GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

**6. Übungsblatt (erschienen am 27.01.2021)**

**Aufgabe 6.1 (Votieraufgabe)**
Sei $U_1$ das Einfachschichtpotential von $F \in C^{(0)}(\Sigma)$. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{\tau \to 0+} \sup_{x \in \Sigma} |U_1(x + \tau\nu(x)) - U_1(x - \tau\nu(x))| = 0$$

*Hinweis:* Verwenden Sie, dass ein $\bar{\tau} > 0$ existiert, sodass

$$|x \pm \tau\nu(x) - y|^2 \geq (1 - M) \left(|\tau|^2 + |x - y|^2\right)$$

für alle $|\tau| \leq \bar{\tau}$ und ein $M \in (0, 1)$.

**Aufgabe 6.2 (Schriftliche Aufgabe)**
Für $F \in C^{(0)}(\Sigma)$ gilt

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \to 0} \|L_i^{\pm}(\tau)F\|_{C^{(0)}(\Sigma)} &= 0, & \lim_{\tau \to 0} \|L_i^{\pm}(\tau)^* F\|_{C^{(0)}(\Sigma)} &= 0, \quad i = 1, 2, 3, \\ \lim_{\tau \to 0} \|J_i(\tau)F\|_{C^{(0)}(\Sigma)} &= 0, & \lim_{\tau \to 0} \|J_i(\tau)^* F\|_{C^{(0)}(\Sigma)} &= 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, \end{aligned}$$

wobei $L_i^{\pm}$ und $J_i$ die Grenz- und Sprungoperatoren sind, so wie sie in der Vorlesung definiert werden.

Zeigen Sie mit Hilfe der Funktionalanalysis, dass die genannten Relationen für den Hilbertraum $L^2(\Sigma)$ verallgemeinert werden können zu

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \to 0} \|L_i^{\pm}(\tau)F\|_{L^2(\Sigma)} &= 0, & \lim_{\tau \to 0} \|L_i^{\pm}(\tau)^* F\|_{L^2(\Sigma)} &= 0, \quad i = 1, 2, 3, \\ \lim_{\tau \to 0} \|J_i(\tau)F\|_{L^2(\Sigma)} &= 0, & \lim_{\tau \to 0} \|J_i(\tau)^* F\|_{L^2(\Sigma)} &= 0, \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

# Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden. Die eingescannte Abgabe soll als PDF-Datei bis zum 08.02.2021 um 12:00 Uhr an Ihre Übungsleiterin geschickt werden. Nutzen Sie dazu Ihre studentische E-Mail-Adresse und geben Sie als Betreff *Abgabe zur Einführung in die Potentialtheorie* an.

- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.

- Alle Aufgaben von Übungsblatt 6 werden in der Übung (via Zoom) am 10.02.2021 besprochen.