

1. Übungsblatt (erschienen am 04.11.2020)

Aufgabe 1.1 (Votieraufgabe)

Berechnen Sie das Newtonpotential

$$\int_{B_R(0)} \rho(x) \frac{1}{|x - x_0|} dx$$

für die Kugel $B_R(0) = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| < R\}$ und die Dichteverteilung $\rho(x)$ gegeben durch

$$\rho(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq |x| < \frac{R}{2}, \\ 1, & \frac{R}{2} \leq |x| \leq R, \end{cases}$$

in $x_0 = (0, 0, 2R)^T$. Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten.

Aufgabe 1.2 (Votieraufgabe)

(a) Beweisen Sie, dass

$$\Delta_x \frac{1}{|x - y|} = 0, \quad x \neq y.$$

(b) Sei $y \in \mathbb{R}^3$ fest gewählt. Zeigen Sie, dass

$$\left| \nabla_x \frac{1}{|x - y|} \right| = \mathcal{O}\left(\frac{1}{|x|^2}\right)$$

für $|x| \rightarrow \infty$ (d.h. gleichmäßig bzgl. aller Richtungen $\frac{x}{|x|}$).

Aufgabe 1.3 (Schriftliche Aufgabe)

Das Potential $Q(x)$ eines Dipols sei gegeben durch

$$Q(x) = \frac{a \cdot x}{|x|^3}, \quad a \in \mathbb{R}^3, \quad x \neq 0.$$

Bestimmen Sie $\text{grad } Q(x)$, $\text{div grad } Q(x)$ und $\text{rot grad } Q(x)$ für $x \neq 0$.

Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden. Die eingescannte Abgabe soll als PDF-Datei bis zum 16.11.2020 um 12:00 Uhr an Ihre Übungsleiterin geschickt werden. Nutzen Sie dazu Ihre studentische E-Mail-Adresse und geben Sie als Betreff *Abgabe zur Einführung in die Potentialtheorie* an.
- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.
- Alle Aufgaben von Übungsblatt 1 werden in der Übung (via Zoom) am 18.11.2020 besprochen.