

# Aufgabenblatt 1

## 1 Definition und Satz - ungerade Zahl

- i) Geben Sie die Definition einer ungerade Zahl.
- ii) Zeigen Sie: Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade.
- iii) Zeigen Sie: Die Summe zweier ungerader Zahlen ist gerade.

## 2 Definition - Teiler

In der Vorlesung haben wir definiert: Eine ganze Zahl  $k$  teilt eine ganze Zahl  $n$ , wenn ein ganze Zahl  $l$  existiert, sodass  $n = k \cdot l$ .

Angenommen wir erlauben in der Definition eine rationale Zahl für  $l$ . Was ändert sich?

## 3 Direkter Beweis - Teilbarkeit

Seien  $a, b, c$  ganze Zahlen. Zeigen Sie: Wenn  $a \mid b$  und  $b \mid c$ , dann folgt  $a \mid c$ .

## 4 Aussagenlogik

Seien  $A, B$  und  $C$  Aussagen.

- i) Beweise Sie die zweite der de-morganschen Regeln

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

mit einer Wahrheitstafel.

- ii) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

- iii) Drücken Sie  $A \Rightarrow B$  mithilfe von  $\wedge, \vee, \neg$  aus. Finden Sie einen solchen Ausdruck für  $\neg(A \Rightarrow B)$ .

## 5 \*Satz lesen

Wenden Sie die Hinweise zum Lesen von Sätzen auf die Goldbach-Vermutung an:

Eine gerade natürliche Zahl größer als 3 lässt sich als Summe zweier Primzahlen schreiben.

*Diese Vermutung wurde von Christian Goldbach um 1742 aufgestellt und ist bis heute ein ungelöstes Problem. Numerisch wurde sie für geraden natürlichen Zahlen  $< 4 \cdot 10^{18}$  gezeigt.*

---