

Aufgabenblatt 5

1 Induktion

Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : 133 \mid 12^{2n} - 11^n$.

2 Urbild und Schnitt

Seien $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung und $T_1, T_2 \subset M$, $S_1, S_2 \subset N$ Teilmengen.

- i) Zeigen Sie die Gleichheit von Mengen $f^{-1}(S_1 \cap S_2) = f^{-1}(S_1) \cap f^{-1}(S_2)$.
- ii) Finden Sie eine konkrete Abbildung in Form eines Pfeildiagramms, die zeigt, dass $f(T_1) \cap f(T_2) = f(T_1 \cap T_2)$ im Allgemeinen falsch ist.

3 Injektivität und Surjektivität

Finden Sie eine injektive Abbildung $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ und eine surjektive Abbildung $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$.

4 Quadratische Gleichung

Finden Sie die komplexen Lösungen der folgenden quadratischen Gleichung

$$5x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0.$$

5 Rechnen mit komplexen Zahlen

Bestimmen Sie den Realteil, den Imaginärteil und den Betrag der folgenden komplexen Zahlen

$$i + 1, 3i, \frac{1+i}{2}, \frac{1-i}{2i}, \frac{1+i}{1-i}, \left| \frac{2+i}{4i} \right|, (2+3i)^2, i^{1011}.$$
