Einführung in die Potentialtheorie
Wintersemester 2020/21
Dr. Sarah Eberle

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

4. Übungsblatt (erschienen am 16.12.2020)

Aufgabe 4.1 (Votieraufgabe)
Sei $0 < a < 1$, dann definieren wir für $h \in [-a, a]$ und $t \in [-1, 1]$

$$\Phi(h) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n. \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie, dass die Reihe (1) absolut und gleichmäßig bezüglich t und h konvergiert.

(b) Beweisen Sie, dass Φ die folgende Differentialgleichung erfüllt:

$$(1 + h^2 - 2ht)\Phi'(h) = (t - h)\Phi(h).$$

(c) Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{\sqrt{1 + h^2 - 2ht}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n$$

für alle $t \in [-1, 1]$ und $h \in (-1, 1)$.

Aufgabe 4.2 (Schriftliche Aufgabe)
Sei $F \in L^2([-1, 1])$. Beweisen Sie, dass

$$\int_\Omega F(\xi \cdot \eta)\, d\omega(\eta) = 2\pi \int_{-1}^{1} F(t)\, dt$$

für alle $\xi \in \Omega$.

Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden. Die eingescannte Abgabe soll als PDF-Datei bis zum 11.01.2021 um 12:00 Uhr an Ihre Übungsleiterin geschickt werden. Nutzen Sie dazu Ihre studentische E-Mail-Adresse und geben Sie als Betreff *Abgabe zur Einführung in die Potentialtheorie* an.

- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.

- Alle Aufgaben von Übungsblatt 4 werden in der Übung (via Zoom) am 13.01.2021 besprochen.