

Blockseminar zum Thema

Mikrolokale Analysis

Dozenten: Andreas Bernig (bernig@math.uni-frankfurt.de), Luca Iffland (iffland@math.uni-frankfurt.de) und Léo Mathis (mathis@math.uni-frankfurt.de)

Modul: BaM-DG-gs oder MaM-GA-gs. Dieses Blockseminar baut auf den Vorlesungen *Analysis auf Mannigfaltigkeiten* und *Distributionentheorie* auf. Mindestens eine der Vorlesungen sollte besucht worden sein.

Zeit und Ort: 25.-27. März 2024, Raum 903

Anmeldung: Bitte bei Interesse an einer Teilnahme bitte möglichst bald eine email an bernig@math.uni-frankfurt.de schicken. Das ist noch keine verbindliche Anmeldung, erleichtert aber die Organisation. Die verbindliche Anmeldung erfolgt während oder kurz nach der Vorbesprechung.

Vorbesprechung: Mittwoch, 17. Januar 2024, 12:15, Raum 711 klein

Inhalt:

Ein fundamentales Problem in der Distributionentheorie ist es, das Produkt von zwei Distributionen zu definieren. Leider kann man zeigen, dass gewisse natürliche Axiome für eine Produktdefinition nicht alle gleichzeitig erfüllt werden können. Einen Ausweg bietet die mikrolokale Analysis. Einer Distribution u wird eine Menge $WF(u)$ („wave front set“, „Wellenfrontmenge“) im Kotangentenbündel zugeordnet, die die Punkte und Richtungen angibt, in welchen u singularär ist. u ist glatt genau dann, wenn die Wellenfrontmenge leer ist. Sind für zwei Distributionen die Wellenfrontmengen in einer geeigneten Weise disjunkt, so kann man deren Produkt definieren. Ebenso lassen sich unter gewissen Voraussetzungen an die Wellenfrontmengen natürliche Operationen wie Bild und Urbild von Distributionen unter glatten Abbildungen zwischen Mannigfaltigkeiten definieren. Mit Wellenfrontmengen lassen sich weiterhin Singularitäten von Differentialoperatoren beschreiben und elliptische Regularität beweisen und verallgemeinern.

Vorträge (die genaue Einteilung hängt von der Anzahl der Teilnehmenden ab):

1. Nichtexistenz des Produkts für beliebige Distributionen. Satz von Paley-Wiener. Definition der Wellenfrontmenge in \mathbb{R}^n .
2. Definition der Wellenfrontmenge für Distributionen auf Mannigfaltigkeiten und verallgemeinerte Schnitte von Vektorbündeln
3. Produkt von Distributionen, Topologie
4. Operationen: äußeres Produkt, Bild und Urbild
5. Differentialoperatoren auf Mannigfaltigkeiten, charakteristische Menge eines Differentialoperators, Singularitäten von Lösungen von partiellen Differentialgleichungen

Literatur

- Hörmander: The analysis of linear partial differential operators. Abschnitte 8.1-8.3
- Michael Reed, Barry Simon: Methods of mathematical physics II, Abschnitte X9, X10
- Semyon Dyatlov: Distributions, elliptic regularity, and applications to PDEs