



## Tag 1b - Codierung und Bool'sche Algebra

### Aufgabe 1: Ternärer Code

Im Ternären Code stehen statt zwei Zeichen, drei Zeichen  $\{0, 1, 2\}$  zur Verfügung, um Information zu codieren. Z.B. entspricht die Ternärzahl  $1020_3$  der Dezimalzahl  $33_{10}$ .

- (a) Formen Sie die folgenden Ternärzahlen in Dezimalzahlen um:
- $2101_3$
  - $10220_3$
- (b) Formen Sie die folgenden Dezimalzahlen in Ternärzahlen um:
- $42_{10}$
  - $111_{10}$
  - $79_{10}$

#### Solution:

- (a) i)  $2101_3 = 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 2 \cdot 27 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 1 = 54 + 9 + 1 = 64_{10}$   
ii)  $10220_3 = 1 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 81 + 18 + 6 = 105_{10}$
- (b) i)  $42_{10} = 1120_3$
- |          |        |      |   |
|----------|--------|------|---|
| $42 : 3$ | $= 14$ | Rest | 0 |
| $14 : 3$ | $= 4$  | Rest | 2 |
| $4 : 3$  | $= 1$  | Rest | 1 |
| $1 : 3$  | $= 0$  | Rest | 1 |
- ii)  $111_{10} = 11010_3$
- |           |        |      |   |
|-----------|--------|------|---|
| $111 : 3$ | $= 37$ | Rest | 0 |
| $37 : 3$  | $= 12$ | Rest | 1 |
| $12 : 3$  | $= 4$  | Rest | 0 |
| $4 : 3$   | $= 1$  | Rest | 1 |
| $1 : 3$   | $= 0$  | Rest | 1 |
- iii)  $79_{10} = 2221_3$
- |          |        |      |   |
|----------|--------|------|---|
| $79 : 3$ | $= 26$ | Rest | 1 |
| $26 : 3$ | $= 8$  | Rest | 2 |
| $8 : 3$  | $= 2$  | Rest | 2 |
| $2 : 3$  | $= 0$  | Rest | 2 |

### Aufgabe 2: Rechenregeln der Schaltalgebra

Zeigen Sie durch Umformungen nach den Gesetzen der Schaltalgebra, dass folgende Gleichungen gelten:

- (a) **Absorptionsgesetze**
- $a \vee (a \wedge b) = a$
  - $a \wedge (a \vee b) = a$
- (b) **Resolutionsregeln**

- i)  $(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) = a$   
 ii)  $(a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) = a$

**Solution:**

(a) **Absorptionsgesetze**

i)

$$\begin{aligned} a \vee (a \wedge b) &= (a \wedge 1) \vee (a \wedge b) && \text{Neutrales Element} \\ &= a \wedge (1 \vee b) && \text{Distributivgesetz} \\ &= a \wedge 1 && \text{Reduktionsgesetz} \\ &= a && \text{Neutrales Element} \end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned} a \wedge (a \vee b) &= (a \vee 0) \wedge (a \vee b) && \text{Neutrales Element} \\ &= a \vee (0 \wedge b) && \text{Distributivgesetz} \\ &= a \vee 0 && \text{Reduktionsgesetz} \\ &= a && \text{Neutrales Element} \end{aligned}$$

(b) **Resolutionsregeln**

i)

$$\begin{aligned} (a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) &= a \wedge (b \vee \bar{b}) && \text{Distributivgesetz} \\ &= a \wedge 1 && \text{Inverse Elemente} \\ &= a && \text{Reduktionsgesetz} \end{aligned}$$

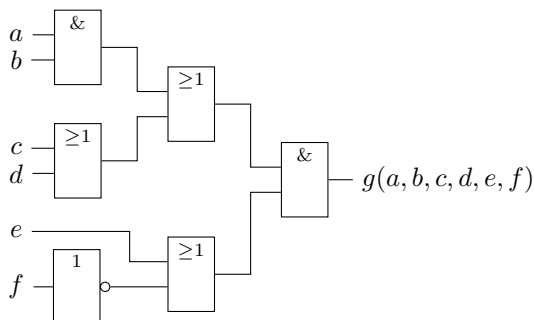
ii)

$$\begin{aligned} (a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) &= (a \wedge a) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \vee (b \wedge \bar{b}) && \text{Distributivgesetz} \\ &= a \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \vee 0 && \text{Idempotenz und Inverse Elemente} \\ &= a \vee (a \wedge b) && \text{Absorption und Neutrale Elemente} \\ &= a && \text{Absorptionsgesetz} \end{aligned}$$

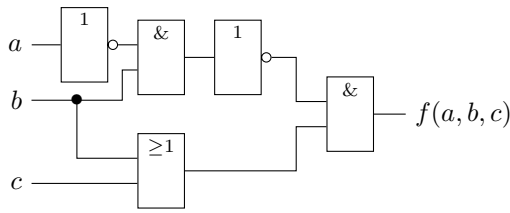
**Aufgabe 3: Schaltungen als Schaltfunktion**

Geben Sie für folgende Schaltungen jeweils eine Funktionsgleichung an.

(a)



(b)



(c) Geben Sie für folgende Gleichungen jeweils eine Schaltung an.

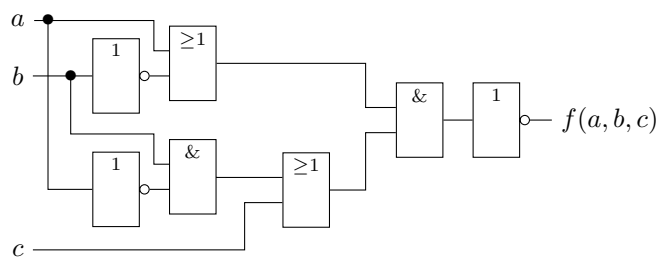
- i)  $(a \vee \bar{b}) \wedge (c \vee \bar{a} \wedge b)$
- ii)  $a \wedge (b \vee (\overline{c \vee d}))$

**Solution:**

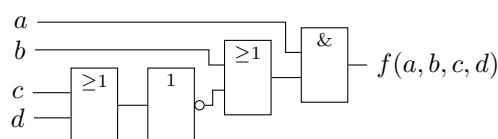
(a)  $g(a, b, c, d, e, f) = ((a \wedge b) \vee (c \vee d)) \wedge (e \vee \bar{f})$

(b)  $f(a, b, c) = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \wedge (b \vee c)$

(c) i)

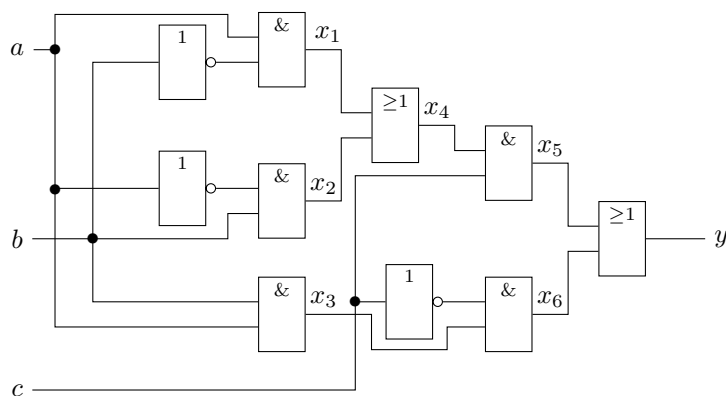


ii)



**Aufgabe 4: Noch eine Schaltung**

Welche Funktion implementiert die folgende Schaltung?



*Hinweis: An den schwarzen Punkten verzweigen sich Leitungen. Es kann hilfreich sein, zunächst die Wahrheitstabelle aufzustellen. Die Bezeichnungen  $x_i$  sind lediglich Kommunikationshilfen.*

**Solution:**

Wahrheitstabelle:

$a$	$b$	$c$	$x_1$	$x_2$	$x_4$	$x_5$	$x_3$	$x_6$	$f(a, b, c)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	0

Funktion:

$$\begin{aligned} f(a, b, c) &= (((a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)) \wedge c) \vee ((a \wedge b) \wedge \bar{c}) \\ &= (a \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c}) \end{aligned}$$

Es handelt sich um die Paritätsfunktion. Der Funktionswert ist genau dann 1, wenn genau zwei der drei Eingangsvariablen 1 sind.

Viel Erfolg!