Gambia) showing the 95% prediction uncertainty intervals along with the measured discharge.



Schuol & Abbaspour, 2006

SWAT, SUFI-2-methodology
Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

Mittlere Unsicherheit in % einer Ausgabegröße

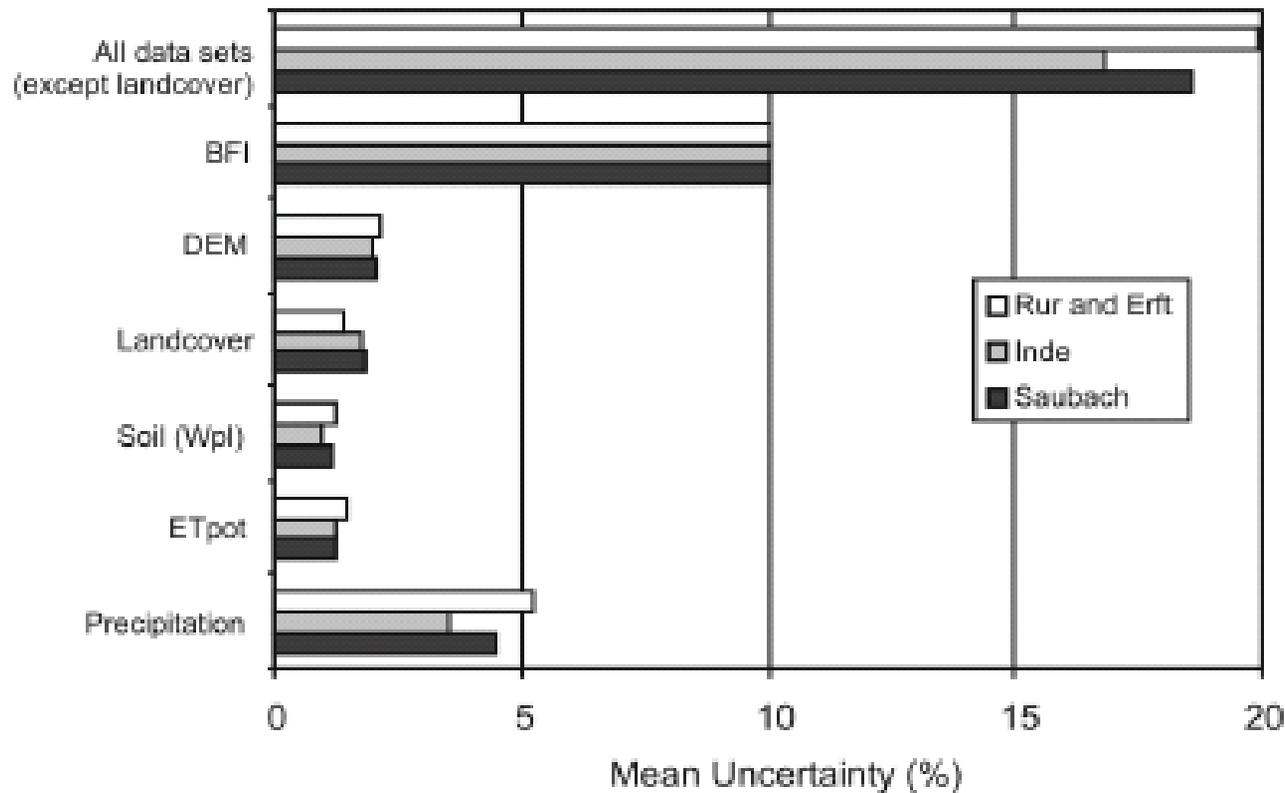
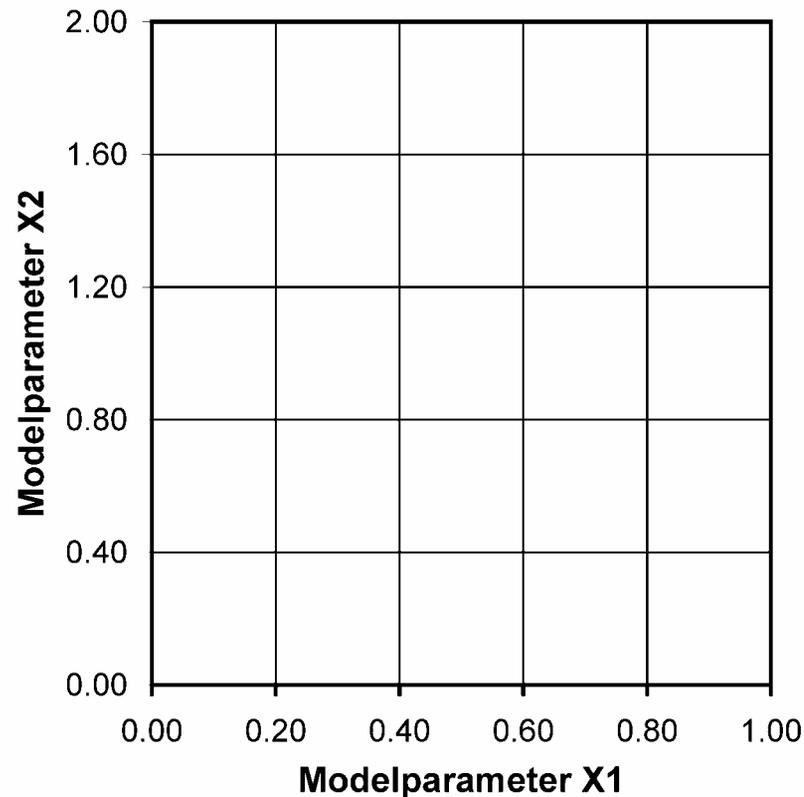


Fig. 5. The averaged uncertainties in percent of the mean groundwater recharge for the study areas as a result of the considered uncertainties of the data sets. **Bogena et al., 2005**

Alternative: Latin Hypercube Sampling I

1. Teile den Parameterraum in N Teile mit gleicher Wahrscheinlichkeit $1/N$



Slide after Huisman, 200

Latin Hypercube Sampling III

3. Mehrfache Wiederholung der Schritte 1-2
4. Bestimme Sensitivität mittels multipler linearer Regression



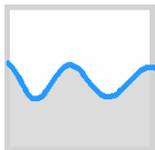
Slide after Huisman, 2004

Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

Latin Hypercube Sampling III

- Vorteile:
 - Sensitivität ist über den gesamten Parameterraum bestimmt
 - Parameterkorrelation werden berücksichtigt
 - Rechenzeiteffizient
- Nachteile:
 - Annahme der Linearität in multiplen Regression
 - Sensitivität kann nicht klar einem bestimmten Parameter zugeordnet werden

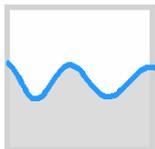
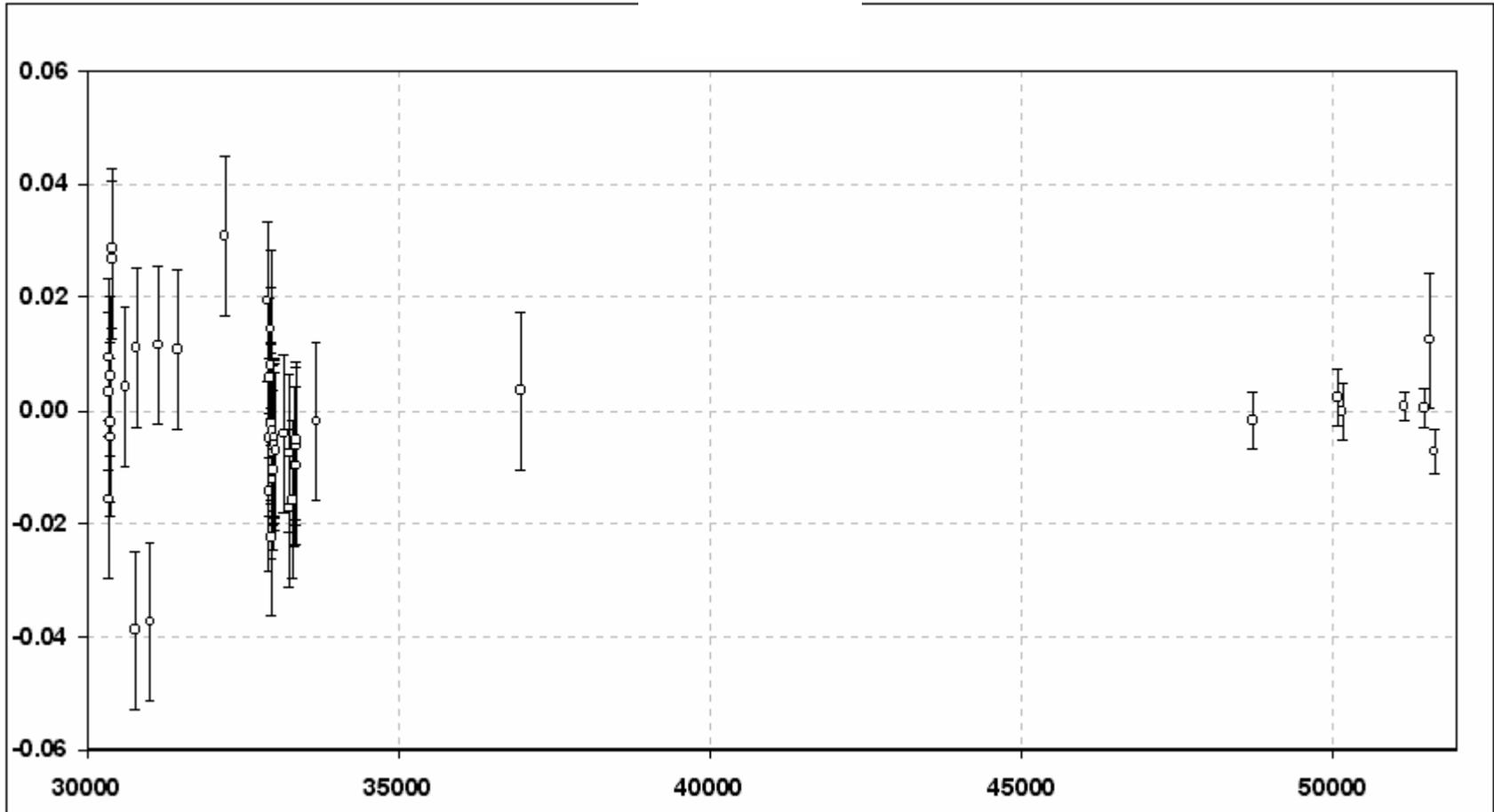


Slide after Huisman, 2004

Fohrer

Dep. Hydrology & Water Resources Management, CAU Kiel

Messunsicherheit



Probleme bei der Kalibrierung

- Zu geringe Informationsgrundlage bei der Eichung (nur Abflussganglinie)
- Meist hoher Parametrisierungsgrad, eine Vielzahl von Parametern muss angepasst werden
- Sowohl Modellstruktur als auch Messungen beinhalten Fehler



Problem: Effizienz der Beprobung des Parameterraums bei der Monte Carlo Analyse

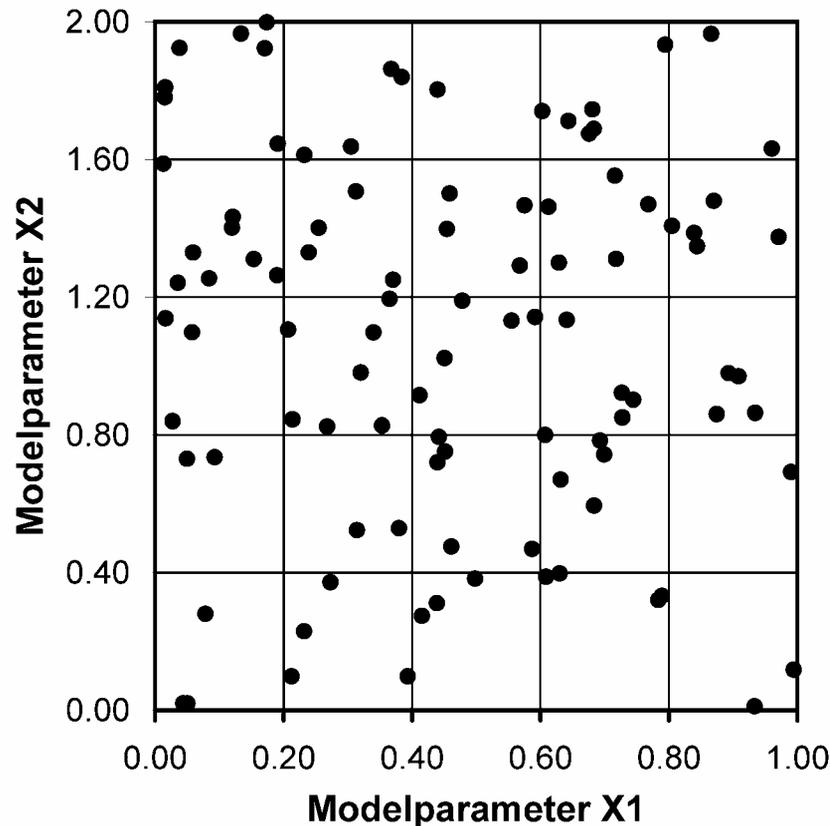
$$p = \frac{1}{N^m}$$

$$p_0 = \left(1 - \frac{1}{N^m}\right)^q$$

N = number of intervals

m = number of parameters

q = number of draws



<i>m</i>	p_0
2	0.017
3	0.448
4	0.852

Definitionen

- Sensitivitätsanalyse = Empfindlichkeitsanalyse
- Untersuchung der Auswirkung von Parametervariationen auf das Modellergebnis
- Untersucht Empfindlichkeit eines Ergebnisses auf Änderungen in den Prämissen
- Einfluss von Inputfaktoren auf Ergebnisgrößen

